

기계평면시일의 동적 불안정성에 관한 연구

서태석·김청준
(홍익대학교 기계공학과)

1. 서론

고도의 신뢰도를 요구하는 정밀기계의 보편화는 트라이볼로지 요소중에서 밀봉기능에 관련된 시일의 해석 및 설계가 커다란 관심사로 부각되었다. 특히 고속회전을 요하는 경우에 대한 회전 시스템의 동적 안정성은 대단히 중요하다.

미끄럼 접촉운동을 하고 있는 기계평면시일의 시일링 간극은 대단히 작기 때문에 시일의 접촉면에서 형상이 변화하게 되면 시일 성능은 커다란 영향을 받게된다. 시일의 접촉표면 가공시 발생하는 평면도(flatness), 조립시의 회전축과 시일축 사이의 중심 맞추기의 어려움, 회전축의 자중량 등 때문에 발생하는 회전링 사이의 상대적인 경사도(misalignment)는 시일의 동적 불안정성에 영향을 준다[1-3]. 또한 상대 접촉 운동면에서 경계 또는 고체 마찰에 의한 마멸의 진행은 시일의 코닝(coning)현상을 일으킨다. 시일링 간극에서 발생하는 압력분포는 시일의 동적 불안정에 영향을 주고 있다는 사실은 시일 근사치 이론(narrow seal approximation)을 이용한 1차원적 해석[4,5]과 유한 차분법을 이용한 2차원적 해석[6]을 통하여 잘 알려졌다.

본 연구에서는 비압축성 유체가 온도의 영향을 받아 점도가 선형적으로 변화하는 경우에 대한 시일링 간극 내에서의 압력분포를 유한차분법을 이용하여 해석하였다. 여기서 얻어진 결과를 이용하여 시일의 축력과 모우먼트를 해석함으로써 시일의 동적 불안정성에 대하여 논하였다. 이 때 기계평면 시일의 형상은 코닝이 있고, 시일의 중심축이 경사진 경우를 고려하였다.

2. 이론 및 수치해석

2.1 압력 분포

시일링 간극이 대단히 작기 때문에 이 곳에서의 온도 분포가 선형이라고 가정을 하게 되면 시일링 간극내에서의 유막의 온도분포는 다음과 같다.

$$\frac{T}{T_e} = \zeta = 1 + \frac{(z-z_e)}{h} (\zeta_1 - 1) \quad (1)$$

또한, 밀봉된 유막의 점도가 온도만의 함수로 주어진다고 가정할 때의 점도 표현식은 다음과 같다.

$$\mu = \mu_r e^{\alpha^* (T_r - T)} \quad (2)$$

여기서 α^* 는 온도-점도계수로 참고문헌[7]에서 주어진다. 시일링 간극내의 유체가 온도 분포식 (1)과 같은 영향을 받게되면 무차원 형태의 점도는

$$\frac{\mu}{\mu_r} = \bar{\mu} = e^{\alpha_1 - \alpha_2 (z - z_\ell) / h} \quad (3)$$

여기서 $\alpha_1 = \alpha^* T_r (1 - A_\ell)$ and $\alpha_2 = \alpha^* T_r A_\ell (\zeta_A - 1)$.

기계평면시일의 접촉면 형상이 그림 1과 같이 경사지고, 코닝이 있는 경우의 시일링 간극 h 는 다음과 같이 표현된다.

$$h = \bar{h} + \gamma \cdot r \cos(\theta - \omega t) + h_c \quad (4)$$

여기서 \bar{h} 는 평균 시일링 간극을 나타내고, 등식의 두번째 항은 시일링의 경사짐으로 인하여 발생하는 시일링 간극의 변화량, 세번째 항은 시일링의 코닝 때문에 발생하는 시일링 간극의 변화량으로 시일면의 코닝 형상을 Fourier급수를 이용하여 일반화시키면 다음과 같이 표현된다[6].

$$h_c = r_o \tan \gamma_c \left\{ \frac{1}{2} \left(1 - \frac{r_c}{r_o}\right)^2 + \frac{1}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{(-1)^n - \cos \frac{n\pi r_c}{r_o}}{n^2} \cos \frac{n\pi r}{r_o} \right] \right\} \quad (5)$$

for $r_i \leq r_c < r_o$

시일링 간극내의 압력분포를 구하기 위하여 2차원 정상상태의 비압축성 유체에 대한 무차원 레이놀즈 방정식을 보면 다음과 같다.

$$\frac{\partial}{\partial R} \left[\Gamma_1 R^4 \hat{H}^3 \frac{\partial P}{\partial R} \right] + \frac{(1 - \bar{R})^2}{R} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\Gamma_1 \hat{H}^3 \frac{\partial P}{\partial \theta} \right] = R \frac{\partial (\Gamma_2 \hat{H})}{\partial \theta} \quad (6)$$

여기서 Γ_1 과 Γ_2 는 시일링 간극내 유체의 점도가 온도의 영향을 받는 경우에 대한 계수로 다음과 같이 표현된다.

$$\Gamma_1 = \frac{\alpha^* T_r (A_\ell - 1)}{\alpha_2 (1 - e^{-\alpha_2})} \left[1 + \frac{1}{\alpha_2^2} (1 - e^{-\alpha_2})(1 - e^{-\alpha_2}) \right]$$

$$\Gamma_2 = - \left[\frac{1}{\alpha_2} + \frac{1}{1 - e^{-\alpha_2}} \right]$$

또한, 여기서 고려된 무차원항은 다음과 같이 주어진다.

$$\hat{H} = \frac{h}{\bar{h}} \quad \bar{R} = \frac{r_i}{r_o} \quad R' = \frac{r}{r_o} \quad P = \frac{ph^2}{\mu_r \omega (r_o - r_i)^2} \quad (7)$$

레이놀즈 방정식(6)의 해를 구하기 위한 경계조건 및 주기조건은 다음과 같다.

$$P(0, \theta) = P_i \quad (8a)$$

$$P(1, \theta) = P_o \quad (8b)$$

$$P(R, \theta) = P(R, \theta + 2\pi) \quad (8c)$$

레이놀즈 방정식의 해는 유한차분법과 Gauss-Seidel 방법을 이용하여 구하였다. 시일의 압력분포를 구하기 위한 시일의 격자점은 그림 2와 같고, i 는 반경방향의 격자점을, j 는 원주 방향의 격자점을 나타낸다. 유한차분법을 지배방정식에 대입하여 정리하면 다음과 같은 압력분포식을 얻을 수 있다.

$$P_{i,j} = A_{i,j}^0 + A_{i,j}^1 P_{i+1,j} + A_{i,j}^2 P_{i-1,j} + A_{i,j}^3 P_{i,j+1} + A_{i,j}^4 P_{i,j-1} \quad (9)$$

여기서 반복계산을 수행하는 동안 압력분포의 수렴 정도는 10^{-5} 까지 고려하였고, 각각의 계수들은 다음과 같다.

$$A_{i,j}^0 = - \frac{R' r_2}{2D_{i,j}} \frac{\hat{H}_{i,j+1} - \hat{H}_{i,j-1}}{\Delta\theta}$$

$$A_{i,j}^1 = \frac{r_1}{D_{i,j}} \left[\frac{R' (\hat{H}_{i,j} + \hat{H}_{i-1,j})^3}{8(\Delta R)^2} - (1-\bar{R}) \frac{\hat{H}_{i,j}^3}{\Delta R} \right]$$

$$A_{i,j}^2 = \frac{r_1}{D_{i,j}} \left[\frac{R' (\hat{H}_{i+1,j} + \hat{H}_{i,j})^3}{8(\Delta R)^2} + (1-\bar{R}) \frac{\hat{H}_{i,j}^3}{\Delta R} \right]$$

$$A_{i,j}^3 = \frac{r_1 (1-\bar{R})^2}{8R' D_{i,j}} \frac{(\hat{H}_{i,j} + \hat{H}_{i,j-1})^3}{(\Delta\theta)^2}$$

$$A_{i,j}^4 = \frac{r_i (1-\bar{R})^2}{8R' D_{i,j}} \frac{(\hat{H}_{i,j+1} + \hat{H}_{i,j})^3}{(\Delta\theta)^2}$$

$$D_{i,j} = \frac{r_i}{8} \left\{ \frac{R'}{(\Delta R)^2} \left[(\hat{H}_{i-1,j} + \hat{H}_{i,j})^3 + (\hat{H}_{i,j} + \hat{H}_{i+1,j})^3 \right] + \frac{(1-\bar{R})^2}{R' (\Delta\theta)^2} \left[(\hat{H}_{i,j-1} + \hat{H}_{i,j})^3 + (\hat{H}_{i,j} + \hat{H}_{i,j+1})^3 \right] \right\}$$

2.2 축력

시일링 간극내의 동압은 시일링 간극의 크기에 영향을 주기 때문에 시일 시스템의 동적 해석에 중요한 요소로 작용하고 있다. 간극 내의 동압에 의해 발생하는 축력의 크기를 무차원 변수식 (7)과 압력분포식 (9)를 이용하여 표현하면 다음과 같다.

$$F = \int_0^{2\pi} \int_0^1 P(1 - \bar{R})^2 \left(R + \frac{\bar{R}}{1-\bar{R}} \right) dR d\theta \quad (10)$$

여기서 무차원 축력 $F = fh^2/\mu_r \omega r_o^2 (r_o - r_i)^2$

2.3 모우먼트

시일링이 회전하는 경우 여러가지 원인에 의하여 발생하는 모우먼트는 최소 시일링 간극과 최대 시일링 간극 연결하는 축의 횡모우먼트(transverse moment)와 이 모우먼트에 직각으로 작용하는 복원 모우먼트(restoring moment)가 있는데 이들은 시일의 동적 불안정성을 해석하는데 중요한 자료를 제공하게 된다. 횡모우먼트 M_x 와 복원모우먼트 M_y 를 무차원 식으로 표현하면 다음과 같다.

$$M_x = \int_0^{2\pi} \int_0^1 P(1 - \bar{R})^2 \left(R + \frac{\bar{R}}{1-\bar{R}} \right)^2 \sin \theta dR d\theta \quad (11)$$

$$M_y = \int_0^{2\pi} \int_0^1 P(1 - \bar{R})^2 \left(R + \frac{\bar{R}}{1-\bar{R}} \right)^2 \cos \theta dR d\theta \quad (12)$$

여기서 $M_x = m_x \bar{h}^2/\mu_r \omega r_o^2 (r_o - r_i)^3$, $M_y = m_y \bar{h}^2/\mu_r \omega r_o^2 (r_o - r_i)^3$

3. 결과 및 고찰

시일의 압력분포, 축력 및 모우먼트를 구하기 위하여 사용된 시일의 치수 및 작동조건은 표 1에서 주어진다.

있다. 그림 3에서 무차원 반경비 $\bar{R} = r_i/r_o$ 가 감소함에 따라서 축력이 증가되는 형태를 보여주고 있는데 특히 경사각도 γ 가 증가할수록 더욱 커진다. 그림 4와 5에서는 횡모우멘트 M_x 와 복원모우멘트 M_y 를 경사정도의 함수를 보여주고 있는데 축력과 유사한 형태를 보여주고 있다. 이들의 결과를 이용하여 횡모우멘트와 복원모우멘트의 비 M_x/M_y 의 크기를 나타낸 것이 그림 6이다. 경사정도가 작은 경우는 횡모우멘트 M_x 가 복원모우멘트의 약 8배가 더 크고, 극단적으로 시일의 접촉면 한 쪽이 맞닿는 경우는 횡모우멘트가 복원모우멘트의 0.8배에 달한다는 사실이다. 이 결과를 Etsion[4]이 시일의 근사치이론(narrow seal approximation)을 이용한 1차원에 대한 결과와 비교하면, 그림 6에서 보여주는 것처럼 시일링의 경사짐이 작은 경우는 잘 일치하나 경사짐이 클수록 차이가 벌어지는 것을 알 수 있다. Safar [9]가 유사한 경우에 대한 모델을 해석적으로 구한 결과와 잘 일치하고 있으며, 특히 회전차가 맞닿는 경우 M_x/M_y 는 0.7정도를 나타내고 있는 것을 보면 Etsion이 제시하고 있는 근사치 이론식은 시일의 경사정도가 작은 경우는 2차원 문제를 1차원으로 해석할 수 있으므로 대단히 간편해지고 결과의 정확도도 높은 반면에, 경사정도가 큰 경우는 오차가 증가되므로 시일 근사치 이론은 경사각도 γ 가 작은 경우에 대하여 제한적으로 사용해야 한다. 시일이 동적으로 안정된 상태에서 운전되기 위하여는 모우멘트비 M_x/M_y 가 1인 경우이다. 그러나 모

Table 1 Values of parameters used in the FDM calculations

| Parameter and symbol | Value |
|--|------------------|
| Inner radius, r_i | 0.045 m |
| Outer radius, r_o | 0.05 m |
| Initial coning radius, r_c | 0.0475 m |
| Inner pressure, p_i | 0 |
| Outer pressure, p_o | 0 |
| Misaligned angle, γ | 0.015 ° |
| Mean sealing gap, \bar{h} | 25 μm |
| Coning angle, γ_c | 0.1 ° |
| Temperature at the lower surface, T_ℓ | 149 °C |
| Temperature at the upper surface, T_u | 24 °C |

우멘트비가 1보다 크거나 작게되면 시일은 요동운동(wobbling)을 일으키게 된다. 그래서 모우멘트비 M_x/M_y 는 그 크기에 따라서 시일의 요동현상을 일으키기 때문에 시일의 동적 불안정성의 해석기준으로 대단히 중요한 요소가 된다. 본 연구에서 고려된 모델의 경우 동적으로 안정된 모우멘트비는 약 0.75이다.

그림 7~10은 시일의 반경비 $\bar{R} = 0.9$ 인 경우에 대한 코닝의 크기가 증가할수록 축력을 감소하는 경향을 나타내는데, 특히 경사정도가 클수록 격차는 더욱 벌어진다. 그림 8과 9에서는 횡모우멘트와 복원모우멘트의 크기를 코닝의 향으로 묘사하고 있다. 그림 10에서는 모우멘트비 M_x/M_y 의 크기를 나타내고 있다. 이들의 결과에 의하면 경사각도 γ 가 작고, 코닝각도 γ_c 가 클수록 시일은 대단히 불안정해지고, 코닝각도가 작을수록 시일의 불안정성에 미치는 영향은 크게 줄어들고 있음을 보여준다.

4. 결 론

코닝이 있는 접촉 운동면이 경사진 경우에 대한 시일의 압력, 축력, 모우멘트를 구하기 위하여 유한차분법을 이용하여 수치적으로 해석하였다.

유한차분법을 이용한 연구결과를 Etsion[8]이 근사치 이론을 이용하여 해석한 방법과 비교한 결과 Etsion의 근사치 이론은 시일의 경사도가 작을수록 좋은 결과를 나타내나 시일의 경사도가 크게 되면 오차가 큰 것으로 나타났고, 해석적으로 구한 Safar[9]의 결과와는 잘 일치하고 있다. 시일의 동적 불안정성은 횡방향 모우멘트(시일의 최소-최대 시일링 간극을 연결한 축)에 의하여 지배되고 있음을 알 수 있다.

모우멘트비에서 알 수 있듯이 시일의 경사정도가 작다할지라도 시일의 동적불안정성은 일어나고 있다는 사실에 유의할 필요가 있다.

5. 참고 문헌

1. Metcalfe, R., ASLE Trans., Vol. 24, pp. 509-516.
2. Kupperman, D.S., ASLE Trans., Vol. 18, No. 4, pp. 306-311.
3. Ludwig, L.P. and Allen, G.P., NASA TN D-8102, March 1976.
4. Etsion, I., J. of Lub. Tech., Vol 101, 1979, pp. 283-292.
5. Etsion, I. and Sharoni, A., ASLE Trans., Vol. 23, No. 3, 1980, pp. 279-288.
6. Kim, C.K. and Lee, I.K., J. of the KSLE, Vol. 5, No. 2, 1989, pp. 48-54.
7. Gupta, P.K., Flamand, L., Berthe, D., Godet, M., J. of Lub. Tech., Vol. 103, 1981, pp. 54-64.
8. Etsion, I., ASLE Trans., Vol. 22, No. 2, pp. 208-216.
9. Safar, Z.B., Wear, Vol. 66, 1981, pp. 43-53.

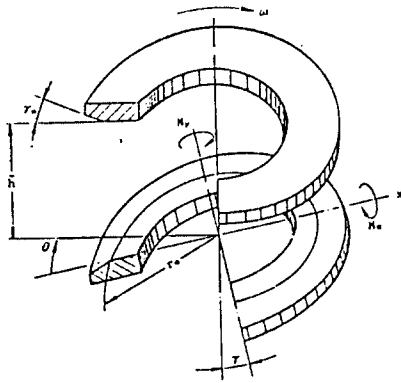


Fig. 1 Radial face seal with angular misalignment and linear coning.

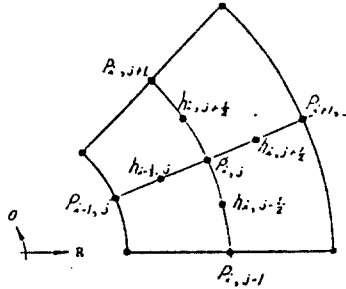


Fig. 2 Grid for finite difference solution.

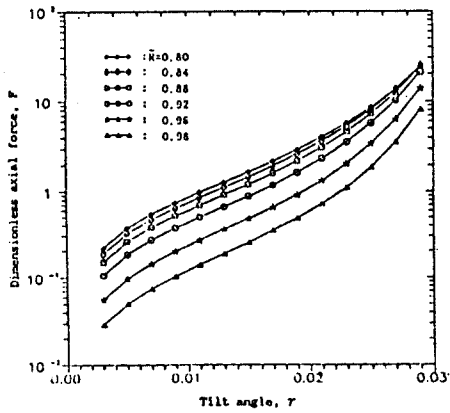


Fig. 3 Dimensionless axial force as a function of tilt angle for various radius ratio.

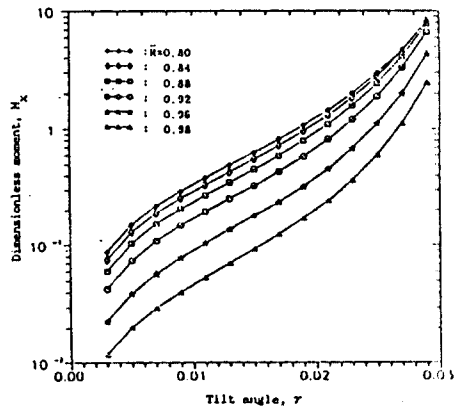


Fig. 4 Dimensionless transverse moment as a function of tilt angle for various radius ratio.

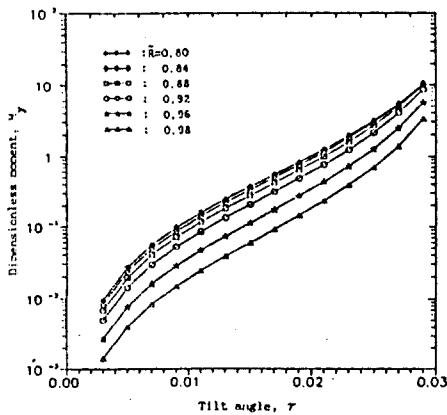


Fig. 5 Dimensionless restoring moment as a function of tilt angle for various radius ratio.

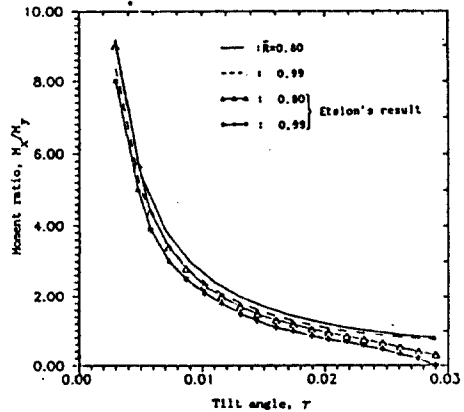


Fig. 6 Comparison between the current finite difference method and Etsion's approximation for the ratio of the transverse moment to the restoring moment.

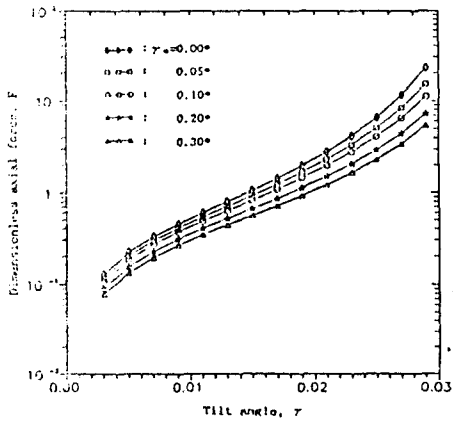


Fig. 7 Dimensionless axial force as a function of tilt angle for various values of coning angle and for radius ratio, $\bar{R}=0.9$.

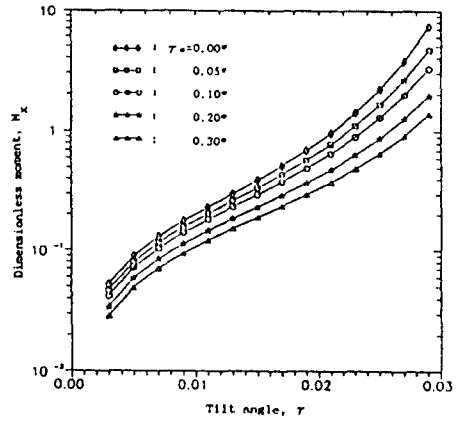


Fig. 8 Dimensionless transverse moment as a function of tilt angle for various values of coning angle and for radius ratio, $\bar{R}=0.9$.

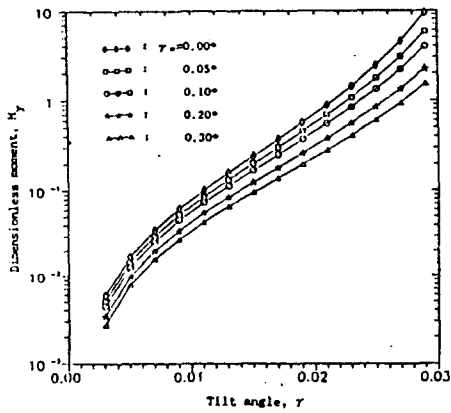


Fig. 9 Dimensionless restoring moment as a function of tilt angle for various values of coning angle and for radius ratio, $\bar{R}=0.9$.

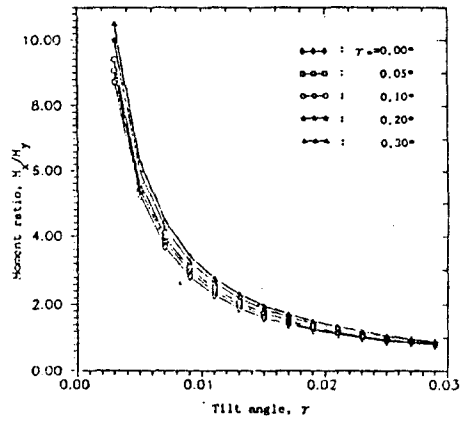


Fig. 10 Ratio of the transverse moment to the restoring moment as a function of tilt angle for various values of coning angle and for radius ratio, $\bar{R}=0.9$.