

彎曲 沖積 水路의 橫方向 河床傾斜

(Transverse Bed Slope in Curved Alluvial Channels)

이 중 석* 이 대 철** 차 영 기***

1. 서 론

屈曲度(sinuosity)가 1.5이상인 蛇行川에 있어 흐름은 만곡부의 曲率半徑에 따라 질량의 횡방향 移送, 二次流(원심력에 의한 횡방향류) 및 河床形成樣態가 달라진다. 또한, 만곡부의 하상을 따라 이동하는 입자무계의 하상방향성분과 抵抗力(drag force)의 횡방향성분이 平衡을 이룬다고 가정하여 洗掘이나 堆砂가 없는 횡방향하상경사, 즉 安定한 횡방향하상경사를 구하는 것은 平衡河川을 얻는데 중요한 요소가 된다.

그리고, 입자는 縱, 橫方向으로의 靜水力學的 평형상태를 이루므로, 입자가 그들의 지지점 주위를 Rolling함으로써 종방향으로 이동하게 된다는 Odgaard의 初期運動概念을 적용하여 구할 수 있을 것이다. 특히, 沖積河川의 河床土砂중 粒子的 크기가 2mm 이상인 거친 하상토사에 운동 방정식, 질량보존의 법칙 및 하상평형 방정식을 추가 적용하여 거친 하상의 횡방향 하상경사에 관한 일반식을 구할 수 있을 것이다.

본 연구는 충적수로의 만곡부에 있어 하상재료가 거친 경우의 흐름특성에 관한 數值 模型으로, 흐름특성을 횡방향 하상경사에 관한 線型 二次微分方程式으로 誘導하고, Sine-generated curve를 통한 횡방향 하상경사의 값을 얻어 관측치와 비교하여 옳은 흐름특성을 모의하려는 것이 본 연구의 목적이다.

2. 이론적 배경

횡방향 하상경사에 관한 일반식으로 유도하기 위하여 충적수로 만곡부의 흐름을 다음과 같이 가정하였다.

일정한 유사망을 가진 충적하천의 (1) 수로폭은 일정하고, (2) 수로중심선의 곡률반경은 수로폭과 비교하여 큰 반면, (3) 수심은 수로폭에 비해 작

* 단국대학교 토목공학과 박사과정

** 대전공업대학 토목공학과 교수

*** 단국대학교 토목공학과 교수 공학박사

고, (4) 횡방향 유속성분은 종방향 유속성분에 비해 작으며, (5) 흐름의 교란은 등방성이라고 가정하였다. 그리고 적용된 기본방정식과 이들식에 포함된 각종 변수들은 그림1과 같다.

2.1 기본방정식

수로중심선의 축인 X좌표는 하천의 흐름방향을 양(+)으로 하고, Y축은 X축과 직교하는 축으로 수로 중심선에서 외측제방(concave)쪽을 양(+)으로 한다. Z축은 하상으로부터 수면에 연직방향의 축이며, 이들축에 대한 각각의 유속성분은 U, V, W로 표시 하였다.

(1) 운동방정식 및 연속방정식 (중·횡방향의 수평유속성분)

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} + W \frac{\partial U}{\partial Z} + \frac{UV}{R} = gS_1 + \frac{\partial}{\partial Z} \left(\epsilon \frac{\partial U}{\partial Z} \right) \quad (1)$$

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} + W \frac{\partial V}{\partial Z} - \frac{U^2}{R} = -gS_R + \frac{\partial}{\partial Z} \left(\epsilon \frac{\partial V}{\partial Z} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{1}{R} \frac{\partial (VR)}{\partial Y} + \frac{\partial W}{\partial Z} = 0 \quad (3)$$

여기서, S_1, S_R 은 각각 종 및 횡방향의 수면경사이고, ϵ 는 와점성계수

(2) 중·횡방향 유속분포식 및 와점성계수

$$\frac{U}{U_*} = \left(\frac{P+1}{P} \right) \left(\frac{Z}{d} \right)^{1/p} \quad (4)$$

$$V = \bar{V} + 2V_B' \left(\frac{Z}{d} - \frac{1}{2} \right) \quad (5)$$

$$\epsilon = kU_*Z \left(1 - \frac{Z}{d} \right) \quad (6)$$

여기서, $P = k \sqrt{\frac{8}{f}}$, $U_* = \sqrt{\frac{\tau}{\rho}}$, $f =$ 마찰계수

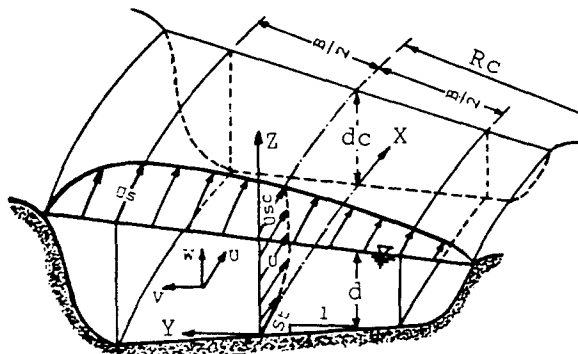


Fig.1 Definition Sketch of Channel Cross Section(idealized).

\bar{V} = 질량이송으로 인한 원심방향 유속분포

V_s' = 수면에서의 원심력에 의한 횡방향유속

k = Karman의 상수(≈ 0.4)

2.2 저항방정식

거친 하상재료에 있어 흐름저항 또는 수리학적 조도계수는 하상면의 조도와 관계되는 주면마찰, 와류 및 2차류에 의한 하상의 굴곡, 전석, 사주등의 특수한 경계특성에 의한 내부왜곡저항, 흐름의 감속과 가속에 의한 편저항으로 구성되며, Griffiths에 의하면, 이동 및 고정경계수로서 구분하여 다음 식과 같이 표현할 수 있다.

· 고정경계($D_{50} > 11R_h S_1$)의 저항계수

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 0.76 + 1.98 \log_{10} \left(\frac{R_h}{D_{50}} \right) \quad \text{-----} \quad (7)$$

· 이동경계($D_{50} < 11R_h S_1$)의 저항계수

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2.21 \left(\frac{\bar{U}}{\sqrt{g} D_{50}} \right)^{0.34} \quad \text{-----} \quad (8)$$

여기서, R_h 는 동수반경

2.3 횡방향 하상경사

수심 $d = d(X, Y)$ 의 분포는 하상입자 횡방향력의 평형이라는 초기운동개념에서 볼때, 수면 및 하상의 횡방향 유속(V_s' 및 V_b')과 횡방향 하상경사와의 관계로부터 결정된다고 볼 수 있다.

$$St = H V_s' \quad \text{-----} \quad (9)$$

여기서, $H = 1.9 \frac{\sqrt{\theta}}{kN'} \left[\frac{(P+1)}{(P+2)} \right] \frac{F_D}{\bar{U}}$, $F_D = \frac{\bar{U}}{\sqrt{\frac{\rho_s - \rho}{\rho} g D_{50}}}$

$$V_s' = N' \frac{d}{R} \bar{U}, \quad N' = \frac{2P+1}{2k^2P}, \quad St = \text{횡방향 하상경사}$$

F_D = 입자 Froude 수, θ = Shield's parameter

2.4 방정식의 간략화

기본 방정식에서 네개의 미지수인 \bar{U} , \bar{V} , V_s' , d 를 결정하여 횡방향 하상경사에 관한 일반식을 유도하기 위해 운동량 방정식, 질량보존의 법칙, 하상 안정방정식을 사용함으로써 편미분 형태의 지배 방정식을 상미분식으로 변형시키면 다음식과 같은 수로중심선에서의 식으로 간략화 할 수 있다.

$$\frac{d}{d\phi} \left(\frac{\bar{U}}{U_c} \right)^2 + G \frac{d}{dc} \left(\frac{\bar{U}}{U_c} \right)^2 = G \frac{R_c}{R} \left(\frac{P}{P_c} \right)^2 \quad \text{--- (10)}$$

$$\frac{dV_{sc'}}{dx} + \frac{dV_c'}{dx} + A_c V_{sc}' = F_c \quad \text{----- (11)}$$

$$\bar{V}_c dc = \frac{d}{dx} \int_0^{B/2} (\bar{U} d) dy \quad \text{----- (12)}$$

$$\text{여기서, } \phi = \frac{X}{B}, \quad G = \frac{2k^2}{(P+1)^2} \frac{B}{dc}, \quad A_c = \frac{2k^2}{(P_c+1)dc}$$

이상에서 구한 식들을 정리하면 다음과 같은 계수 A', B', C'를 갖는 수로중심선에서의 횡방향 하상경사에 관한 선형 2차 미분방정식으로 유도할 수 있다.

$$\frac{d^2 St_c}{d\phi^2} + A' \frac{d St_c}{d\phi} + B' St_c = C' \quad \text{----- (13)}$$

3. 적용자료 및 해석

3.1 적용자료

예측치를 검증하기 위해 현장자료로 대전천을 대상으로 사행성이 현저한 제 1상소교 10m하류지점을 시점으로 하여 1000m구간을 검증구간으로 택하였으며, 20m 간격으로 나누어 중방향 수로경사를 측정 하였으나, 편의상 도시한 측정점의 구간길이와 측정번호는 그림2와 같다.

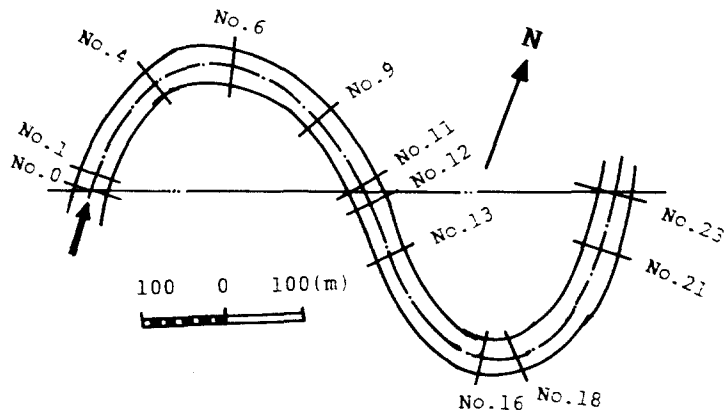


Fig.2 Plan View of Study Reach.

또한, 수로중심선의 각측점 내외측으로 2m씩 나누어 수심측량을 하여 편의상 4m간격으로 표시하였으며, 그 결과로 얻은 기본자료는 표1과 같다.

표1. 사용된 기본 자료

하천명	유량 Q (m ³ /sec)	유효 수로폭 B (m)	수로중심선의 값			
			평균수심 d _c (m)	평균 유속 U _c (m/sec)	평균입경 D ₅₀ (m)	수로경사 S _{tc}
대전천	144	35.86	2.05	1.76	0.028	0.00994

3.2 횡방향 하상경사의 일반식에 대한 해석

식(13)의 해를 구하기 위해 표1의 자료를 사용, 그림3과 같은 Sine-generated curve를 작성함으로써 식(13)의 Forcing function을 구할 수 있다.

$$\omega = \omega' \sin \left(\frac{2\pi x}{M} \right) \text{ ----- (14)}$$

여기서, ω' = 수로중심선과 Crossover를 통하는 축의 사잇각

M = 수로중심선 길이

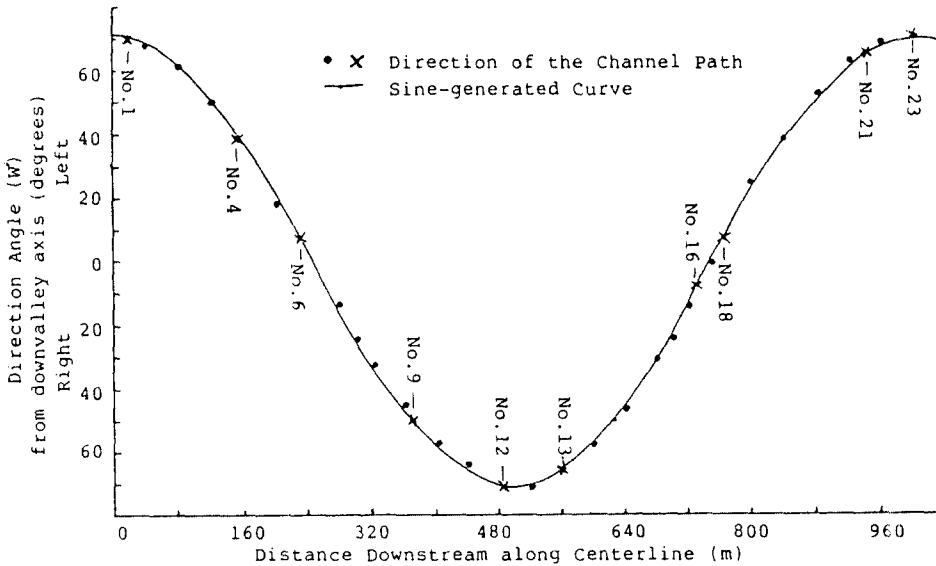


Fig.3 Sine-generated Curve.

$$\frac{1}{R_c} = \frac{d\omega}{dx} = \frac{1}{R_m} \cos \left(\frac{2\pi x}{M} \right) = \frac{1}{R_m} \cos \left[f_m \left(\varphi - \frac{M}{4B} \right) \right] \text{ ---- (15)}$$

여기서, R_c = 수로 중심선에서의 곡률반경, R_m = 최소곡률반경

따라서, 식(15)를 식(13)에 대입하면 다음과 같은 Forcing function 및 일반식을 얻을 수 있다.

$$C' = \frac{16k^2N'}{P+1} \frac{d_0}{R_m} \cos \left[f_m \left(\varphi - \frac{M}{4B} \right) \right] \text{ ----- (16)}$$

$$\frac{d^2Stc}{d\phi^2} + A' \frac{dStc}{d\phi} + B' Stc = \frac{16k^2N'}{P+1} \frac{dc}{R_m} \cos\left[f_m\left(\phi - \frac{M}{4B}\right)\right] \quad (17)$$

식(17)의 특수해(particular solution)는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$Stc = Stcm \cos \left[f_m \left(\phi - \frac{M}{4B} \right) - \phi' \right] \quad (18)$$

$$\text{여기서, } Stcm = \frac{16k^2N'}{(P+1) \sqrt{(B'-f_m^2)^2 + (A'f_m)^2}} \frac{dc}{R_m}$$

$$f_m = \left(\frac{B}{R_m} \right) \left(\frac{1}{w'} \right) \text{로 사행주기(meander frequency)}$$

$$\phi' = \tan^{-1} \frac{f_m A'}{B' - f_m^2}$$

임의 수심 d(R,Y)에 있어 횡방향 하상경사는 다음식으로 구할 수 있다.

$$St = Stc \left(\frac{d}{dc} \right) \left(\frac{Rc}{R} \right) \quad (19)$$

$$\text{여기서, } \frac{d}{dc} = \left(\frac{R}{Rc} \right)^\beta \text{ 이고, } \beta = Stc \frac{Rc}{dc} \text{ 이다.}$$

4. 분석 및 고찰

본 연구는 횡방향 하상경사에 의한 흐름특성을 알기 위한 검증자료로 표 1을 사용하였다.

거친 하상재료의 경계조건은 $D_{50}(=0.028m)$ 보다 $11R_h Sl(=0.126m)$ 가 크므로 이동하상으로 취급하였다. 식(8)에 의한 마찰계수치는 0.0898였고, 또한 $P = 3.775$, $G = 0.246$, $N' = 7.25$, $U_* = 0.186m/sec$, $Re_* = 5185$, $A' = 1.32$, $B' = 1.54$ 를 각각 얻었다.

식(13)의 Forcing function을 구하기 위해 그림3의 Sine-generated curve를 작성하여 $w' = 1.356$, $M/l = 1.61$, $f_m = 0.224$ 를, 최소곡률반경은 수로중심선을 따라 이어지는 곡률반경중 최소치에 해당하는 값으로 118m를 얻었으며, Crossover는 No.0,1 과 No.11,12 사이 및 No.23에서 생겼다.

이상에서 구한 값들을 식(15),(18)에 대입하면 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\frac{1}{R_o} = 0.0085 \cos \left[2\pi \left(\frac{x}{M} - 0.25 \right) \right] \quad (20)$$

$$St_o = 0.0445 \cos \left[2\pi \left(\frac{x}{M} - 0.2812 \right) \right] \quad (21)$$

각 구간별 중심선에서의 횡방향 하상경사와 곡률반경은 식(20)과 식(21)에 의해 구할 수 있다.

그리고, 그림4는 각측점에서 수심의 횡방향 분포를 예측치와 실측치를 비교하였는바 비교적 잘 일치함을 알 수 있었다.

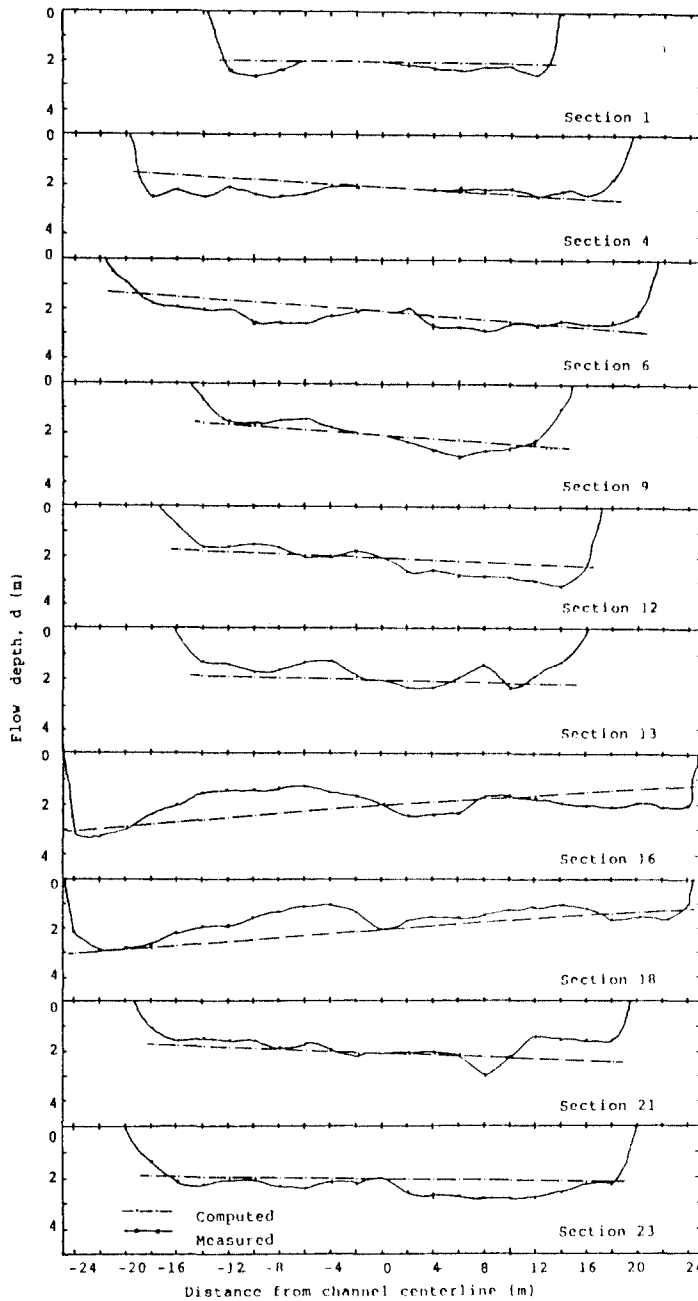


Fig.4 Transverse Distributions of Depth.

그러나, No.16, 18에서 오차를 나타낸것은 수로 곡률의 변화에 따라 유속이 증가함으로써 2차류가 발생되어 하상이 불규칙적인 砂丘(dunes)를 형성

성시키기 때문이라 생각된다.

5. 결 론

충적수로 거친하상의 만곡부에 있어 횡방향 하상경사에 대한 예측치를 구하기 위해 횡방향 하상경사에 대한 선형 2차 미분방정식을 유도하고, 대전천을 대상으로 Sine-generated curve를 작성하여 Forcing function을 구함으로써 곡률반경의 변화에 의한 흐름특성의 예측치를 구할 수 있다. 이 예측치와 관측치를 비교 검토한 결과 대체로 잘 맞는 것으로 나타났다.

따라서, 본 모형을 통해 사행천의 거친하상에 있어 흐름특성과 하상의 거동을 예측할 수 있을 것이며, 부차류의 침식작용으로 인한 제방의 손실가능 지점을 예측, 사전에 제방보호용 구조물을 설치하여 홍수발생시 제방붕괴로 인한 피해를 최소화 하는데 기여할 것으로 사료된다.

6. 참 고 문 헌

1. Chang, H.H. (1988). "Fluvial Process in River Engineering." Wiley Interscience, 432pp.
2. Colosimo, C., Copertin, V.A., and Veltri, M. (1988). "Friction Factor Evaluation in Gravel-Bed Rivers." J. Hydraul. Engrg., ASCE, 114(8), pp. 861-876.
3. Dietrich, W.E., and Smith, J.D. (1983). "Influence of the Point Bar on Flow Through Curved Channels." Water Resources Research, 19(5), pp. 1173-1192.
4. Falcon, M.A., and Kennedy, J.F. (1983). "Flow in Alluvial-River Curves." J. Fluid Mech., 133, pp. 1-16.
5. Griffiths, G.A. (1989). "Form Resistance in Gravel Channels with Mobile Beds." J. Hydraul. Engrg., ASCE, 115(3), pp. 340-355.
6. Leopold, L.B., and Wolman, M.G. (1960). "River Meanders." Bulletin of the Geological Society of America, 71, pp. 769-794.
7. Odgaard, A.J. (1986). "Meander Flow Model. I : Development, II : Applications." J. Hydraul. Engrg., ASCE, 112(12), pp. 1117-1150.
8. 한국종합기술개발공사, 대전천 하천정비 기본계획 및 부록, 충청남도, 대전, 1986.