

一成分入力系の線型回歸모델에 관한 研究

(The study On Linear Regression Model At One Component Input System)

金 治弘* 朱 永洙**

要 旨

一種의 Autoregression Model 에 降雨와 流量的 入力에 의하여 日流入量의 豫測을 행한 것으로 댐 지점의 日流入量과 雨量時系列을 回歸分析하여 댐 流域의 河川 流量을 豫測 할 수 있는 數學的 模型을 樹立하고 統計的 分析을 행 하고자 한다.

1. 序論

전반적인 水資原 管理, 計劃, 運營上 年, 月 流量 時系列이 많이 利用되고 있으나 세부적인 水力發電 계획이나 갈수시 농업용수 공급계획등을 위해서는 日流量 또는 時間流量 時系列의 資料의 수집, 分析, 豫測이 매우 重要하다. 그러나, 관측된 日유량 資料가 빈약하고 풍수기에 유량 시계열의 극심한 변동을 가져 오므로 예측에 어려움이 많다.

本 研究에서는 과거의 댐 지점의 일 유입량 및 유량 시계열을 回歸分析하여 댐 流域의 河川 유량을 豫測 할 수 있는 數學的 模型을 수립하고 日 유량 時系列을 豫測理論에 適用하여 豫測方法을 제시하고자 한다.

2. 豫測式의 理論的 考察

降雨-流出系の 모델은 수 많이 提案되어 있지만 개념적으로는 다음 Fig. 1 과 같이 分類할 수 있다.

* 成均館大學校 教授

** 成均館大學校 大學院 碩士 3 期

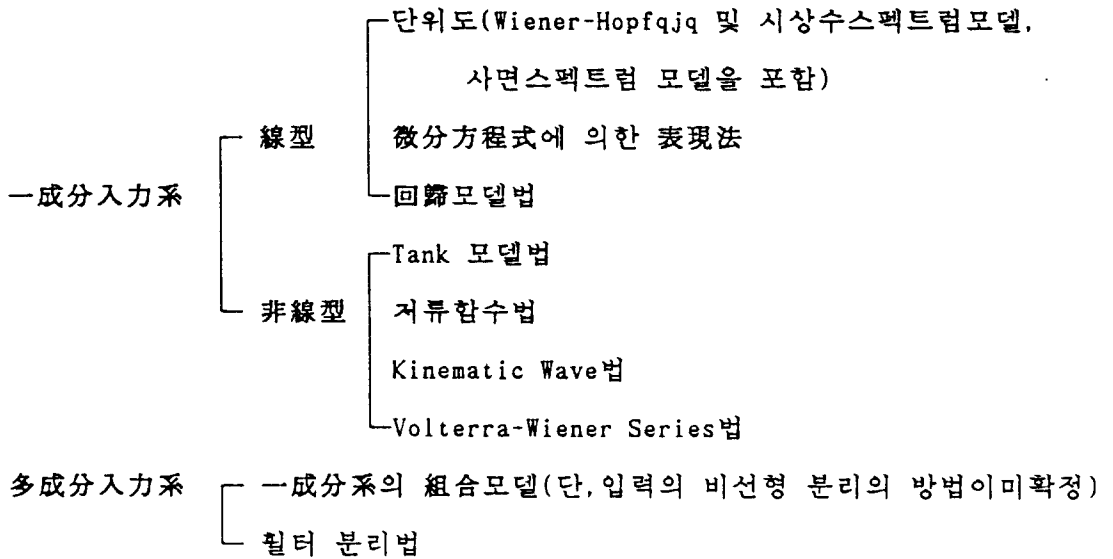


Fig.1 降雨 - 流出 Model

특히, 本 研究에서 一成分入力系の 回歸모델法을 適用하여 降雨 - 流出 系の Model을 檢討 하고자 한다.

2 - 1. 回歸모델法

河川유량 $Y(t)$ 는 時間 降雨 $X(t)$ 에 의해 驅動되는 線型系로 부터 出力이고 重疊積分 式(1)로 表示 할 수 있다.(應答函數 : $h(\tau)$)

$$Y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)X(t-\tau)d\tau \quad (1)$$

入力 $X(t)$ 와 出力 $Y(t)$ 를 式 (1) 대신에 離散型으로 $\{X_i\}, \{Y_i\}$ 로 고친 것이 다음 回歸모델이다.

< AR(P) MODEL : AUTOREGRESSION MODEL >

$$Y_t = a_1 Y_t + a_2 Y_{t-1} + a_3 Y_{t-2} + \dots + a_p Y_{t-p} + \varepsilon_t \quad (2)$$

< MA(q) MODEL : MOVING AVERAGE MODEL >

$$Y_t = b_0 + \varepsilon_t - b_1 \varepsilon_{t-1} - b_2 \varepsilon_{t-2} - \dots - b_q \varepsilon_{t-q} \quad (3)$$

式(2) 와 式(3) 을 合成한 Model 이 ARMA(p,q) Model 이며 다음과 같이 式(4)로 表示할 수 있다.

$$Y_t - a_1 Y_t - a_2 Y_{t-1} - \dots - a_p Y_{t-p} = b_0 + \varepsilon_t - b_1 \varepsilon_{t-1} - b_2 \varepsilon_{t-2} - \dots - b_q \varepsilon_{t-q} \quad (4)$$

ε_t 는 白色雜音이고 日單位의 水文 Data 에 대해서는 時間降雨에 비례한다고 생각 할 수 있다. (日野, 長谷部)

後進演算子 (Back Ward Shift Operator) B 를 사용하여 式(2) 와 式(4) 를 각각 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\Phi(B)Y_t = \varepsilon_t \quad (A R) \quad (3)'$$

$$\Phi(B)Y_t = \theta(B)\varepsilon_t \quad (A R M A) \quad (4)'$$

또한, 이 自己回歸係數 a_i 를 求하려면 Yule - Walker 법 과 MEM 스펙트럼의 예측오차 filter γ_k . 또는 重相關回歸法에 의해서 求하는 方法이 있다. 더욱 一般化 한 것이 ARMAX 이다.

$$Y_t = a_1 Y_t + a_2 Y_{t-1} + \dots + b_1 \varepsilon_{t-1} + b_2 \varepsilon_{t-2} + \dots + \varepsilon_{t-q} \quad (5)$$

이 式(5)은 瞬間單位 水文 時系列에 對하여 適用된다. (日野, 長谷部)

2 - 2. 豫測式의 유도

Univariate Model 에 適用된 경우의 殘差는 偏奇(Skewed)되는 傾向이 있다.(Lawrance 와 Kottegoda, 1977)잔차의 편기를 제거하는 방법은 Model 에 적용하기 전 유량을 변환하는 것으로 指數變換 (Logarithmic Transformation) 이 가장 널리 사용되고 있다. 실제로, 유량에 Log 를 취한 경우의 Modeling 이 직접적으로 유량을 Modeling 한 경우보다 나은 豫測을 가져온다는 것을 각 경우에 대한 실제 流量과 豫測 流量에 대한 相對誤差를 求함으로써 알 수 있다.(Miller et al, 1981)

降雨의 變化가 크지 않는 경우는 AR Model 에 日流量 時系列의 적용 타당성이 있으나 풍수기의 강우가 현저하게 증가하는 경우 모델과정이 非선형으로 되어 그의 적용에 문제점이 발생한다. 이때 잔차는 완전한 Random이라기 보다는 강우의 크기에 따라 변화되어 강우와 從屬관계가 있다고 생각할 수 있다.

강우와 잔차의 相關性을 조사한 結果 대표 몇 개년에서 모두 약 0.8 정도로 보여 降雨의 非선형성을 Modeling 에 반영하는 것이 바람직하다는 것으로 나타났다. 따라서, 잔차 ϵ_t 을 降雨와의 回歸關係로 表現하면 다음과 같다.

$$\epsilon_t = \beta_3 R_t^2 + \beta_4 R_t + \beta_5 R_{t-1} + \beta_6 R_{t-2} + N_t \quad (6)$$

여기서, N_t 雜音항이며 R_t^2 항의 추가는 강우와 유량과의 非線型性을 반영하기 위한 것이다.

回歸모델 (Regression Model) 에서 최소자승 추정값의 안정도를 확보하기 위하여 Modeling 에 있어서 독립변수인 강우를 標準化(Standardization) 하는 것이 重要하다. 따라서, 降雨 R 을 다음 식 (7)과 같이 標準化하면

$$R_t = \frac{\bar{R}_t - R_t}{S_t} \quad (7)$$

여기서, R_t 는 降雨時系列 課程

\bar{R}_t 는 降雨時系列의 平均

S_t 는 강우의 標準偏差

降雨의 測定單位는 除去되어 無次元화되고 最終 豫測式은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \ln Q_t = & \beta_0 + \beta_1 Q_{t-1} + \beta_2 Q_{t-2} + \\ & \beta_3 R_t^2 + \beta_4 R_t + \beta_5 R_{t-1} + \beta_6 R_{t-2} + N_t \end{aligned} \quad (6)$$

여기서, N 은 雜音항으로 어느 경우에도 White Noise 이다.

3. 實際 適用 및 結果分析

本 研究에서 使用된 유량자료는 북한강 上流에 위치한 소양강 댐의 수위 표지점에서 實測한 유량과 강우 Data 를 對象으로 하였다. 日유량을 모델링 하는 경우에는 직접적으로 유량을 사용하는 경우보다 유량에 自然對數를 취 하는 경우가 모델링에 더욱 適合하다. 소양강의 代表年에 대하여 實際流量보다는 對數變換된 유량에 대하여 自己相關係數가 더 높았다는 것을 알 수 있고 AR 모델의 變型인 自然對數로 變換한 $\log Q$ 과 降雨量의 標準化된 값에 의하여 多重回歸式에 의한 豫測모델의 適合된 結果와 重回歸分析에 의한 豫測式의 回歸係數와 통계적 결과를 아래 Fig.2와 Table 1 에 나타냈다.

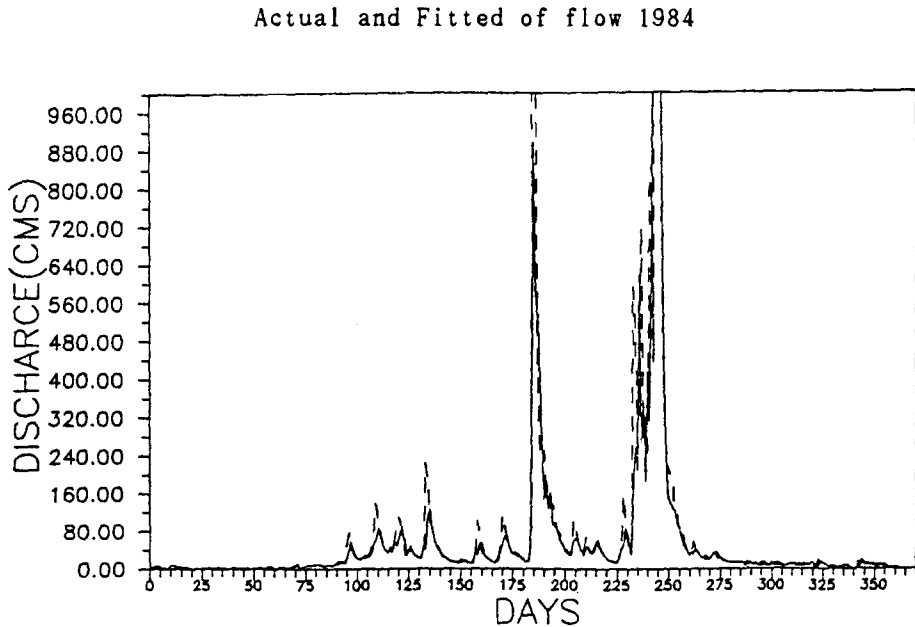


Fig.2 실제유량은 Solid Line , 적합유량은 Dashed Line

Table 1. 통계적 분석 결과

FLOW (autocorrelation coefficient : ACC)					
구 분	1984 1, 2, 3	1984 4, 5, 6	1984 7, 8, 9	1984 11, 12, 13	1984
1 LAG	0.6548	0.7202	0.6301	0.5266	0.6550
2 LAG	0.4246	0.3630	0.2043	0.4569	0.2578
3 LAG	0.3823	0.1392	0.1217	0.4249	0.1801
4 LAG	0.3420	0.0049	0.0736	0.3647	0.1295
5 LAG	0.3221	-0.0649	0.0242	0.3344	0.0789
6 LAG	0.3547	-0.0848	0.0114	0.3657	0.0658
7 LAG	0.3159	-0.0772	0.0396	0.3475	0.0916
8 LAG	0.1654	-0.0545	0.0501	0.3050	0.1008
9 LAG	0.0203	-0.0167	0.0157	0.3147	0.0681
10 LAG	0.0069	-0.0116	0.0059	0.3284	0.0584
LOG FLOW (ACC)					
1 LAG	0.5108	0.8777	0.8761	0.6434	0.8958
2 LAG	0.2242	0.6268	0.7047	0.5253	0.8242
3 LAG	0.3092	0.3971	0.6436	0.4582	0.7980
4 LAG	0.2246	0.2211	0.6418	0.4351	0.7727
5 LAG	0.1181	0.1184	0.6283	0.4512	0.7551
6 LAG	0.1699	0.0959	0.5959	0.5176	0.7523
7 LAG	0.1795	0.0907	0.5904	0.4082	0.7438
8 LAG	0.0109	0.0820	0.5839	0.3313	0.7066
9 LAG	-0.0787	0.0688	0.5350	0.3576	0.6901
10 LAG	0.0360	0.0113	0.4841	0.3399	0.6891
AUTOREGRESSION COEFFICIENT					
β_0	0.6718	0.5223	0.9111	0.3822	0.3969
β_1	0.5395	0.9173	1.0402	0.5535	0.7300
β_2	-0.0816	-0.0554	-0.2229	0.2246	0.1341
β_3	-0.1256	-0.0345	-0.0797	-0.0260	-0.0280
β_4	0.4910	0.2961	0.9856	0.2016	0.5806
β_5	0.0658	0.2312	-0.1911	0.0221	0.0328
β_6	0.0716	-0.0392	-0.0163	0.0064	-0.0498
상대오차 평균	1.2242	0.1385	0.2613	1.2792	0.7723
유량평균	4.02	45.18	335.42	9.79	98.89
강우평균	0.56	2.56	11.77	0.67	3.91
강우 표준 편 차	1.54	6.31	35.53	2.03	18.63

소양강 多目的 댐에서 日流量 時系列 豫測의 경우 渴水期 및 平水期에는 適合 平滑化와 平滑指數를 利用하고 豊水期에 降雨를 도입한 日流量 豫測式을 이용하는 方案이 合理的일 것이고 일유량 豫측에 대하여는 그 重要性이 앞으로 계속 研究되어야 할 課題로서 過去の 流量資料만 利用하는 것보다는 降雨등의 流出에 影響을 미치는 因子들을 연결 分析하면 더 效果的이다 라는 것을 알 수 있었다.

4. 參考文獻

- 1) 金 治弘, “豫측과학 - 그 이론과 실제”, 성균관대학교 출판부, 1985.
- 2) 金 治弘, 강우-유출시스템의 물리기구를 고려한 홍수예측에 관한 연구 동경공업대학 대학원 박사학위 논문.1983.
- 3) 尹 汝松, 추계학적 모형에 의한 일 유출량의 예측, 성균관대학교 대학원 박사학위논문.1988.
- 4) Robert B.M. , Modeling Daily River Flow With Precipitation Input , Water Resources Research, Vol. 17, No. 1
- 5) Nicholas P.F and Laverne W.S , " Quantitative forecasting Methods", pp.249 - 314 , 1989.
- 6) Box,G.E.P., and Jenkins,G.M., Time Series Analysis:Forecasting and control, San Francisco, Holden Inc., 1970.
- 7) Tomas,H.A. and M.B.Fiering : The Nature of Storage Yield Function , in "Operations Research in Water Quality Management", Chap.2, Harvard University Water Program, Cambridge, Mass., 1963.
- 8) 윤 용남 ,전 시영 , ARMA(1.1) 다계절모형에 의한 하천유량의 모의발생 한국수문학회지, Vol. 19, No. 3, Dec., 1971.