

일유량 성분 분석에 관한 연구

경희대학교 대학원 김 동식
경희대학교 공과대학 부교수 이 운태

1. 서론

수자원 계획의 수립에 있어 중요한 요소는 미래에 있어서의 물의 공급 특성을 예측하는 것이라 할 수 있다. 물의 공급으로는 강우와 유출을 들 수 있으나 강우는 유출로 나타나기 위한 중간과정을 거치게 되므로 유출의 예측이 보다 실제적이라 생각된다. 또한 유출의 실측지속기간에 있어서도 년, 월 평균유출보다는 일유출량을 사용하는 것이 보다 정확성을 기할 수 있다고 생각되어 진다.

관심의 대상이 되고 있는 하천의 현안지점의 일유량은 확정성분과 추계학적 성분으로 구성되어 있으며 1차원적 수문과정으로 구성되어 있다고 말할 수 있다. 이때 각각의 성분은 하천유역의 물리적 특성과 자연에서 일어나는 우연성을 반영하는 것으로 생각할 수 있으며 이런 과정에 의해 나타나는 일유량을 그 각각의 성분으로 분해하여 그 과정을 해석하는 것이 보다 실제적인 방법이라 생각 되어진다.

본 연구에서는 그 각각의 성분을 분해하는데 있어 먼저 확정성분으로서의 경향성분을 찾아내어 제거하고 평균 및 표준편차 그리고 자기상관계수에 존재하는 주기성분을 찾아내고 그것을 수학적으로 표시하며 또한 추계학적 성분을 분리해내므로써 그 분포특성을 규명하여 일유량 모의발생을 위한 추계학적 모의 발생모델을 만들고자 한다.

2. 일 유량 자료의 분석

2-1 경향 분석

$X_{p,t}$ 는 관측자료로서 NONSTATIONARY STOCHASTIC PROCESS라 하고 평균경향($T_{mp,t}$)과 분산경향($T_{sp,t}$)을 제거한 과정을 $Z_{p,t}$ 라 하였다.

$$Z_{p,t} = \frac{X_{p,t} - T_{mp,t}}{T_{sp,t}} \quad (1)$$

(1)식의 $T_{mp,t}$ 와 $T_{sp,t}$ 는 다항식의 형태로 표현할 수 있다.

$$T_{mp,t} = A_m + B_m T + C_m T^2 + D_m T^3 + \dots \quad (2)$$

$$T_{sp,t} = A_s + B_s T + C_s T^2 + D_s T^3 + \dots \quad (3)$$

식 (2), (3)에서 $T = (P-1)\omega + t$ 이고 A, B, C, D 는 회귀상수이다.
 ω 는 주기를 나타내며 (일유량의 경우 $\omega = 365$), $t = 1, 2, \dots$
 ω 를 나타낸다.

본 연구에서는 최소자승법을 이용하여 $T_{mp,t}$ 와 $T_{sp,t}$ 항을 계산하였다.

2-2 주기 성분

$Z_{p,t}$ 는 Yevjevich(1972)에 의하여 다음식으로 쓸 수있다.

$$Z_{p,t} = \mu_t + \sigma_t \varepsilon_{p,t} \quad (4)$$

(4)식에서 μ_t 와 σ_t 는 주기평균과 주기표준편차이며 FOURIER 분석에 의하면 μ_t 와 σ_t 는 다음과 같이 된다.

$$\mu_t = \mu_z + \sum_{j=1}^M \{ A_j \cos 2\pi F_j t + B_j \sin 2\pi F_j t \} \quad (5)$$

$$\sigma_t = \sigma_z + \sum_{j=1}^M \{ A_j \cos 2\pi F_j t + B_j \sin 2\pi F_j t \} \quad (6)$$

(5), (6) 식에서 A_j, B_j, F_j 는 다음과 같으며

$$F_j = \frac{j}{\omega} \quad (\text{Harmonic Frequency})$$

$$A_j = \frac{2}{\omega} \sum_{t=1}^n (M_t - M_z) \cos 2\pi j t / \omega$$

$$B_j = \frac{2}{\omega} \sum_{t=1}^n (M_t - M_z) \sin 2\pi j t / \omega$$

σ_t 의 경우도 위식과 동일한 방법으로 구하며 M_t 와 S_t 는

$$M_t = \frac{1}{n} \sum_{p=1}^n Z_{p,t}$$

$$S_t = \left\{ \frac{1}{n-1} \left(\sum_{p=1}^n Z_{p,t} - M_t \right)^2 \right\}^{1/2}$$

이고 M_z , S_z 는 각각 M_t 와 S_t 그리고 σ_z , μ_z 는 σ_t , μ_t 의 평균값이다.

2-3 추계학적 성분.

추계학적 과정 $\varepsilon_{p,t}$ 는

$$\varepsilon_{p,t} = \frac{Z_{p,t} - \mu_t}{\sigma_t} \quad (7)$$

이며 m 차 자기 회귀 모델에서 다음식으로 표현된다.

$$\varepsilon_{p,t} = \sum_{j=1}^m \phi_{j,t} \varepsilon_{p,t-j} + \sigma_{\varepsilon,t} \xi_{p,t} \quad (8)$$

AR(2) 의 경우

$$\sigma_{\varepsilon,t} = (1 - \phi_{1,t}\rho_{1,t} - \phi_{2,t}\rho_{2,t})^{1/2}$$

(8) 식에서 $\phi_{j,t}$ 는 주기성을 갖는 자기회귀 계수이다.

$\varepsilon_{p,t}$ 의 상관계수 $\rho_{k,t}$ 는 다음과 같다.

$$\gamma_{k,t} = \frac{\sum_{p=1}^n (\varepsilon_{p,t} + \bar{\varepsilon}_{p,t}) (\varepsilon_{p,t+k} + \bar{\varepsilon}_{p,t+k})}{\left\{ \sum_{p=1}^n (\varepsilon_{p,t} + \bar{\varepsilon}_{p,t})^2 \sum_{p=1}^n (\varepsilon_{p,t+k} + \bar{\varepsilon}_{p,t+k})^2 \right\}^{1/2}} \quad (9)$$

(3)식에서 k는 지체시간이다.

(3)식에서 FOURIER 분석 계수 A_j, B_j 다음과 같다.

$$A_j = \frac{2}{\omega} \sum_{t=1}^{\omega} (\gamma_{k,t} - \bar{\gamma}_k) \cos 2\pi jt/\omega$$

$$B_j = \frac{2}{\omega} \sum_{t=1}^{\omega} (\gamma_{k,t} - \bar{\gamma}_k) \sin 2\pi jt/\omega$$

(4), (5)식의 $\bar{\gamma}_k$ 는 $\gamma_{k,t}$ 의 평균값이며, FOURIER 분석에 의한 자기상관계수는 다음의 식으로 표시할 수 있다.

$$\rho_{k,t} = \rho_k + \sum_{j=1}^m \{ A_j \cos 2\pi F_j t + B_j \sin 2\pi F_j t \} \quad (10)$$

자기회기계수 $\phi_{j,t}$ 와 자기상관계수 $\rho_{k,t}$ 는 다음의 함수식으로 쓸 수 있다.

모델의 차수가 1 일 때

$$\phi_{1,t} = \rho_{1,t}$$

모델의 차수가 2 일 때

$$\phi_{1,t} = \frac{\rho_{1,t} - \rho_{1,t-1}\rho_{2,t}}{1 - \rho_{2,t-1}^2}$$

$$\phi_{2,t} = \frac{\rho_{2,t} - \rho_{1,t}\rho_{1,t-1}}{1 - \rho_{1,t-1}^2}$$

2.4 모의 발생모델의 구성

위 과정의 분석에 의한 발생모델의 구성은 다음과 같다.

$$X_{p,t} = I_{mp,t} + T_{sp,t} \{ \mu_t + \sigma_t \left[\sum_{j=1}^m \phi_{j,t-j} \varepsilon_{p,t-j} + \xi_{p,t} (1 - \sum_{j=1}^m \phi_{j,t} \rho_{j,t})^{1/2} \right] \}$$

3. 일 유량 발생 모델의 적용

3-1. 사용자료

본 연구에 있어 사용자료는 한강수계 여주시점의 1958-1985 년 까지의 27년간 일 유량 자료를 이용 하였다.

3-2 일 유량 자료의 모의 발생

본 연구에서는 AR(2) 모델에 의한 경향성분과 주기성분, 추계학적 성분을 분석하여 모의발생을 시도하였다.

모의발생의 총 연수는 다음과 같다.

$$N' = N_w + N_g$$

여기서 N_w 는 Warm-up length 이고 N_g 는 발생기대 연수 이다.

모의 발생식에서 $\varepsilon_0, \varepsilon_{-1}, \dots, \varepsilon_{-p+1}$ 에 Zero 값을 넣으므로 인하여 생기는 영향을 고려하여 $N'=100$ 년치를 발생하후 앞의 50년치는 무시하고 후의 50년치를 발생시켜 관측자료와 발생자료를 비교분석 하였다.

3-3 결과의 검토

모의 발생모델식식으로 구한 유량의 일평균 유량과 관측자료의 일 평균 유량과의 관계가 그림(1) 에 나타나 있으며 상관계수는 0.908 이 나왔다.

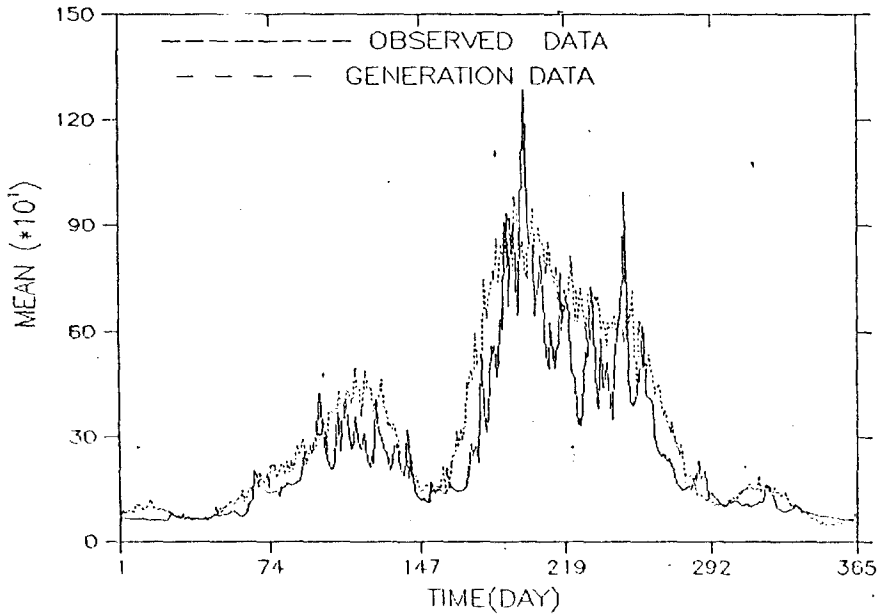


FIG-1 MEAN OF DAILY DISCHARGE(M+3/DAY)

일 평균유량들의 분산의 관계는 그림(2) 와 같으며 상관계수는 0.804 가 나왔다.

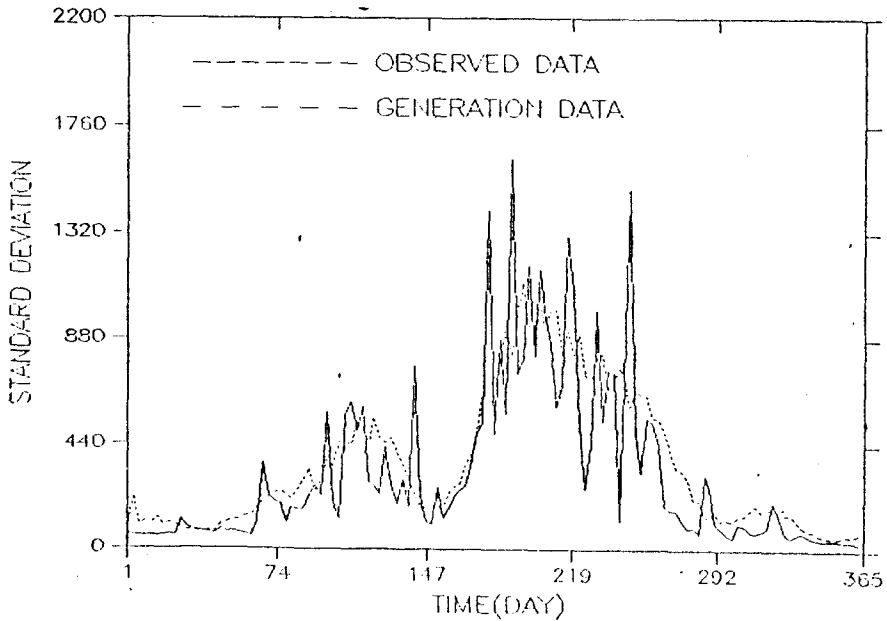


FIG-2 STANDARD DEVIATION OF DAILY DISCHARGE
자기 상관계수 $\gamma_{1,t}$

그림(3)는 관측자료 이며
그림(4)은 발생자료 이다.

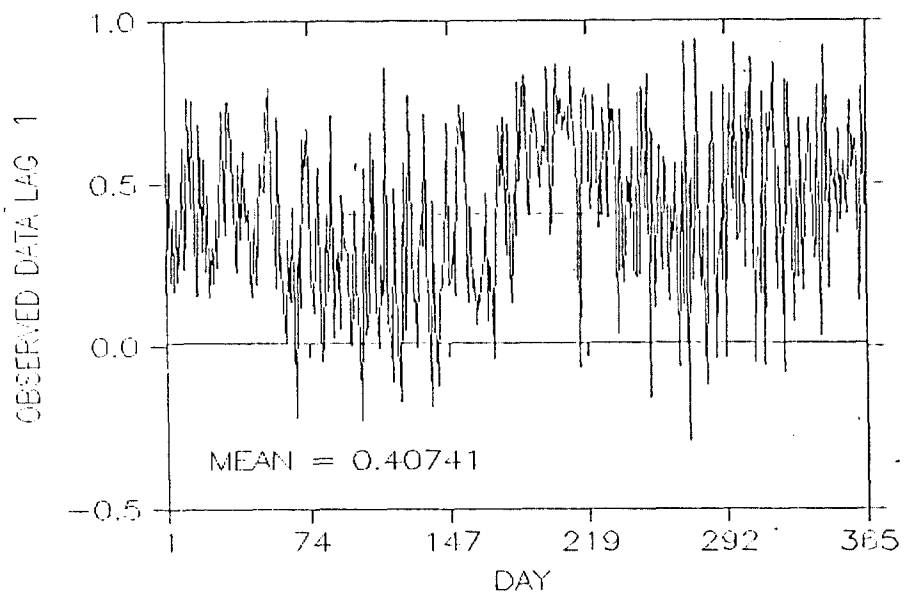


FIG-3 FIRST CORRELATION COEFFICIENT

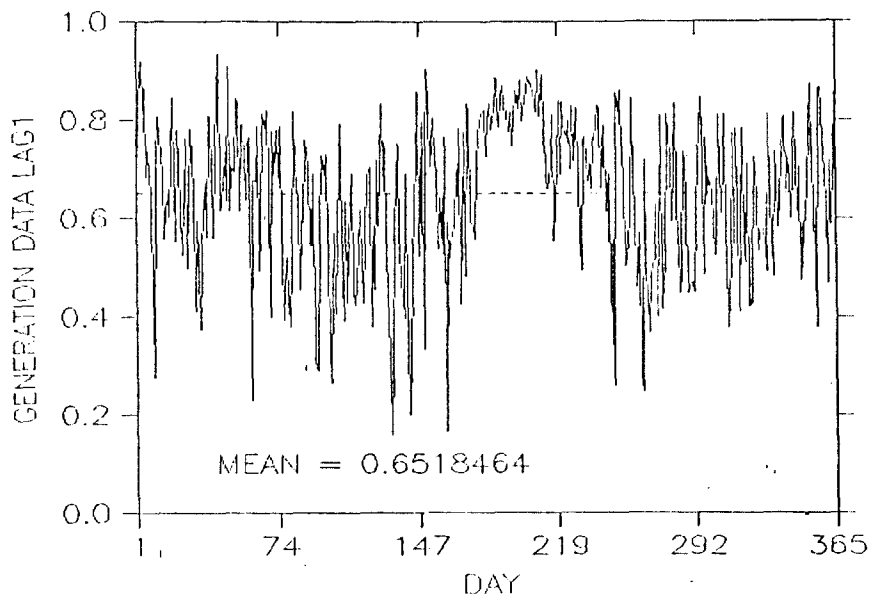


FIG-4 FIRST CORRELATION COEFFICIENT

4. 결론

본 연구에서는 일 유량지표를 사용하여 경향성분 및 FOURIER 분석을 하였으며 다음과 같은 결과를 얻었다.

1) 경향성분의 경우 회귀차수가 높은 경우에도 모의발생 결과에 심한 영향을 주지 않는다.

2) 일반적인 방법 보다 경향성분을 이용한 결과가 실측치의 일 유량 통계 특성치를 잘 재현해주고 있다.

3) 고전적인 통계 방법에 따른 일 최대 유량이 나타나는 시기는 관측 유량이나 발생유량에서 거의 일치 하였다.

4) FOURIER 분석의 경우 조화수가 증가해도 Explained Variance 가 일정하게 분포하여 평균과 분산에 대한 조화수를 결정할수 없었으며 증가시킨 경우 계수값이 일정하게 나타나는 결과가 나왔다.