

회전축계 위치제어에 대한 마찰과 비선형 보상

· 장 용훈*, 최 연선**

(Friction and It's Nonlinear Compensation for Rotor Position Control)
(Yong-Hoon Chang, Yeon-Sun Choi)

1. 서론

기계의 정밀도 향상을 위하여는 기계에 대한 보다 정확한 해석을 요구한다. 그러나 실제 기계 시스템은 마찰, Backlash, Saturation 등과 같은 비선형 특성을 가지고 있어 시스템의 해석 및 제어가 어렵게 된다. 특히 축, 링크, 기어, 풀리, 베어링 등의 기계요소에서는 마찰로 인해 정밀도가 크게 떨어지고 있어, 마찰에 의한 동특성 및 제어는 많은 연구자들에 의해 관심의 대상이 되어 왔다. 마찰력을 고려한 기계시스템의 운동은 정지상태 근처에서 마찰력의 변화가 심한 비선형 동특성을 보이고 있어 그 해석에 어려움을 겪고 있다. 실제 마찰이 저속에서 고급비선형임에도 불구하고 가장 널리 사용되는 형태의 모델로서 Coulomb 마찰을 고려한 운동방정식조차 비선형성으로 인하여 해석에 어려움이 따르고 있다. 마찰은 오랜 동안 연구되어 오면서 Fig. 1, Fig. 2와 같이 등가선형점성 감쇠, Coulomb 마찰, 정적마찰로 모델화되거나 이들의 조합으로 나타내었다 [1-5]. 마찰력은 시간영역에서도 연구되어 Walrath[7]는 Fig. 3-a의 속도가 역전되는 지점에서 마찰모모크가 $\pm T_r$ 를 공유하는 문제를 고려하기 위해, Fig. 3-b와 같이 동적마찰모델을 사용하였다. 최근의 연구로서 Armstrong[7]은 마찰의 위치의존성을 고려한 정확한 마찰모델을 설정하여 게루프제어에 적용, 좋은 제어특성을 확인하였고, Canudas[8]는 저속영역에서 overcompensation 시 limit cycle과 gain의 관계를 해석하였다.

이와 같이 마찰력을 보상하기 위한 적정 제어방법은 마찰모델의 설정에 크게 의존한다. 따라서 정확한 마찰모델을 찾는 것은 마찰계의 제어에 관건이다. 이에 본 연구에서는 회전계의 마찰특성을 실험을 통하여 규명하고, 속도변화에 따른 정확한 마찰력을 측정하여 이를 통한 비선형성을 보상을 하므로써 보다 좋은 기계제어계를 설계하고자 하였다.

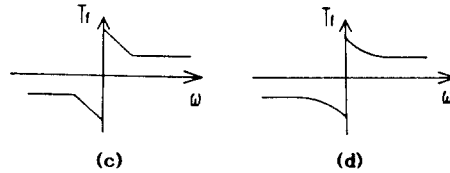


Fig. 1 Models of friction

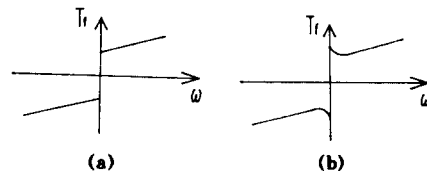


Fig. 2 Models of friction (with viscous friction)

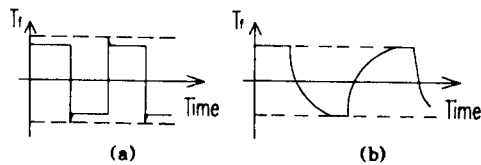
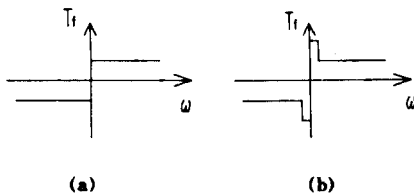


Fig. 3 Friction torque waveform vs. time

2. DC모터와 회전축계

본 연구에서 사용된 회전축계 제어시스템은 Fig. 4와 같다.



* 성균관대학교 대학원
** 성균관대학교 기계설계학과

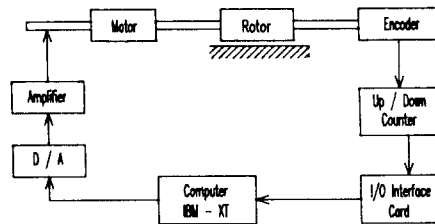


Fig. 4 The experimental system

80W의 모터, 1000PPR의 엔코더, 12bit의 D/A Converter와 전류부스터 회로를 포함한 증폭회로가 사용되었다. 플랜트부의 관계식은 식(1), 식(2)와 같이 쓸 수 있다.

$$K_t i_a(t) = J \frac{d\omega}{dt} + C\omega(t) + T_f(\omega) \quad (1)$$

$$v(t) = R_a i_a(t) + L_a \frac{di_a(t)}{dt} + K_b \omega(t) \quad (2)$$

전동기의 인덕턴스 성분을 무시하면 1계 시스템으로, 블록선도는 Fig. 5와 같다.

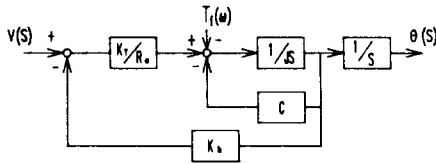


Fig. 5 Block diagram of the system

위의 시스템은 Fig. 6과 같이 간략화된다.

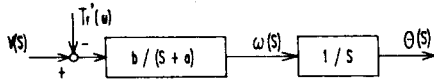


Fig. 6 Reduced form of the system

여기서,

$$a = \frac{C + K_t K_b / R_a}{J}$$

$$b = \frac{K_t}{J R_a} \quad (3)$$

$$T_f^j(\omega) = \frac{R_a T_f(\omega)}{K_t}$$

정상상태 속도를 구하기 위해 식(1), 식(2)를 사용하여 시스템 운동방정식을 구하면 다음과 같다.

$$J \frac{d\omega}{dt} = \frac{K_t}{R_a} V(t) - (C + \frac{K_t}{R_a} K_b) \omega(t) - T_f^j(\omega) \quad (4)$$

일정전압(V_{in})을 입력할때 정상상태에서 가속도는 영이므로 식(4)로부터 정상상태 속도(V_{∞})는 아래와 같이 계산할 수 있다.

$$V_{\infty} = \frac{K_t}{C R_a + K_t K_b} (V_{in} - T_f^j(\omega))$$

$$= \frac{b}{a} (V_{in} - T_f^j(\omega)) \quad (5)$$

3. 마찰력과 제어

3.1 마찰력의 특성

마찰력은 항상 운동방향과 반대로 작용하고, 정적 마찰의 한계를 넘지 않는 한 움직이려는 힘과 크기가

같고 방향이 반대인 힘인 stiction이 발생하며, 속도 변화에 따라 변하는 비선형 함수이다. 회전속도의 마찰력은 모터자계의 불균일, 모터나 회전속의 불균형과 베어링의 마찰이 속의 무게, 회전속도의 기하학적 형태, 진동환경등에 의하여 영향을 받으므로써 비례 상성을 갖게 된다. 또한 커플링의 연결상태, 브러쉬의 마모상태에 따라 마찰력은 회전위치에도 영향을 받는다[8].

3.2 마찰력의 효과

Fig. 7과 같은 선형 피드백 시스템에 스텝 입력을 가해 마찰력에 의한 비선형효과를 확인하고자 한다.

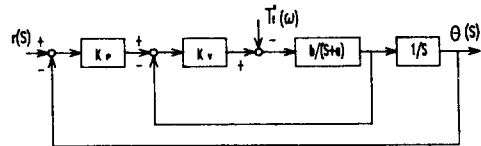


Fig. 7 A continuous time position controller

위치 오차, $e = r - \theta$,를 운동방정식 식(4)에 대입하면 다음과 같다.

$$\ddot{e} + (a + K_v b) \dot{e} + K_p K_v b e = T_f^j(\omega) b + \ddot{r} + (a + K_v b) \dot{r} \quad (6)$$

위의 방정식은 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$\ddot{e} + 2\zeta\omega_n \dot{e} + \omega_n^2 e = K + \ddot{r} + 2\zeta\omega_n \dot{r} \quad (7)$$

단,

$$2\zeta\omega_n = a + K_v b$$

$$\omega_n^2 = K_p K_v b \quad (8)$$

적당한 Gain K_p , K_v 를 선택하여 ζ 와 ω_n 을 얻을 수가 있는데 Fig. 8과 Fig. 9는 $\omega_n=1$, $\zeta=\pm 0.1$ 인 임의의 시스템에 4차 Runge-Kutta Method를 적용하였다. Fig. 8로부터 마찰력은 정상상태 오차를 만들 수 있으며, Fig. 9에서 시스템이 불안정할지라도 기준위치 부근에서 마찰력으로 인해 안정해짐을 알 수 있었다.

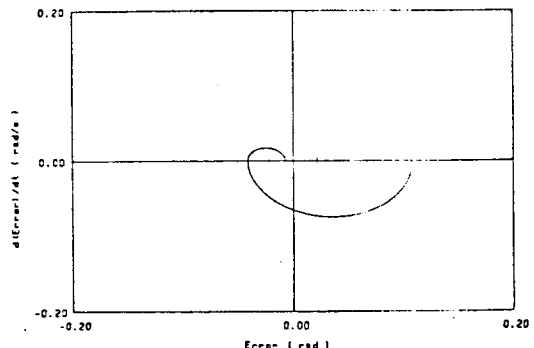


Fig. 8 Phase plane trajectory for step input ($\omega_n = 1, \zeta = 0.1$: stable system)

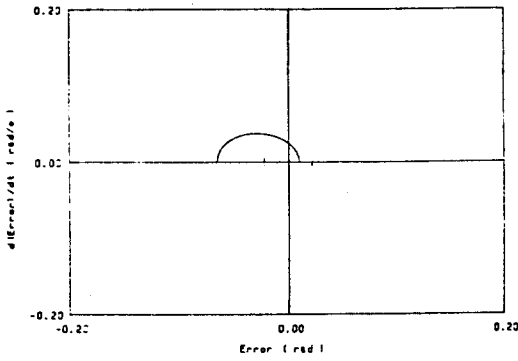


Fig. 9 Phase plane trajectory for step input ($\omega_s = 1, f = -0.1$: unstable system)

3.3 마찰력의 측정과 감쇠계수

3.3.1 마찰력의 측정

서보모터내부의 마찰력은 측정이 불가능하므로 다음과 같은 방법으로 마찰력을 측정하였다.

Fig. 10은 식(5)의 전압에 대한 정상상태 속도방정식에 해당되며 마찰력이 없다면 식(9)가 성립한다.

$$\frac{b}{a} = \frac{V_{ss}}{V_{in}} \quad \left| \frac{\text{rad/s}}{\text{volt}} \right| \quad (9)$$

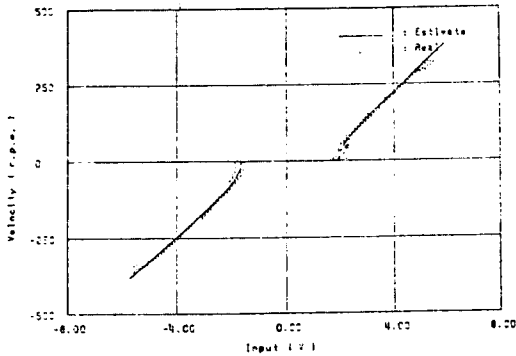


Fig. 10 Steady state velocity vs. input voltage

(b/a)는 입력전압과 속도에 관한 기울기가 되며, Fig. 10에 의해 구해진다. 따라서 마찰력은 식(5)의 두번째 항에 의해 결정된다. 마찰력에 의한 속도차를 $\Delta\omega$, Fig. 10에서의 기울기를 $A_1=(b/a)$ 으로 두면 식(5)의 두번째항으로부터 식(10)이 성립한다.

$$\begin{aligned} \Delta\omega &= \frac{b}{a} T_f(\omega) \\ &= A_1 \frac{R_a}{K_t} T_f(\omega) \end{aligned} \quad (10)$$

따라서 마찰력은 다음과 같이 된다.

$$T_f(\omega) = \frac{K_t}{R_a} \frac{\Delta\omega}{A_1} \quad (11)$$

Stick/slip이 나타나는 비선형영역을 제외한 값을 사용하여 구한 평균기울기, A_1 은 8.218(rad/s)이었다. 실험에서 구한 마찰력은 비대칭성으로 인해 정, 역회전시 다른 크기를 갖는 식(12)로 나타났다. 여기서 단위는 [Kg-cm]이며, Fig. 11의 실선에 해당된다.

$$T_f(\omega) = \begin{cases} 0.337 + 0.265 e^{-(\omega/7)} & : \omega > 0 \\ -0.256 - 0.248 e^{(\omega/8)} & : \omega < 0 \\ \frac{K_t}{R_a} V(t) & : \omega = 0 (T(t) < T_{fs}) \\ T_{fs} & : \omega = 0 (T(t) > T_{fs}) \end{cases} \quad (12)$$

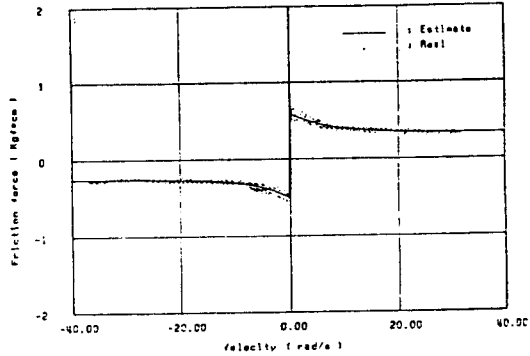


Fig. 11 Friction force vs. steady state velocity

3.3.2 감쇠계수의 계산

감쇠계수를 구하는 방법은 Fig. 10과 Fig. 12를 사용하는 두가지 방법이 있다. 기본식은 같으나 첫번째 방법은 마찰력이 계산되지 않았을때, 즉시 사용할 수 있는 반면, 두번째 방법은 마찰력을 알고 있을 때 사용할 수 있다. 첫번째 방법은 다음과 같다. Fig. 10에서 구한 기울기, A_1 과 식(5)에 의해 다음 식이 성립한다.

$$A_1 = \frac{K_t}{CR_a + K_t K_b} \quad (13)$$

위의 식을 C(감쇠계수)에 대해 정리하면 식(14)가 성립한다.

$$C = \frac{K_t}{R_a} \left(\frac{1}{A_1} - K_b \right) \quad (14)$$

두번째 방법은 식(5)를 C(감쇠계수)에 대해 정리하면 다음과 같다. 이때 V_{in} 과 V_{ss} 는 Fig. 12를 이용해 구한다.

$$C = \frac{1}{R_a} \left(\frac{K_t}{V_{ss}} V_{in} - \frac{R_a}{V_{ss}} T_f(\omega) - K_t K_b \right) \quad (15)$$

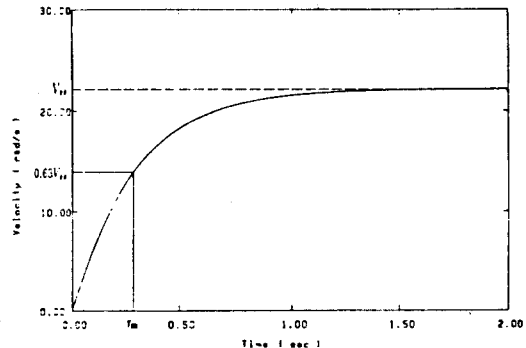


Fig. 12 Velocity response for step input

본 실험에서는 마찰력을 측정하였으므로 두번째의 방법에 의해서 감쇠계수를 구하였는데 1.231×10^{-3} [kg·m·s]의 값이 계산 되었다.

3.4 비선형 보상의 적용

마찰력은 입력전압의 크기에 의존하는 비선형특성을 갖고 있으나 마찰모델을 정확히 안다면, 다음과 같은 방법으로 비선형시스템을 수정할 수 있다.

즉 속도에 따른 마찰력과 같은 크기의 토오크를 모터가 낼 수 있게 입력전압에 보상전압을 추가하므로써 선형화가 이루어진다. 시스템의 운동방정식 식(4)에서 다음의 관계식을 생각한다.

$$\hat{T}_f(\omega) = K_t \dot{\theta}(t) = K_t \frac{\hat{V}(t)}{R_a} \quad (16)$$

$$\hat{V}(t) = \frac{R_a}{K_t} \hat{T}_f(\omega)$$

$\hat{T}_f(\omega)$: 예상되는 마찰 토오크

$\hat{V}(t)$: 추가해야할 입력전압

위의 방정식을 이용해 운동방정식(4)의 $V(t)$ 대신에 $V(t) + \hat{V}(t)$ 를 대입하면 다음과 같다.

$$J \frac{d\omega}{dt} = \frac{K_t}{R_a} V(t) - (C + \frac{K_b}{R_a} K_t) \omega(t) + (\hat{T}_f(\omega) - T_f(\omega)) \quad (17)$$

위의 방정식에서 보듯이 $\hat{T}_f(\omega)$ 를 얼마나 정확히 찾아내느냐에 따라 마지막 항은 없어지고, 비선형 피드백을 갖는 시스템은 Frictionless System과 같이 된다.

4. 시뮬레이션 및 실험결과

4.1 시뮬레이션

실제의 시스템이 Computer를 통한 Digital Control을 수행하게 되므로 Discrete time을 사용하여 시스템을 분석하였다. 본 실험에서는 속도 피드백을 갖는 선형 Feedback controller (PI-controller)와 Feedforward real friction compensator를 갖는 시스템으로 Fig. 13과 같은 이산시간 위치제어계가 된다.

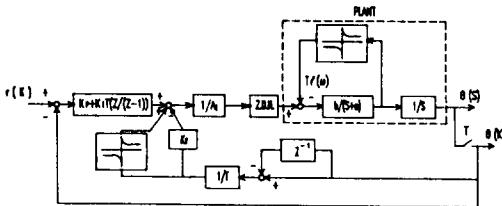


Fig. 13 Block diagram of discrete time position controller and friction compensation

샘플링 시간은 30msec이며, 정상상태에서 적분기의 효과를 줄이고 보상전압에 의한 효과를 크게 하여 선형부분의 pole이 0.1074, 0.9999, 0.7452±0.3397j를 가지며, zero가 0.4839, -0.9129, 0.9999이다. 즉

1개의 pole과 zero가 같은 것은 적분기에 의해서이며, 상쇄되어 효과가 무시된다. 특성방정식의 근이 단위원 내부에 있으므로 안정한 시스템이다. Fig. 14는 이산시간 위치제어에 대한 시뮬레이션 결과이다.

4.2 실험 방법 및 결과

4.2.2 실험 결과

본 실험은 회전속계의 위치제어실험으로서 제어영역에서 마찰이 존재하는 고급비선형특성을 갖고 있어 제어에 많은 어려움이 있었다. 특히, 마찰력이 위치 의존성을 갖는 관계로 정상상태에서 결과를 얻기에 힘들었다. 본 실험은 마찰 모델에 따른 보상효과에 관점을 두고서 비보상, Coulomb 모델 보상, Real 모델 보상을 하였으며, 그 결과 수정된 모델을 가지고 보상을 하였다. Fig. 15는 비보상시스템의 실험으로 마찰에 의한 정상상태오차를 보여 주고 있으며, Fig. 16은 Coulomb 모델 보상으로 정상상태오차가 비보상에 비해 적어졌으나, 기준위치 부근에서 정적마찰에 대한 undercompensation의 결과로 오차를 갖게 되었다. Fig. 17은 Real 모델을 사용한 것으로 limit cycle을 형성하였고, Fig. 18은 이를 상표면에 나타내었다. 이 limit cycle은 비선형에 의한 현상으로 그 원인으로서는 첫째, 샘플링 시간이 너무 길거나, 둘째, 적분기의 효과로 나타날 수 있으며, 셋째, 보상모델상의 문제이다. 본 실험의 limit cycle은 real 모델을 그대로 사용한 결과로써 보상모델상의 문제로 유추된다. 정적마찰을 기준한 보상은 overcompensation[8]을 하게 되는데 Fig. 19에서 알수 있듯이 기준위치, 즉 속도가 영인 부근에서 마찰력을 보상하기 위한 모터의 토오크가 마찰력을 넘게 된다. 따라서 본 실험에서는 수정된 모델을 도입하여 Fig. 20에서 정적마찰과 동적마찰의 차에 보상비(ratio)를 두어 실험을 하였다.

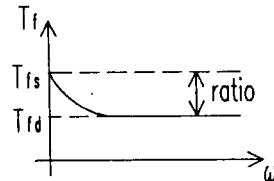


Fig. 20 Modified friction model

본 실험의 경우 보상비에 대한 상대적인 마찰력의 변화가 심하여 많은 실험을 행하였으며, 이에따라 보상비가 50%일때 좋은 결과를 보였다. Fig. 21은 50%의 보상시 실험결과로 limit cycle이 없어졌으며, Coulomb 보상에 비해 기준위치부근에서 정적마찰의 영향을 거의 받지 않아 양호한 제어특성을 보여주고 있다. Fig. 22는 Coulomb 모델을 사용한 보상으로 적분기의 효과를 크게 하여 시스템의 pole이 0.0091, 0.9242, 0.8887±0.2336j, zero가 -0.9129, 0.1686, 0.9367를 가지며, 정상상태 오차는 적어졌으나 기준위치 부근에서 stick/slip의 영향이 나타나고 있다. Fig. 23은 위의 조건에서 50%의 수정모델을 사용한 것으로 stick/slip의 효과가 작아졌음을 보여준다.

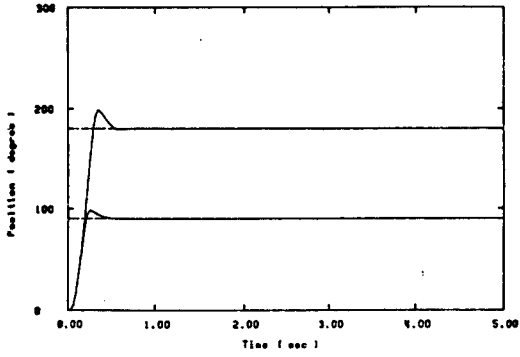


Fig. 14 Step response of simulated system

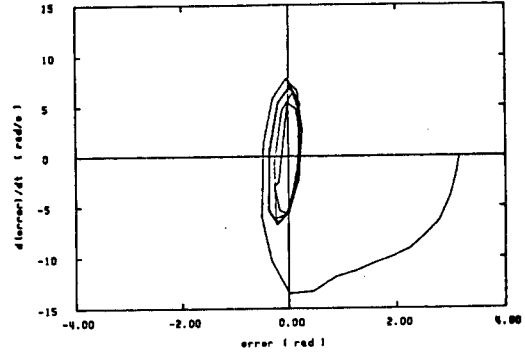


Fig. 18 Phase plot of response (Limit cycle)

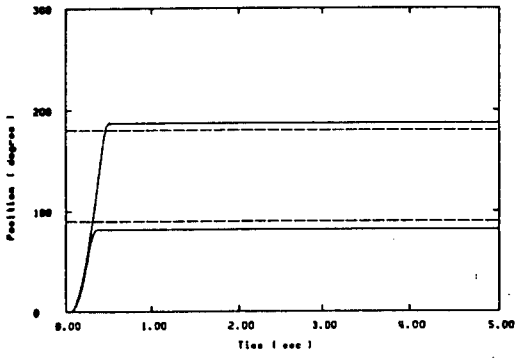


Fig. 15 Step response of the experimental system (noncompensated)

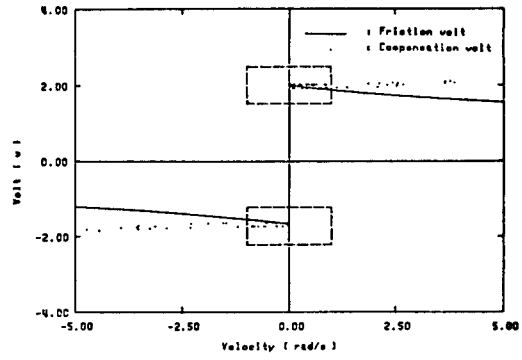


Fig. 19 Velocity vs. compensation volt

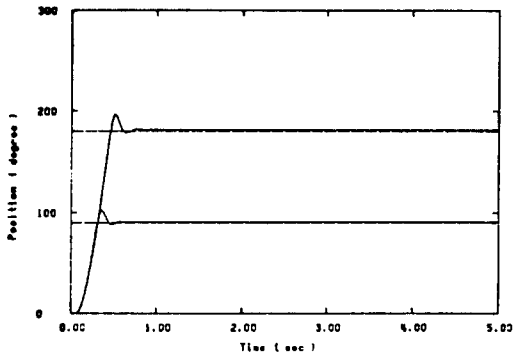


Fig. 16 Step responses of the experimental system (Coulomb friction model compensation)

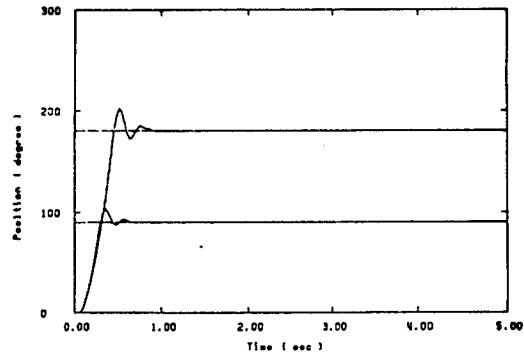


Fig. 21 Step responses of the experimental system (Modified friction model compensation, 50 %)

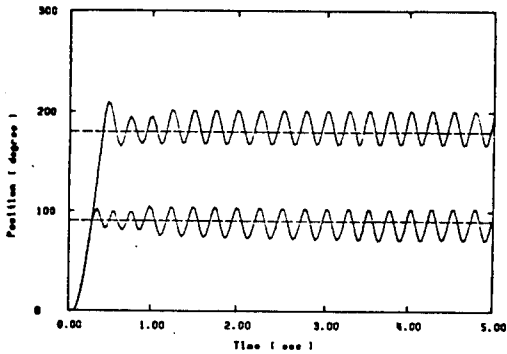


Fig. 17 Step responses of the experimental system (Real friction model compensation)

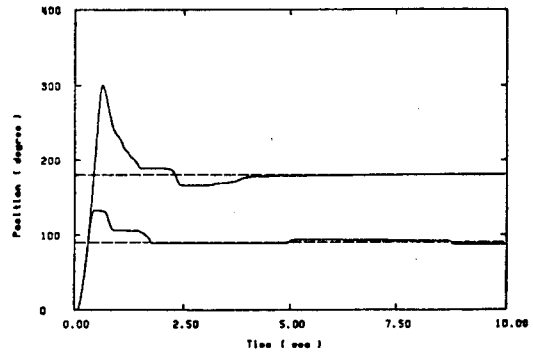


Fig. 22 Step response (Coulomb friction model compensation)

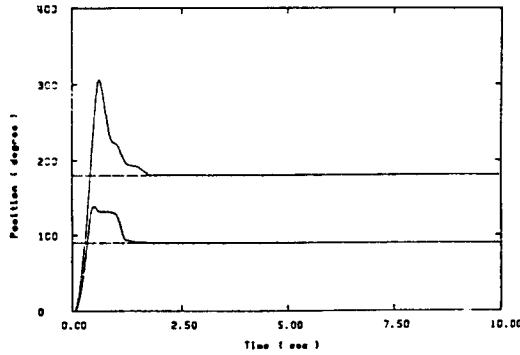


Fig. 23 Step responses (Modified friction model compensation)

5. 결론

이상과 같이 정확한 마찰모델에 의한 위치제어를 하므로써 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) 간단한 알고리즘에 의해서 회전축계의 마찰력과 감쇠계수를 측정할 수 있었다.
- 2) 실제 마찰모델에 좀더 근접한 모델을 사용하여 기준위치 부근에서 마찰의 효과, 즉 stick/slip의 효과가 줄었다.
- 3) 정상상태오차를 줄임에 있어 적분기가 아닌 정확한 마찰모델에 의해 좋은 효과를 얻었다.
- 4) 마찰력이 위치와 회전방향에 따라 고급비선형임을 확인하였고, 이에 따라 비선형제어기의 필요성을 확인하였다.
- 5) 마찰력이 위치에 따른 변화가 심하여 더욱 정교한 시스템과 빠른 샘플링시간을 갖는다면 보상비를 더 올릴 수 있을 것으로 판단된다.

참고문헌

- 1) Tou, J., and Schultheiss, P. M., "Static and Sliding Friction in Feedback Systems," Journal of Applied Physics, Vol. 24, No. 9, pp. 1210-1217, 1953.
- 2) Marchis, V., and Vatta, F., "A Numerical Approach on the Combined Viscous And Coulomb Friction Motion," Mechanism and Machine Theory, Vol. 20, No. 3, pp. 171-185, 1985.
- 3) Aristides Gogoussis, Max Donath., "Coulomb Friction Joint and Drive Effects in Robot Mechanisms," Proc. of the 1987 Inter. conf. of robotics and Automation, pp. 828-836, IEEE, 1987.
- 4) Canudas, C., Astrom, K.J., Braun, K., "Adaptive Friction Compensation in DC Motor Drives," Proc. of the 1986 Inter. Conf. on Robotics and Automation, pp. 1352-1357, IEEE, 1986.
- 5) Kubo, T., Anwar, G. and Tomizuka, M., "Application of Nonlinear Friction Compensation to robot Arm Control," Proc. of the 1986 Inter. Conf. of Robotics and Automation, pp. 722-727, IEEE, 1986.
- 6) Walrath, C. D., "Adaptive Bearing Friction

Compensation Based on Recent Knowledge of Dynamic Friction," Automatica, Vol20, No.6, pp. 717-727, 1984.

7) Brian Armstrong., "Friction: Experimental Determination, Modeling and Compensation," Proc. of the 1988 Inter. conf. of robotics and automation, pp. 1422-1427, IEEE, 1988.

8) C. Canudas De Wit, P. Noel, A. Aubin, B. Brogliato, P. Drevet., "Adaptive Friction Compensation in Robot Manipulators :Low-Velocities," Proc. of the 1989 Inter. conf. of Robotics and Automation, pp. 1352-1357, IEEE, 1989.