

방진고무의 진동특성 해석 및 실험(I)

° 이 규 섭*, 이 상 업*, 유 춘 화*

(Test and Analysis for Dynamic Properties of Rubber Materials
for Vibration Isolation (I))

(Gyu-seop Lee, Sang-yub Lee, Chun-hwa Ryu)

1. 서 론

고무는 일반적으로 금속에 비하여 탄성변형이 매우 커 1000 % 정도의 연신률을 가지며 탄성률이 적다. 또한 형상을 자유로이 선정할 수 있고 형상을 변화시킴으로써 상하, 전후, 좌우의 3 방향으로 스프링 상수를 희망하는 수치로 설계할 수 있는 것이 장점이다. 또한 고무의 내부마찰은 금속스프링에 비하여 100배 이상 크므로 감쇠성이 양호하고 금속과의 접촉성이 좋아 일반적인 방진 마운트의 재료로 많이 사용되고 있다.

방진고무는 고무의 강도를 크게하기 위하여 가항을 한 가항 고무제품이 주를 이루며 프레스나 단조기 및 지진방지용 지지대등에 진동충격의 방지 및 완충을 목적으로 사용되고 있다.

그러나 고무의 동특성은 비선형성이 크기 때문에 이를 파악하기 위해서는 정확한 시험장치 및 방법이 요구되고 있다.

본고에서는 한국공업규격 (1.2) 에서 정하고 있는 고무의 시험방법 (공진법, 비공진법) 을 따라 고무의 탄성계수와 손실계수를 측정하고, 이 시험 방법에서 발생할 수 있는 시험오차 (시편의 질량효과, 비선형성)를 제시함으로써 이후 고무의 동특성 시험을 위한 procedure 의 제정에 도움이 되고자 한다.

2. 이론

2.1 방진고무의 정적 탄성계수

고무의 전단 탄성률 G 는 보통 10^8 N/m^2 정도 인 것에 비하여 체적 탄성률 B 는 10^{10} N/m^2 정도로 상대적으로 큰 값을 가지므로 포아송(poisson)의 비 ν 는

$$\nu = (3B-2G)/(6B+2G) \approx 1/2 \quad \text{--- (1)}$$

가 되며, 영률 (Young's modulus) E 는

$$E = 2(1+\nu)G \approx 3G \quad \text{--- (2)}$$

가 된다.

고무의 겉보기 탄성계수 \bar{E} 는 고무의 형상에 따라 변화하여, \bar{E} 는

$$E < \bar{E} < B \quad \text{--- (3)}$$

$$\bar{E} = E (1 + \beta s^2) \quad \text{--- (4)}$$

의 관계가 있다. 여기서 s 는 형상계수로서 고무의 하중을 받는 단면적을 자유단면적으로 나눈 값이며, β 는 고무의 화학적 성분에 의해 결정되는 상수이다.

예를들어 지름 d , 높이 l 인 원봉고무의 형상계수 s 는

$$s = d/4l \quad \text{--- (5)}$$

가 된다.

이러한 원봉 고무의 스프링 상수는 동적 변형이 미소하다고 가정하면

$$k = \bar{E} (A/l)$$

이 된다. 여기서 A 는 하중을 받는 고무의 단면적이다.

* 유니슨 산업 주식회사 부설 유니슨 기술연구소

2.2 고무의 복소탄성계수

점탄성 물질은 점성과 탄성, 즉 강성과 감쇠성을 함께 가지고 있기 때문에 변형으로 인해 갖게되는 에너지의 일부는 열 에너지등으로 발산된다. 점탄성 물질의 동특성은 종탄성계수 \bar{E} 와 손실계수 η 로 표현할 수 있다.

이 두인자는 복소 탄성계수 E^* 로 표현된다.

$$E^* = \bar{E} (1 + j\eta) \quad - (6)$$

고무의 동특성 해석을 위해 Fig. 1과 같은 진동계를 고려한다.

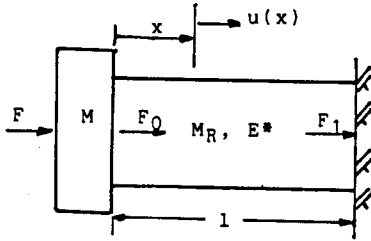


Fig. 1 고무스프링과 부가 질량 M으로 이루어진 진동계

이때 운동방정식은

$$E^*A u''(x) + \rho A \omega^2 u(x) = 0 \quad - (7)$$

$$\text{혹은 } u''(x) + (n^*/l)^2 u(x) = 0 \quad - (8)$$

가 된다. 여기서 $n^* = \omega (\rho/E^*)^{1/2}$ 이다.

운동방정식 (8)의 해는 경계조건에 따라 다음과 같이 구해진다.

$$\text{경우1) 경계조건 : } u(l)=0, u(0) = -\tilde{F}_0/E^*A$$

$$u(x) = \frac{\tilde{F}_0 l}{E^* n^* A} [\tan n^* \cos(n^* x/l) - \sin(n^* x/l)]$$

$$\frac{u(0)}{\tilde{F}} = \frac{l \tan n^*}{AE^* n^*} \quad - (9)$$

$$\text{경우2) 경계조건 : } u'(l) = -\frac{\tilde{F}_1}{E^* A}, u(l) = 0$$

$$u(x) = \frac{\tilde{F}_1 l}{E^* n^* A} \sin n^*(1 - x/l)$$

$$\frac{u(0)}{\tilde{F}_1} = \frac{l \sin n^*}{AE^* n^*} \quad - (10)$$

$$\text{경우3) 경계조건 : } u(l) = 0,$$

$$E^* A u'(0) = -\tilde{F} - \omega^2 M u(0)$$

$$u(x) = \frac{\tilde{F} l [\cos n^* \cos(n^* x/l) - \cos n^* \sin(n^* x/l)]}{E^* n^* A (\cos n^* - \gamma n^* \sin n^*)}$$

$$\frac{u(0)}{\tilde{F}} = \frac{l \sin n^*}{AE^* n^* (\cos n^* - \gamma n^* \sin n^*)} \quad (11)$$

여기서 $\gamma = M/M_R$ 이다.

3. 고무 시험방법 (KS M 6604, KS M 6665)

3.1 공진법

Fig.1의 진동계를 1 자유도계로 가정하고, 하중 \tilde{F} 와 $u(0)$ 를 측정하여 계의 Compliance를 구하면

$$|u(0)/\tilde{F}| = \frac{1/k}{[1 - (\omega/\omega_n)^2]^2 + (\eta\omega/\omega_n)^2} \quad (12)$$

가 된다.

Compliance Curve에서 구해진 고유진동수

$\omega_n (\approx \omega_d)$ 을 이용하여 스프링 상수 k 를 구하면

$$k = M \omega_n^2 \quad - (13)$$

이 되고 손실계수 η 는

$$\eta = 1/(k |u(0)/\tilde{F}|_{\max}) \quad - (14)$$

가 된다.

시편고무의 영률은 식(4)와 (6)을 이용하여

$$\bar{E} = 1k/A \quad - (15)$$

$$E = \bar{E}/(1+\beta s^2) \quad - (16)$$

이 된다.

3.2 비공진법

비공진법은 부가질량이 달리지 않은 고무시편에 대한 시험법으로

$$\tilde{F}_1/u(0) = |k^*| (\cos \delta + j \sin \delta)$$

$$= A\bar{E} (1 + j\eta)/1 \quad - (17)$$

의 관계를 이용하여, E 와 η 는

$$\bar{E} = 1/k^* \cos \delta / A \quad - (18)$$

$$E = 1/k^* \cos \delta / A(1+\beta s^2) \quad - (19)$$

$$\eta = \tan \delta \quad - (20)$$

가 된다.

3.3 연속체 모델을 이용한 시험

고무는 일반적으로 비선형성이 큰 재료로서 탄성계수나 손실계수등이 가진 주파수에 따라 변화한다. 그러므로 공진법에 의한 시험은 특정 주파수에 대한 물성치를 나타낼 뿐이며, 비공진법에 의한 시험은 고무시편 자체의 질량에 의한 영향을 고려하지 않기 때문에 고주파에서 큰 오차를 내게된다.

식 (10) 과 (11) 을 이용하면

$$\tilde{F} / \tilde{F}_1 = \cos n^* - \gamma n^* \sin n^* \quad - (21)$$

의 관계식을 얻을 수 있다.

$$n^* = p + jq \quad - (22)$$

로 놓으면

$$\text{Re}(\tilde{F}/\tilde{F}_1) = \cos p \cosh q - \gamma (p \sin p \cosh q - q \cos p \sinh q) \quad - (23)$$

$$\text{Im}(\tilde{F}/\tilde{F}_1) = \sin p \sinh q - \gamma (p \cos p \sinh q + q \sin p \cosh q) \quad - (24)$$

이 된다. 여기서

$$p = \omega l \{ \rho(D\omega+1)/2\bar{E} \}^{1/2} / D\omega$$

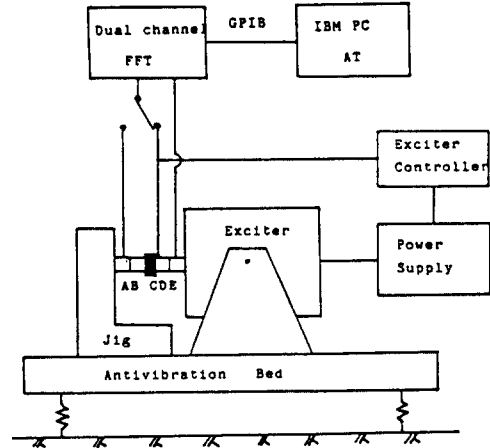
$$q = \omega l \{ \rho(D\omega-1)/2\bar{E} \}^{1/2} / D\omega$$

ω 는 가진주파수, ρ 는 고무의 밀도를 나타낸다.

식(23)와 (24)의 비선형 대수방정식을 풀면, 탄성계수와 손실계수를 구할 수 있다.

4. 시험 장치

시험장치는 Fig. 2와 같다.



A, D : Force transducer B : 고무시편
C : 부가질량 E : Accelerometer

Fig. 2 고무의 동특성 시험장치

시험장치는 3.15 Hz의 고유진동수를 갖는 3 ton 중량의 방진 Base 위에 설치되어 있으며, 시험에 사용된 장비의 사양은 Table 1과 같다.

Table 1 시험에 사용된 장비의 사양

장비명	제작사	사 양
Exciter System	B&K	Force : 1780 newton frequency: 0~100 kHz 4802(4817), 2708, 1050
Force Transducer	B&K	Force : -4 ~ 16 k newton frequency range : 20 kHz 8201
Accelerometer	B&K	frequency : 0.2~3500 Hz range : 10 ⁻⁶ ~80 g
FFT	B&K	Dual Channel 2034
Charge Amp.	B&K	sensitivity : 0.1 ~ 10.99 pC/m/sec ² , 2635

부가질량은 84.8 gram의 측정값을 갖는다.

시험에 사용된 고무시편은 내구성, 내온성이 좋은 Neoprene 합성고무를 이용한 일반 방진 고무를 사용하였다.

시편의 형상은 지름이 25mm 인 원통형으로 하였으며, 시편의 길이는 40mm, 30mm, 25mm, 20 mm로 각각 제작하여 형상계수를 달리하였다. 또한

duro 60 과 duro 40 의 두가지 재료로 시편을 제작하여 전체시험은 8 가지 시편으로 행하였다.

시편지수에 대한 오차는 0.4 % 이내로 시험오차에 큰 영향은 주지않고 있다.

시편의 밀도는 중량을 측정하여 결정하였으며, 2% 이내의 오차에서 duro 40의 시편은 1100kg/m³, duro 60 의 시편은 1350 kg/m³ 이다.

5. 시험결과 및 고찰

5.1 공진법에 의한 시험결과

공진법에 의해 결정된 각 시편의 탄성계수와 손실계수는 Table 2 와 같다.

Table 2. 공진법에 의해 결정된 시편의 탄성계수 \bar{E} 와 손실계수 η

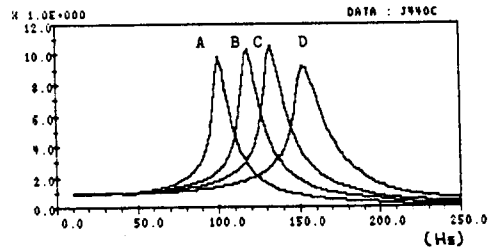
시편	시편길이 l (m)	스프링상수 k(10 ⁶ N/m)	탄성계수 \bar{E} (10 ⁹ N/m ²)	손실계수 η
duro 40	0.04	3.347	2.727	0.102
	0.03	4.660	2.848	0.097
	0.025	5.831	2.970	0.095
	0.02	7.732	3.150	0.108
duro 60	0.04	11.578	9.434	0.176
	0.03	16.197	9.899	0.198
	0.025	20.916	10.653	0.181
	0.02	28.534	11.626	0.194

Table 2의 결과를 이용하여 Young's modulus E 와 상수 β 를 최소 자승법으로 결정하면 Table 3 과 같다.

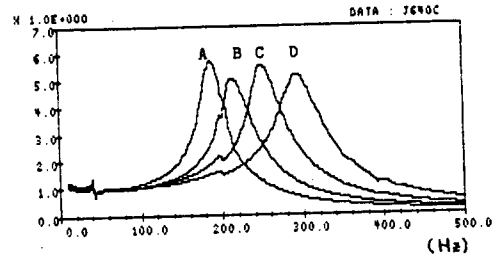
Table 3. 최소자승법으로 결정한 Young's modulus E 와 상수 β

시편	E (x10 ⁹ N/m ²)	β	최대오차(%)
duro 80	2.595	2.222	6.2
duro 60	8.660	3.527	6.5

공진법 시험으로 얻은 Compliance curve 는 Fig 3 - (a) 및 (b)와 같다.



(a) duro 40

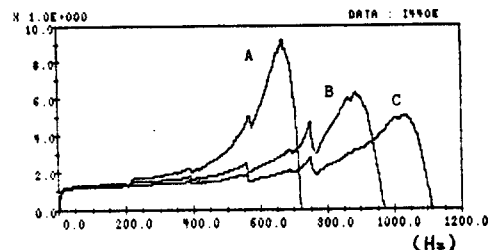


(b) duro 60

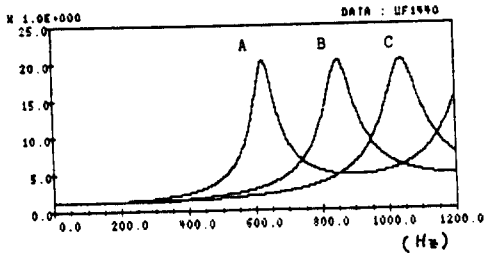
Fig. 3 공진법 시험으로 얻은 Compliance curve
A: 40 mm, B: 30 mm, C: 25 mm, D: 20 mm

5.2 비공진법에 의한 시험결과

비공진법에 의한 시험결과는 Fig. 4 - (a) 와 같다. Fig. 4 - (a) 에서 주파수가 증가함에 따라 E 가 계속 증가하고 있는데, 이것은 고무시편의 질량효과인 것으로 보인다. 이를 확인하기 위하여 식 (10) 의 연속체 모델식을 사용하여 simulation 한 그림이 Fig. 4 - (b) 이다. Fig. 4의 시험결과와 simulation 결과의 peak 점을 비교하면 Table. 4 와 같다. 시편은 duro 40 에 길이는 각각 40 mm, 30 mm, 25 mm 이다.



a) 비공진법 시험 결과



b) Simulation 결과

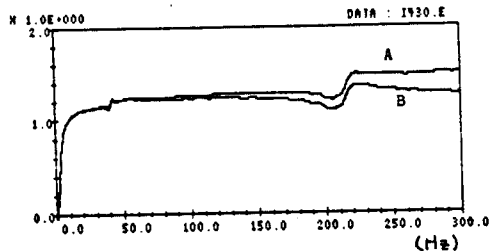
Fig.4 비공진법 시험 결과와 연속체 모델의 Simulation에 의해 얻어진 탄성계수비 (duro 40, A: 40mm, B: 30mm, C: 25mm)

Table 4 비공진법에 의한 시험결과와 Simulation 결과에서 나타나는 탄성계수비의 peak점

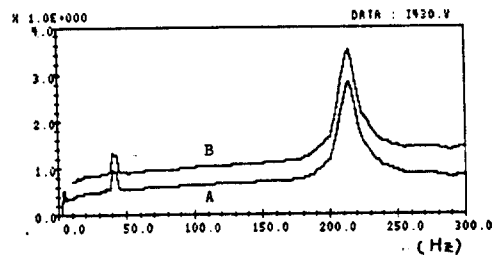
시편길이 duro 40 l (mm)	시험결과	Simulation
	peak점 (Hz)	peak점 (Hz)
40	670	626
30	888	850
25	1034	1040

Simulation은 공진법에서 구한 탄성계수와 손실계수를 사용하였다.

비공진법의 결과와 식(11)의 연속체 모델로 고무시편의 질량효과를 고려한 결과를 비교해 보면, 고무시편의 질량효과가 측정된 탄성계수와 손실계수에 미치는 영향은 Fig.5와 같이 탄성계수는 주파수가 증가함에 따라 점차로 과대평가되고, 손실계수는 과소평가되고 있다. 그림에서 40 Hz 부근과 240 Hz 부근의 peak는 Jig의 mobility에 의한 실험오차이다. 측정 data에 일관성을 주기 위해, 공진법으로 사용하였을 때의 공진점에서 비공진법과 연속체의 모델로 질량효과를 고려한 결과를 비교해 보면 Table 5와 같다.



a) 탄성계수비



b) 손실계수비

Fig.5 비공진법 시험결과에서 나타나는 시편의 질량효과 (duro 40, l = 30mm)

Table 5. 비공진법과 연속체 모델로 질량효과를 고려한 경우의 탄성계수비와 손실계수비

시편	공진점 (Hz)	비공진법		연속체 모델	
		탄성계수비	손실계수비	탄성계수비	손실계수비
duro 40	40	1.23	0.74	1.07	0.80
	30	1.22	0.75	1.05	0.82
	25	1.13	1.02	1.06	0.90
	20	1.17	1.05	1.05	0.86
	40	1.26	0.90	1.10	0.86
duro 60	30	1.25	1.55	1.08	0.78
	25	1.24	1.01	1.07	0.81
	20	1.12	0.95	1.05	0.89

여기서 탄성계수비와 손실계수비는 공진법으로 구한 탄성계수와 손실계수에 대한 비이다.

Table 5에서 공진법으로 시험한 경우 탄성계수는 100 - 300 Hz 범위에서 10 - 25% 과대평가됨을 알 수 있다.

연속체 모델에서 탄성계수가 10% 이내로 과대평가된 것은 고무가 hardening spring 인 것을 고려하면 비선형 특성에 의해 발생하는 것으로 생각된다. 손실계수도 연속체 모델을 사용한 경우 다소 과소평가되고 있지만 10% 이내의 오차를 갖고 있으며, 비공진법을 사용한 경우 손실계수비의 오차 크음을 알 수 있다.

6. 결 론

1. 공진법을 사용하여 고무시편의 탄성계수와 손실계수를 구하여, 고무의 Young's modulus E와 고무상수 β 를 6% 이내의 오차에서 구할 수 있었다.
2. 비공진법으로 시험할 경우 고무시편의 질량효과로 고무의 탄성계수는 과대평가 된다.
3. 연속계 모델로 해석할 경우 비공진법에서 발생하는 질량효과를 없앨 수 있다.

참고 문헌

1. KS M 6604-1985, "방진고무 시험방법"
2. KS M 6665, "방진고무 재료의 동적성능시험 방법"
3. J.C. Snowdon, Vibration & Shock in Damped Mechanical Systems, John Wiley & Sons
4. J.C. Snowdon, "Longitudinal Vibration of Internally Damped Rods," JASA, Vol.36, No.3, 1965, pp.502-510.
5. J.C. Snowdon, "Occurrence of Wave effects in Rubber Antivibration Mountings," JASA, Vol. 37, NO.6, 1965, pp.1027-1032.
6. J.C. Snowdon, "Reduction of the Longitudinal Vibration of Internally Damped Rods having Finite Termination Impedance," JASA, Vol.46, No.5, 1969, pp.1203-1212.
7. H. Tohara, et al, 방진고무, 사단법인 일본 철도 자량 공업회, 1975.
8. ANSI S 2.9-1976, "Nomenclature for specifying Damping Properties of Materials".
9. ANSI/ASTM D2231-71, "Standard Recommended Practice for Rubber Properties in Forced Vibration".