

비연속시스템 제어를 위한 Safe Petri Net에 기초로한  
제어기의 구성에 관한 연구

황 창 선 · 이 재 만

부산대학교 공과대학 전기공학과

A Study on Controller Design Based on Safe Petri Net  
for Discrete System Control

Chang-Sun Hwang · Jae-Man Lee

Dept. of Electrical Engineering

Pusan National University

ABSTRACT

This paper deals with the design technique of the controller for the discrete system control using Extended Safe Petri Net which is deduced from Petri Net as its subclass with a specific constraint and which is introduced to develop the design and analysis for the discrete systems. First, we propose a construction matrix suitable for the discrete systems that represent the marking flows which are the dynamic behavior of the discrete systems. Next, we develop a method that can design the controller for the discrete system control by analyzing the proposed construction matrix into the incidence matrix of Extended Safe Petri Net. Finally, the validity of the proposed method is shown by using the incidence matrix and matrix equation of Extended Safe Petri Net model.

1. 서론

비연속시스템(시펜스제어시스템)이 비동기성, 병렬성, 경합 등의 성질을 갖는 condition-event system[1-6]인 것에 착안하여 비동기 병렬시스템의 동작모델인 페트리 넷(Petri Net)의 부분집합인 세이프 페트리 넷(Safe Petri Net)에 구성요소와 제어기능을 확장한 모델인 확장 세이프 페트리 넷트(Extended Safe Petri Net, 이하 ESPN)[2]를 도입하여 비연속시스템의 동작을 표현하는 마킹(marking)의 흐름을 이용하여 비연속시스템제어를 위한 제어기를 구성하는 기법을 개발한다.

본 논문에서는 비연속시스템제어를 위한 제어기를 ESPN로서 구성하기 위하여 비연속시스템의 동작을 마킹상태의 흐름을 처리순서로 생각하여 표현하는 구성행렬을 제시하고, 이 제시된 구성행렬에서 ESPN의 접속행렬을 유도함으로서 비연속시스템제어를 위한 제어기를 구성하는 기법을 제안한다. 이렇게 하여 설계된 비연속시스템의 ESPN모델의 동작흐름의 검증을 하기위하여 ESPN모델의 접속행렬과 상태천이행렬방정식을 이용하여 설계기법[6]의 타당성을 보인다.

## 2. 확장 세이프 페트리 넷트

페트리 넷트의 부분집합인 세이프 페트리 넷트에 구성원소와 제어기능을 확장한 모델인 ESPN은 다음과 같이 정의되며 8개의 원소로 구성된다.

$$ESPN = (P, T, I, O, A, G_I, G_P, M)$$

$P = \{p_1, p_2, \dots, p_m\}$  는 플레이스(place)의 집합

$T = \{t_1, t_2, \dots, t_n\}$ 는 트랜지션(transition)의 집합

$I : P \rightarrow T$ , 입력함수

$O : T \rightarrow P$ , 출력함수

$A$  : 아크(arc)의 집합

$G_I$ : 금지아크(inhibitor arc)의 집합

$G_P$ : 허가아크(permissive arc)의 집합

$M : P \rightarrow \{0, 1\}$ , 마킹함수(mark function)

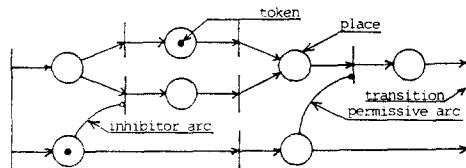


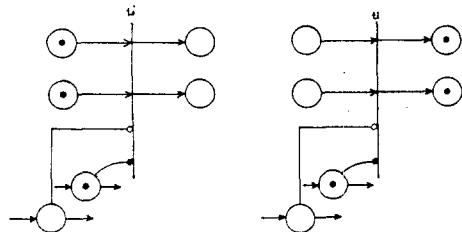
그림 1 확장 세이프 페트리 넷트

Fig.1 Extended Safe Petri Net

### <ESPN의 발화법칙>

다음 조건 모두를 만족하면 트랜지션  $t_i$ 는 발화 가능하다. [2,6]

- (1) 트랜지션  $t_i$ 와 연결된 입력 플레이스 모두에 토큰(token)이 존재할 것.
- (2) 트랜지션  $t_i$ 와 연결된 출력 플레이스 모두에 토큰이 없을 것.
- (3) 트랜지션  $t_i$ 와 허가아크로 연결된 입력 플레이스 모두에 토큰이 존재할 것.
- (4) 트랜지션  $t_i$ 와 금지아크로 연결된 입력 플레이스 모두에 토큰이 없을 것.



(a) Before firing

(b) After firing

그림 2 트랜지션의 발화

Fig.2 Firing of Transition

## 3. 확장 세이프 페트리 넷트에 의한 제어기의 구성법

비연속시스템의 동작이란 ESPN상에서는 마킹상태의 변화라고 볼 수 있다. 즉 마킹의 상태가 그 시스템의 상태를 나타내고, 그 상태에서 트랜지션의 발화에 의한 마킹상태의 변화가 그 시스템의 동작을 표시한다. 그러므로 ESPN의 모델링이란 원하는 마킹의 흐름을 나타낼 수 있는 ESPN모델을 구성하는 것이다.

### 3-1. 구성행렬의 구성법

ESPN에 있어서 마킹의 흐름, 즉 마킹상태의 변화를 표시하는 행렬을 구성행렬이라 정의하고 다음 순서에 의하여 구성한다.

- (1) 플레이스에 대응하는 행과 트랜지션에 대응하는 열로서 구성행렬을 구성한다.
- (2) 원하는 시스템의 동작, 즉 조건을 플레이스에 할당한다
- (3) 원하는 시스템의 동작 흐름을 마킹상태의 변화로 만들 어 그 순서대로 열에 따라 나열한다.
- (4) 각 마킹의 열 위의 트랜지션은 다음 마킹상태로의 발화를 나타낸다.
- (5) 구성행렬의 요소  $C(i,j)$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$C(i,j) = \begin{cases} 1 & : \text{플레이스 } P_i \text{와 트랜지션 } t_j \text{가 연결됨.} \\ 0 & : \text{플레이스 } P_i \text{와 트랜지션 } t_j \text{가 연결 안됨.} \end{cases}$$

Place	Transition			
	$t_1$	$t_2$	$t_3$	.....
$p_0$	1	0	0	.....
$p_1$	0	1	0	.....
$p_2$	0	1	0	.....
.	0	0	1	.....
.	.	.	.	
.	.	.	.	

그림 3 구성행렬

Fig.3 construction matrix

## 2) 구성행렬에서 $B^-$ 행렬을 구하는 방법

### (a) 허가아크와 금지아크를 사용하지 않는 경우

구성행렬에서  $B^-$ 행렬을 구하는 방법은 다음 표 2를 이용하여 구성할 수 있다.

표 2 구성행렬에서  $B^-$ 행렬을 구하는 변환표

Table 2 Transform table for finding  $B^-$ matrix from construction matrix.

구성행렬의 i행		$B^-(i,j) \mid i=1,2,\dots$
j	$j+1$	
0	0	0
0	1	0
1	0	1
1	1	0

표 2의 의미는 구성행렬의 i행의 j번째 열이 '1'이고  $j+1$ 번째 열이 '0'이면  $B^-(i,j)$ 원소는 '1'이고 그렇지 않으면 '0'임을 나타낸다.

## 3-2. 구성행렬에 의한 ESPN의 구성법

구성행렬에 의해서 ESPN모델을 구성하려면 먼저 트랜지션에 대한 플레이서의 입출력을 나타내는 ESPN의 접속행렬  $B$ 을 구하기 위한  $B^+$ 행렬과  $B^-$ 행렬을 구하여야 한다.

### 1) 구성행렬에서 $B^+$ 행렬을 구하는 방법

구성행렬에서  $B^+$ 행렬을 구하는 방법은 다음 표 1를 이용하여 구성할 수 있다.

표 1 구성행렬에서  $B^+$ 행렬을 구하는 변환표

Table 1 Transform table for finding  $B^+$ matrix from construction matrix.

구성행렬의 i행		$B^+(i,j) \mid i=1,2,\dots$
j	$j+1$	
0	0	0
0	1	1
1	0	0
1	1	0

표 1의 의미는 구성행렬의 i행의 j번째 열이 '0'이고  $j+1$ 번째 열이 '1'이면  $B^+(i,j)$ 원소는 '1'이고 그외는 모두 '0'임을 나타낸다.

허가아크와 금지아크는 어떤 조건(허가아크인 경우는 발화법칙(3), 금지아크인 경우는 발화법칙(4))이 만족될 때만 트랜지션을 발화 가능하게 한다. 즉 플레이스  $p_i$ 에서 트랜지션이 발화하여 플레이스  $p_j$ 로 토큰이 이동할 때 허가아크인 경우는 어떤 특정 플레이스  $p_k$ 에 토큰이 존재하여야 하고 금지아크인 경우는 어떤 특정 플레이스  $p_k$ 에 토큰이 없어야 하므로 각각의 경우 다음과 같은 표기를 사용한다. 만약 플레이스  $p_j$ 가 있고 발화하는 트랜지션이 싱크트랜지션(sink transition)이면  $p_j$  대신 0으로 표기한다.

$$\text{허가아크인 경우: } p_i \xrightarrow{*} p_j, \quad p_i \xrightarrow{*} 0$$

$$\text{금지아크인 경우: } p_i \xrightarrow{*} p_j, \quad p_i \xrightarrow{*} 0$$

허가아크와 금지아크를 사용하는 경우 구성행렬에서 B-행렬을 구하는 방법은 다음의 순서에 의해 구성한다.

(1) 구성행렬을 구성하고 허가아크와 금지아크의 단서

$$P_i^k \rightarrow P_j, P_i \rightarrow P_j^k$$

$P_i$  를  $P_j$ ,  $P_i$  를  $P_j^k$  를 병기한다.

(2) 구성행렬에서 표 1에 의해서  $B^+$ 행렬과 표 2에 의해서  $B^-$ 행렬을 구하고 접속행렬  $B$ 를 구한다.

(3) 접속행렬  $B$ 에서 (1)의 단서를 만족하는  $B^-$ 행렬을 구하기 위하여  $P_i$ 와  $P_j$ 가 트렌지션  $t_i$ 로서 연결되어 있으면 (2)에서 구한  $B^-$ 행렬의  $B^{-(k,i)}$ 요소의 '0' 대신 허가아크인 경우는 'P'를, 금지아크인 경우는 'I'를 기입하여  $B^-$ 행렬을 구성한다.

3) 중복마킹흐름에 대한  $B^+$ 행렬,  $B^-$ 행렬 및 접속행렬  $B$ 의 구성법

앞에서 설명한 바와 같이 구성행렬을 구성하여 이 구성행렬에서  $B^+$ 행렬과  $B^-$ 행렬을 구하여 접속행렬  $B$ 를 구하였다. 이와 같이 구성한 B행렬의 각 열을 비교하여 보면 열이 중복되는 경우가 있다. 이 중복되는 열의 트렌지션들은 동일한 트렌지션이므로 중복 열의 트렌지션의 첫번째 발생트렌지션만 남겨두고 나머지는 제거하여  $B^+$ 행렬,  $B^-$ 행렬 및 접속행렬  $B$ 를 다시 구성하여야 한다.

### 3-3. ESPN에 의한 제어기의 구성법

비연속시스템제어를 위한 제어기를 ESPN로서 구성하기 위하여 마킹상태의 흐름을 처리순서로 생각하여 비연속시스템의 동작을 표현하는 구성행렬을 도입한다. 이 구성행렬에서 ESPN의 접속행렬을 유도해내므로 비연속시스템제어를 위한 제어기를 구성하는 기법을 개발한다. 원하는 마킹의 흐름을 나타낼 수 있는 제어기의 ESPN모델을 구성하는 알고리즘은 다음과 같다.

step 1 : 구성행렬을 구성하고 허가아크와 금지아크의 단서를 병기한다.

step 2 : 구성행렬에서  $B^+$ 행렬과  $B^-$ 행렬을 구하여 접속행렬  $B$ 를 구한다.

step 3 : 접속행렬  $B$ 의 각열을 비교하여 같은 열이 중복되어 있는지를 조사한다.

step 4 : 접속행렬  $B$ 의 열이 중복되는 경우 이 중복 열의 트렌지션들은 동일한 트렌지션이므로 중복열의 트렌지션의 첫번째 발생트렌지션만 남겨두고 나머지는 제거하여  $B^+$ 행렬,  $B^-$ 행렬 및  $B$ 행렬을 수정하여 구성한다.

step 5 : 허가아크와 금지아크를 사용하는 경우 접속행렬  $B$ 를 고찰하여 3-2의 2)(b)에서 기술한 알고리즘에 의하여  $B^-$ 행렬을 수정하여 구성한다.

step 6 : 위에서 구하는  $B^+$ 행렬과  $B^-$ 행렬에 의하여 ESPN 모델을 구성한다.

step 7 : 구성된 ESPN모델의 접속행렬과 상태추이행렬방정식에 의한 해석알고리즘을 이용하여 시뮬레이션에 의해 구성법의 타당성을 확인한다.

### 4. 실행예

구성행렬에서 ESPN모델의 구성과정을 단계별로 나타내고 그 ESPN모델을 step 6에 나타내었다. 본 논문에서 개발한 구성법에 의해서 구성된 ESPN의 동작을 확인하기 위하여 시뮬레이션(Simulation)을 행한 결과 step 7에서 구성행렬을 만족시키고 있음을 확인할 수 있었다.

#### Step 1 :

Pl. Tr.:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
1	:	1	0	0	0	0	0	0	0	0	p2
2	:	0	1	0	1	1	1	0	0	0	p5, p7 ----> 0
3	:	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0, p2, p3
4	:	0	0	1	1	0	0	0	1	0	p5, p7 ----> p1
5	:	0	0	1	1	1	0	1	1	0	
6	:	0	0	0	0	1	0	0	0	1	
7	:	0	0	0	0	0	1	0	0	0	



- [1] J.L.Peterson : Petri Net Theory and the Modelling of Systems, Prentice-Hall (1981).
- [2] Kensuke Hasegawa, Koji Takahashi, Ryosuke Masuda and Hidemine Ohno : "Proposal of Mark Flow Graph for Discrete System Control ", Trans. of the Society of Instrument and Control Engineers, 20-2, 22/128(1984).
- [3] Kouji Takahashi, Kensuke Hasegawa and Zbigniew Banaszak : " A Synthesis Method for Petri Net with Prescribed Firing Sequence ", Trans. of the Society of Instrument and Control Engineers, 21-3, 65/71 (1985).
- [4] Wolfgang Reisig : Petri Nets, Springer Verlag(1985).
- [5] Tadao Murata : " Petri Net : Properties , Analysis and Applications," Proc. IEEE, 77-4, 541/580 (1989).
- [6] Chang-Sun Hwang and Jae-Man Lee : " Analysis of Matrix Equation Based on Petri Net for Discrete System Control ", Proc. of SICE, Tokyo, 693/696 (1990).