

$$I_i(t) = \alpha I_i(t-1) + \beta \sum_j T_{ij} O_j(t)$$

$$O_i(t) = S(O_i(t))$$

$$S(x) = 1/(1 + e^{-\gamma x})$$

<그림 2> 수정된 self-feedback이 있는 홉필드 신경회로망

위 수정된 모델의 에너지 함수 E는 다음과 같다.

$$E = -1/2 \sum_i \sum_j T_{ij} O_j(t) + I_i(t-1) O_i(t)$$

수정된 모델의 VLSI 구현을 위한 블록도는 <그림 1>에 나타난다.

3. Area Complexity를 개선한 Layer Assignment 신경회로망

1장에서 언급한 기존의 Layer Assignment 신경회로망은 각 net마다 net가 배정될 layer를 의미하는 노드가 존재한다. 가령 net의 수가 N이고 layer의 수가 L이라면, net i가 a번 layer에 배정되는 경우 $O_{i,1} \dots O_{i,L}$ 의 노드 중에서 $O_{i,a}$ 노드만이 1로, 나머지 $O_{i,1} \dots O_{i,a-1}, O_{i,a+1} \dots O_{i,L}$ 노드는 0으로 출력된다. 따라서 이 신경회로망의 노드의 갯수는 $N \times L$ 개의 노드로 구성되어 area complexity는 $O(N^2 L^2)$ 이다. (N : net의 수, L : layer의 수, i : net index, a : layer index)

Area complexity를 개선한 layer assignment 신경회로망은 다음과 같이 기술하여 신경회로망을 구성한다.

- (1) 각 net마다 net가 배정될 layer 번호를 2진수로 표현한다. 이 출력 형태는 기존의 layer assignment 신경회로망의 출력이 인코딩된 형태이다. 그러나, 노드들 사이의 상호 작용을 위하여 출력은 1과 -1로 한다.
- (2) 서로 교차되는 net는 서로 다른 layer에 배정한다. net 사이의 교차상태는 intersection matrix C로 표현한다.
- (3) 각 net는 오직 하나의 layer에 배정된다.
- (4) 각 net가 배정되는 layer는 L개 이하이다. 즉, 신경회로망의 layer 번호 출력은 0 ... L-1이내 이어야 한다.

위의 문제를 만족하는 에너지 함수는 4가지 항으로 구성된다.

$$E_{DLA} = E_1 + E_2 + E_3 + E_4$$

$$E_1 = k_1 \sum_{ij} \sum_{kl} C_{ij} O_{ik} O_{jl}$$

$$E_2 = k_2 \{ M - \sum_{ik} (O_{ik})^2 \}$$

$$E_3 = k_3 \{ M - \sum O_{ik} \}$$

$$E_4 = k_4 \sum \{ \sum 2^{k-1} (O_{ik} + 1) - L \}$$

(N : net의 수, L : layer의 수, M = log L, i, j : net index, k, l : layer index, O_{ik} : 노드 출력).

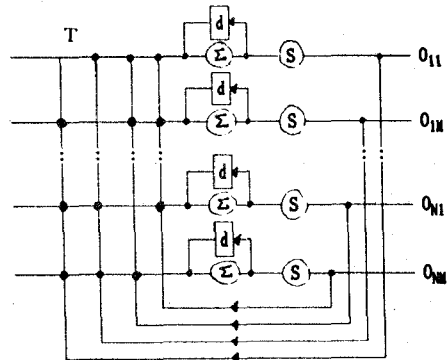
첫번째 항 E_1 은 교차되는 net가 서로 같은 layer에 배정되면 최대값이 된다. 두번째 항 E_2 는 교차되지 않는 net는 반드시 다른 layer에 배정될 필요가 없음을 의미한다. 세번째 항 E_3 은 각 net는 오직 하나의 layer에 배정되면 최소화된다. 또한 네번째 항 E_4 은 모든 net가 총 L개의 layer에 배정될 때 최소화된다.

위의 에너지 함수 E_{DLA} 를 2장에 기술한 수정된 모델의 일반 에너지 함수와 비교하여 weight를 구하면 다음과 같다.

$$T_{ij}^{kl} = -k_{ij}(1-\delta_{ij}) + k_2 \delta_{kl} + k_3 - k_4 2^{k-1}$$

(C : intersection matrix, i, j : net index, k, l : layer index, k_1, k_2, k_3, k_4 : 상수)

문제 기술 (1)에 의하여 area complexity가 개선된 layer assignment 신경회로망은 $N \times \log L$ 개의 노드로 구성된 크기 $O(N^2 (\log L)^2)$ 의 신경회로망이 된다. 따라서 area complexity는 $O((\log L / L)^2)$ 로 개선된다. 위 신경회로망의 구성도는 <그림 3>에 나타난다.



<그림 3> 개선된 layer assignment 신경회로망 (M = log L)

4. 실험 및 결과

실험은 PS/2 model 55에서 시뮬레이션 하였다. 2장의 $\alpha = 1, \beta = 0.2$, sigmoid 함수의 기울기 $\gamma = 2$ 를, 그리고 3장에서 기술한 weight의 상수 k_1, k_2, k_3, k_4 는 실험적으로 $k_1 = k_3 = 10, k_2 = 1, k_4 = 5$ 를 사용하였을 때 가장 좋은 결과를 보였다. 최적으로 layer를 배정하는 성공율은 50 - 75%이며 layer 배정에 실패하는 이유는 local minima때문으로 이의 해결을 위한 연구가 요청된다.

<표 1>은 net의 수가 3, layer의 수가 3일 때와 net의 수가 10, layer의 수가 4일 때의 실험 결과이다.

5. 논의

홉필드 신경회로망을 VLSI로 구현함에 있어서 신경회로망의 크기를 줄이기 위한 연구를 layer assignment 문제에 적용하여 보았다. Layer assignment 문제에서는 area complexity를 $O((\log L / L)^2)$ 만큼으로 개선하였으며, 이를 다른 NP-Complete 문제에 적용할 때에는 3장에서 기술한 에너지 함수 E_{DLA} 를 새로운 응용에 맞도록 약간 수정하면 된다. 사용한 신경회로망의 모델은 진동을 방지하기 위하여 개선한 self-feedback을 갖는 수정된 홉필드 모델을 사용하여 신경회로망의 진동을 없앴다.

차후 연구로 실험에 의존하여 결정하던 상수 값을 분석하여 규칙에 의하여 결정하는 연구와 신경회로망이 local minima에 빠지는 문제를 해결하기 위한 연구를 진행하고 있다.

6. 참고도서

[1] E. D. Dahl, "Neural Network Alogorithm for an NP-Complete Problem : Map and Graph Coloring", International Conference on Neural Networks, California, June 21-24, 1987, pp III-113 - III-120.
 [2] S. U. Hegde, J. L. Sweet and W. B. Levy, "Determination of Parameters in a Hopfield/Tank Computational Network", International Conference on Neural Networks, San Diego, California, July 24-27, 1988, pp II-291 - II-298.
 [3] D. W. Tank and J. J. Hopfield, "Simple Neural Optimization Networks : An A/D Converter, Signal Decision Circuit, and a Linear Programming Circuit", IEEE Transactions on Circuits and Systems, Syracuse, Aug. 1987, pp 301 - 304.
 [4] C. H. Lee, "Multilayer Routing Problem", Proppress in Computer Aided VLSI Design, Vol. 2, ed. G. Zobrist, Ablex Publishing, New Jersey, 1989.

<표 1> 실험결과

# of nets	# of layers	intersection matrix	final layer assignment	hit ratio, and running time																																																																																																																																																										
3	3	<table border="1"> <tr><td>N</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>2</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> </table>	N	0	1	2	0	1	1	1	1	1	1	1	2	1	1	1	<table border="1"> <tr><td>out</td><td>01</td><td>02</td></tr> <tr><td>net 0</td><td>1</td><td>-1</td></tr> <tr><td>net 1</td><td>-1</td><td>1</td></tr> <tr><td>net 2</td><td>-1</td><td>-1</td></tr> </table>	out	01	02	net 0	1	-1	net 1	-1	1	net 2	-1	-1	hit ratio: 0.715 running time: 0.06sec																																																																																																																														
N	0	1	2																																																																																																																																																											
0	1	1	1																																																																																																																																																											
1	1	1	1																																																																																																																																																											
2	1	1	1																																																																																																																																																											
out	01	02																																																																																																																																																												
net 0	1	-1																																																																																																																																																												
net 1	-1	1																																																																																																																																																												
net 2	-1	-1																																																																																																																																																												
10	4	<table border="1"> <tr><td>N</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>2</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>3</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>4</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>5</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>6</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>7</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>8</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>9</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> </table>	N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	2	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	3	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	4	0	1	1	1	1	0	1	1	0	0	5	1	1	0	0	0	1	1	0	1	1	6	0	1	0	0	1	1	1	1	1	0	7	0	0	0	0	1	0	1	1	1	0	8	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	9	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	<table border="1"> <tr><td>out</td><td>01</td><td>02</td></tr> <tr><td>net 0</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>net 1</td><td>-1</td><td>1</td></tr> <tr><td>net 2</td><td>-1</td><td>-1</td></tr> <tr><td>net 3</td><td>1</td><td>-1</td></tr> <tr><td>net 4</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>net 5</td><td>-1</td><td>-1</td></tr> <tr><td>net 6</td><td>1</td><td>-1</td></tr> <tr><td>net 7</td><td>-1</td><td>-1</td></tr> <tr><td>net 8</td><td>-1</td><td>1</td></tr> <tr><td>net 9</td><td>1</td><td>-1</td></tr> </table>	out	01	02	net 0	1	1	net 1	-1	1	net 2	-1	-1	net 3	1	-1	net 4	1	1	net 5	-1	-1	net 6	1	-1	net 7	-1	-1	net 8	-1	1	net 9	1	-1	hit ratio: 0.612 running time: 0.29sec
N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9																																																																																																																																																				
0	1	1	0	0	0	1	0	0	1	1																																																																																																																																																				
1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0																																																																																																																																																				
2	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0																																																																																																																																																				
3	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0																																																																																																																																																				
4	0	1	1	1	1	0	1	1	0	0																																																																																																																																																				
5	1	1	0	0	0	1	1	0	1	1																																																																																																																																																				
6	0	1	0	0	1	1	1	1	1	0																																																																																																																																																				
7	0	0	0	0	1	0	1	1	1	0																																																																																																																																																				
8	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1																																																																																																																																																				
9	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1																																																																																																																																																				
out	01	02																																																																																																																																																												
net 0	1	1																																																																																																																																																												
net 1	-1	1																																																																																																																																																												
net 2	-1	-1																																																																																																																																																												
net 3	1	-1																																																																																																																																																												
net 4	1	1																																																																																																																																																												
net 5	-1	-1																																																																																																																																																												
net 6	1	-1																																																																																																																																																												
net 7	-1	-1																																																																																																																																																												
net 8	-1	1																																																																																																																																																												
net 9	1	-1																																																																																																																																																												