

비균일 선형 전송선로에 관한 연구

^o 홍성용*, 김세윤**, 나정응*

*한국과학기술원, **한국과학기술연구원

A Study on Nonuniform Transmission Lines with Linear Taper

Sung Yong Hong*, Se Yun Kim**, Jung Woong Ra*

*KAIST, **KIST

ABSTRACT

Comparison between two approaches for analysis of nonuniform transmission line with linear taper is presented. The input impedance evaluated analytically for tapered angle 2° is deviated about 2.5% from that of numerical approach. The validity of our analytic method is illustrated physically.

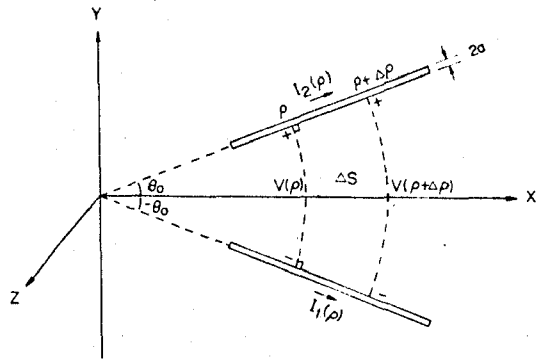


그림 1. 선형 테이퍼된 비균일 전송선

I. 서론

비균일 전송선로를 이용하여 정합회로, 필터 및 공진기를 설계할 경우 주파수 대역이 넓어지고, 길이가 짧아지는 장점이 있다[1]. 또한 최근들어 전자기기의 사용이 증가함에 따라 불요 전자파로 인한 기기의 오동작 방지에 큰 관심이 집중되고 있다. 이를 위하여 불요 전자파의 대표적인 통로가 되는 전송선로를 해석하는 것이 중요하게 된다[2].

최근 전송선의 단면 형태가 선로 진행 방향으로 비균일한 전송선 중 가장 기본적인 구조로서, 입의외 각도로 벌어진 두 도선으로 이루어진 전송 선로에 대한 비균일 전송선 방정식을 TEM 모드에 대해 정확히 유도 하였다[3].

본 논문에서는 이러한 새로운 해석 방법으로 구한 입력 임피던스와 기존의 비균일 전송선의 해석 방법[4,5]으로 구한 입력 임피던스를 비교 검토하였으며, 특히 새로운 해석 방법의 결과가 옳다는 것을 물리적인 개념으로 설명하였다.

II. 새로운 비균일 전송선 해석방법

그림 1과 같이 반경이 a 인 두 도선이 서로 $2\theta_0$ 의 각을 이루며 $z=0$ 인 평면에 놓여 있다고 하자. 이때 도선의 반경 a 는 두 도선간의 간격에 비해 매우 작고, 두 도선의 간격도 외부에서 오는 입사파의 파장에 비해 매우 작다고 한다. 여기서 입사파는 $e^{j\omega t}$ 의 시간변화를 갖는다고 하자. 이러한 경우 TEM 모드만이 전송 된다.

특히 비균일 전송선의 입력 임피던스는 외부의 전자파와는 관계 없으므로 입사 자계와 입사 전계를 0으로 두고, 편위상 두 도선의 도전율을 무한대로 가정하면 전송선 방정식은 다음과 같이 간단히 쓸 수 있다[3].

$$\frac{\partial V(\rho)}{\partial \rho} + j\omega\Phi(\rho) = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial \Phi(\rho)}{\partial \rho} - \frac{\Phi(\rho)}{\rho} - \frac{k^2}{j\omega}V(\rho) = 0 \tag{2}$$

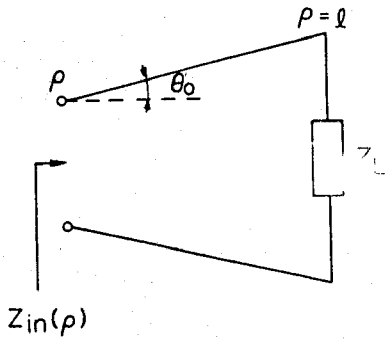


그림 2. 비균일 전송선의 입력 임피던스

여기서 $\Phi(p)$ 는 자속과 같은 의미로 다음과 같이 정의한다.

$$\Phi(p) = L(p)I(p) \quad (3)$$

그림 2와 같이 $p=l$ 의 위치에 부하 Z_L 이 있을 경우 p 에서의 임피던스 $Z_{in}(p)$ 는 식 (1)과 (2)로부터 $V(p)$ 와 $I(p)$ 를 구하여 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$Z_{in}(p) = \frac{V(p)}{I(p)} = \frac{\omega L(p)}{jk} \frac{\Gamma H_1^{(1)}(kp) + H_1^{(2)}(kp)}{\Gamma H_0^{(1)}(kp) + H_0^{(2)}(kp)} \quad (4)$$

식 (4)에서 $p=l$ 에서 바라본 입력 임피던스 $Z_{in}(l)$ 은 Z_L 과 같아야 하므로, 따라서 이러한 관계를 이용하여 Γ 를 구하면 다음과 같다.

$$\Gamma = \frac{\frac{\omega L(l)}{jk} H_1^{(2)}(kl) - Z_L H_0^{(2)}(kl)}{Z_L H_0^{(1)}(kl) - \frac{\omega L(l)}{jk} H_1^{(1)}(kl)} \quad (5)$$

III. 기존의 비균일 전송선 해석방법

지금까지 연구 되어온 비균일 전송선의 해석방법을 살펴 보기로 한다. 일반적으로 비균일 전송선의 특성 임피던스 Z_0 는 거리 x 에 따라 변한다. 따라서 미소구간 dx 에서는 특성 임피던스가 Z 로 일정하다고 가정하고 x 에서의 입력 임피던스를 Z_{in} , $x+dx$ 에서의 입력 임피던스를 $Z_{in}+dZ_{in}$ 이라 하고 균일 전송선의 입력 임피던스 식을 이용하면 다음과 같이 쓸 수 있다[4].

$$\frac{Z_{in}+dZ_{in}}{Z} = \frac{Z_{in} + jZ \tan(kdx)}{Z + jZ_{in} \tan(kdx)} \quad (6)$$

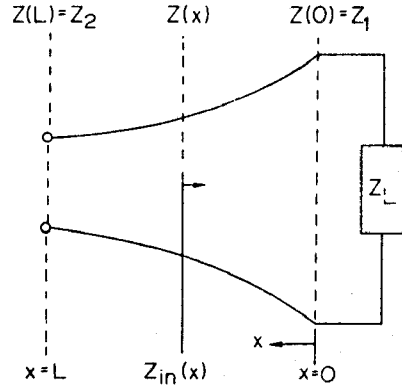


그림 3. 지수함수적으로 테이퍼된 비균일 전송선

그런데 kdx 이 작은 값이므로 식 (6)의 $\tan(kdx)$ 을 kdx 로 간략화 하고 dZ_{in} 이 아주 작다고 가정하면 식 (6)은 다음과 같은 비선형 미분 방정식인 Riccati 방정식이 된다.

$$\frac{dZ_{in}}{dx} = \frac{-jkZ_{in}^2}{Z} + jkZ \quad (7)$$

식 (7)을 선형 미분 방정식으로 바꾸기 위하여 다음과 같은 변수 변환을 한다.

$$Z_{in} = \frac{Z}{jk} \left(\frac{1}{u} \frac{du}{dx} \right) \quad (8)$$

식 (8)를 (7)에 대입하면 다음과 같다.

$$\frac{d^2u}{dx^2} + \left[\frac{1}{Z} \frac{dZ}{dx} \right] \frac{du}{dx} + k^2u = 0 \quad (9)$$

식 (9)는 일반적으로 정확히 풀 수 없지만, 그림 3과 같이 지수함수적으로 테이퍼된 전송선의 경우에는 특성 임피던스가 다음과 같이 주어진다.

$$\ln Z = \ln Z_1 + \frac{x}{L} \ln \left(\frac{Z_2}{Z_1} \right) \quad (10)$$

따라서 식 (10)을 x 에 대해 미분하고 식 (9)에 대입하면 다음과 같다.

$$\frac{d^2u}{dx^2} + \left[\frac{1}{L} \ln \frac{Z_2}{Z_1} \right] \frac{du}{dx} + k^2u = 0 \quad (11)$$

식 (11)의 경우 해를 정확히 풀 수 있으므로, 이를 식 (8)에 대입하면 입력 임피던스 Z_{in} 를 해석적으로 구할 수 있다[4]. 이밖에 특성 임피던스가 cosine square, parabolic 함수적으로 변하는 비균일 전송선의 입력 임피던스도 같은 방법으로 구할 수 있다.

IV. 수치 계산 및 검토

앞절에서 비균일 전송선의 새로운 해석방법과 기존의 해석방법을 기술하였다. 이 두 해석방법의 타당성을 검토하고자 한다.

우선 기존의 방법을 보면, 비균일 전송선을 아주 작게 나누어 그 구간내에서는 특성 임피던스가 균일하다고 가정하여 입력 임피던스를 구하였는데 이는 다음과 같은 이유로 오차가 발생하게 된다. 첫째, 비균일 전송선은 거리에 따라 특성 임피던스와 입력 임피던스가 동시에 변하게 된다. 그런데 식 (6)을 보면 작은 구간내에서 특성 임피던스는 변하지 않으면서 입력 임피던스만 변한다고 가정하였다. 둘째, 아무리 작은 구간으로 나눈다 할지라도 비균일 전송선을 미소 구간으로 나누면 구간 사이에 불연속이 생겨 고차모드가 발생하게 되는데 기존의 해석 방법은 이를 고려하지 않았다. 따라서 비균일 정도가 심해질수록 고차모드의 영향이 커지게 되어 많은 오차를 주게된다. 이 불연속에 의한 고차모드의 영향을 동가적으로 캐패시턴스로 나타낼 수 있는데[6], 이를 고려하면 실제 입력 임피던스는 기존의 방법으로 구한 입력 임피던스의 위상보다 커지리라 여겨진다.

다음으로 새로운 해석방법의 타당성을 새가지면으로 살펴 보고자 한다. 첫째, 전송선의 구조에 따라 TEM파의 형태가 결정 되는데[7], 구조에 맞는 형태의 TEM파를 선택해야만 전송방향에 따른 불연속이 생기지 않게 되어 정확한 해를 구할 수 있게 된다. 따라서 새로운 해석방법에서는 선형 테이퍼된 전송선 구조에 맞는 원통형 형태의 TEM파를 택하였다. 둘째, 평행한 무한 도체판으로 이루어진 도파관의 전계와 자계는 맥스웰 방정식에 경계조건을 적용하여 여러 모드의 합으로 표현할 수 있다. 그리고 각 모드는 전송선 모델로 바꿀 수 있는데 이중 TEM 모드의 전계와 자계를 평행한 두 도선으로 이루어진 단위 길이당 인덕턴스를 이용하여 두 도선으로 이루어진 균일 전송선의 전압과 전류의 표현식으로 표현 할 수 있다[8]. 같은 방법으로 무한 두 도체판으로 이루어진 선형 테이퍼된 도파관을 맥스웰 방정식과 경계조건을 이용하여 TEM 모드에 대해 전계와 자계를 구하였다[9]. 이렇게 구한 전계 및 자계와 두 도선이 선형 테이퍼된 전송선을 새로운

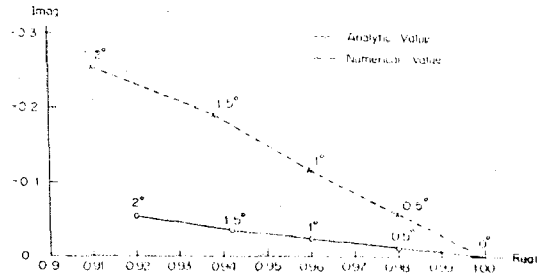


그림 4. 벌어진 각도에 따른 입력 임피던스 비교

방법으로 구한 전압과 전류의 관계가 균일 전송선에서의 관계와 같음을 확인 하였다. 셋째, 새로운 방법으로 구한 입력 임피던스식에 벌어진 각도 θ_0 를 0으로 할때 균일 전송선의 입력 임피던스와 같아짐을 보였다[3].

이러한 여러가지 물리적인면을 고려해 볼때 새로운 해석 방법이 정확함을 알 수 있고, 기존의 방법은 비균일 정도가 심해질수록 오차가 커짐을 알 수 있다.

실제 선형 테이퍼된 모델의 입력 임피던스를 두 방법으로 구하여 비교해 보고자 한다. 그림 2에서 전송선의 길이를 1/4 파장, Z_L 을 600 Ω 으로 두고, $\rho=1$ 에서의 특성 임피던스 Z_0 가 600 Ω 이 되도록 간격 b를 0.05 파장으로 조정한다. 이때 a는 3.33×10^{-4} 파장으로 둔다. 이러한 경우 θ_0 를 0°에서 2°까지 변화할 경우 $Z_{in}(\rho)$ 를 새로운 해석방법과 기존의 해석방법으로 구하여 비교 하였다.

그림 4은 $Z_{in}(\rho)$ 를 Z_L 로 나눈 값으로 점선은 식 (4)를 이용하여 정확히 구한 값이며, 실선은 위에서 설명한 지수함수적으로 테이퍼된 전송선의 해석방법과 같이 5000개의 균일 전송선으로 나누어 수치계산으로 구한 값이다.

그림 4에서 보듯이 θ_0 가 커질수록 점선과 실선의 차이가 커지는데 이는 위에서 설명한 바와 같이 θ_0 가 커질수록 전송 방향으로의 불연속이 심해져 수치계산의 모델인 연결된 균일 전송선간에 고차모드 및 특성 임피던스 변화의 영향이 커지게 되어 오차를 많이 주기 때문이다.

V. 결 론

비균일 전송선의 새로운 해석방법을 제시 하였으며 기존의 방법과 비교하였다. 기존의 방법은 비균일 정도가 심해질 수록 오차가 커지는 반면에 새로운 방법은 비균일 정도에 관계 없이 정확함을 기술 하였다.

참 고 문 헌

- [1] C.P. Womack, "The use of exponential transmission lines in microwave components," *IRE MTT*, pp.124-132, Mar.1962.
- [2] C.D Taylor, R.S. Satterwhite, and C.W. Harrison, Jr., "The response of a terminated two-wire transmission line excited by a nonuniform electromagnetic field," *IEEE Trans. Antennas and Propagation*, pp.987-989, Nov.1965.
- [3] 홍성용, 김세윤, 나정웅, "비균일 전송선의 임피던스 해석," *전자공학회 논문집*, 제13권, 제1호, pp.38-41, 1990.
- [4] M.J. Ahmed, "Impedance transformation equations for exponential, cosine-squared and parabolic tapered transmission lines," *IEEE MTT*, pp.67-68, Jan.1981.
- [5] O.O. Ajayi and S.O. Ajose, "Semi-analytical method for computing input impedance of general nonuniform transmission line," *IEE Proc.* pp.269-271, Aug.1988.
- [6] N. Marcuvitz, *Waveguide Handbook*, ch.5, *Boston Technical Publishers*, 1964.
- [7] R.E. Collin, *Field theory of Guided Waves*, ch.3, *McGRAW-Hill*, 1960.
- [8] 나정웅, *전자기 이론*, 3-4장, 방한 출판사, 1987.
- [9] S. Ramo, *Fields and Waves in Communication electronics*, *John Wiley & Sons*, 1965.