

부하동특성 해석을 위한 유도전동기의 최적 축약법

이종수* 이봉용* 정태호** 이상중**

*홍익대학교 전기제어공학과, **한전 기술연구원

Optimal Aggregation of Induction Motors for Analysis of Load Dynamics

J. S. Lee, B. Y. Lee, T. H. Chung, S. J. Lee

Hong-Ik University, KEPCO Research Center

This paper presents a new aggregation method of induction motors for the load flow and transient stability analysis. The proposed method aggregates a group of motors into a single motor considering the variations of the system voltage and frequency so that the aggregated model represents the dynamic characteristics of the system accurately. The performance of the method is shown by numerical simulation and is compared with that of LOADSYN algorithm.

두번째의 모델 축약 방식은 시스템을 구성하는 유도전동기 요소 및 특성 상수를 결정할 후, 이들 요소들이 혼합된 전력 비율 및 시스템 구성 데이터에 의하여 축약 모델을 구하는 미시적 방식이다[1,6]. 이 방식을 이용하면,

- 1) 커다란 전압 및 주파수 변동이 있는 경우에도 축약 모델이 적용된다.
- 2) 시스템 구성에 대한 자료를 예측할 수 있다면 모든 시점에서 축약이 가능하다.
- 3) 실제 시스템을 대상으로 고장 전압 및 주파수에 대한 출력 자료를 수집하는 실험이 필요하지 않다는 장점이 있다. 이러한 미시적 접근 방식은 미국의 UTA (University of Texas at Arlington)에서 EPRI 프로젝트를 통하여 시도하였으나, 축약 모델의 정확성이 크게 부족하며, 산업계에서 이용하기에 충분한 편리성을 주지 못한다는 단점이 나타났다. 따라서 미국의 General Electric Company (이하 G.E.)에서는 정확성을 향상시키고 사용자가 편리하게 사용할 수 있도록 EPRI의 프로젝트로서 LOADSYN 프로그램 패키지를 개발하였다.

1. 서론

대부분의 산업용 부하와 많은 가정용, 상업용 부하는 전동기 부하이며, 특히 유도 전동기 부하는 매우 많은 비중을 차지하고 있으므로, 전력 조류 해석 및 시스템의 과도 안정도 해석을 위하여는, 이에 대한 정확한 모델이 필요하다 [1,2]. 개별의 유도 전동기를 훌륭히 시뮬레이션 할 수 있는 모델은 여러가지로서 개발되었다. 그러나, 다양한 특성의 많은 유도 전동기가 집단 부하를 이루고 연결되어 있는 경우, 이를 축약하여 시스템의 특성을 정확히 예측하는 모델을 구하기 위하여 많은 연구가 이루어져 왔음에도 불구하고, 현재까지는 기존의 방법으로 인정될 수 있는 방법은 개발되어 있지 않고 있다[3-9].

현재 까지 개발되어 있는 미시적 축약 방식 중에서 LOADSYN에서 사용하는 축약 알고리즘이 비교적 정확하다고 인정되고 있으나, 이 방식은 단순한 물리적 직관에 기초하고 있으므로, 많은 종류의 유도 전동기 부하가 연결 되어 있는 경우에는 오차가 크게 되는 한계를 갖고 있다.

유도 전동기의 축약 방식은 크게 두가지로 대별할 수 있다. 첫째는 시스템에 외란이 작용한 상황에서의 실험 데이터에 기초하여, 시스템 식별 이론에 의하여 축약 모델을 구하는 것이다[2]. 이 방식은 시스템을 구성하고 있는 유도 전동기에 대한 신빙성 있는 자료의 수집이 불가능한 경우에 유리하며, 일단 측정된 데이터를 이용하여 축약 모델을 결정하면, 측정된 고장 상황과 동일한 상황에 대하여는 정확한 모델로서의 가치가 있으나,

본 논문에서 새로이 제안하는 축약 방식은 시스템의 전압 및 주파수 변화가 있는 경우에 유도 전동기 집단의 출력을 정확히 예측할 수 있도록, 유도 전동기의 상세한 5차 모델에 기초하여 축약 유도 전동기의 특성 상수를 결정하였으며, 여러 상황 하에서 LOADSYN의 방식보다 정확한 결과를 기대할 수 있다.

(1). 고장의 상황이 변화하고, 시스템의 구성 및 부하 구성이 시간에 따라 계속 변화하고 있는 경우 이전의 데이터를 이용하기가 어렵다.

2. 유도 전동기 모델

(2). 축약 모델이 기존의 전력 조류 및 과도 안정도 계산용 프로그램에서 요구하는 유도 전동기의 특성 정수 형태로 제공하기 어렵다.

2.1 q-d-0 해석에 의한 유도 전동기 모델

(3). 모델링이 필요한 장소마다 계속 장비를 설치해야 하며, 또한 이를 항상 감시하고 운용하기 위한 별도의 인력이 필요하게 되므로 많은 경비가 소요된다.

3상 시스템에서는 모델의 간략한 표시 및 회로 해석의 편리를 위해 여러가지 좌표축 변환이 이용되고 있으며, 특히 교류 기기의 동적 방정식을 편리하게 유도하기 위하여, q-d-0 변환이 일반적으로 사용되고 있다[10,11]. 고정자에 인가되는 시스템의 각 주파수를 $\omega(t)$, 회전자의 각속도를 $\omega_r(t)$, 시스템에 인가되는 전압을 q-d-0 전압을 V_{qd0} , V_{qd} , V_{d0} 이라고 하고, 1차속으로 환산한 동기 특성 상수를 $R_s, X_s, X_d, X_q, R_r, X_r$ 이라고 할때 유도 전동기의 5차 상세 모델은

(4). 전압 및 주파수의 큰 변화에 대하여 이를 정확히 예측하는 모델을 구하기 위하여는 실제 시스템에서 모의 실험을 통한 자료 수집이 요구되나, 이러한 실험을 자유로이 할 수 없다.

는 등의 사항을 고려하여야 한다[6].

$$\begin{aligned}
 v_{qs} &= r_s i_{qs} + \frac{\omega}{\omega_b} \cdot \psi_{ds} + \frac{1}{\omega_b} \cdot \frac{d\psi_{qs}}{dt} \\
 v_{ds} &= r_s i_{ds} - \frac{\omega}{\omega_b} \cdot \psi_{qs} + \frac{1}{\omega_b} \cdot \frac{d\psi_{ds}}{dt} \\
 v_{qr} &= r_r i_{qr} + \frac{\omega - \omega_r}{\omega_b} \cdot \psi_{dr} + \frac{1}{\omega_b} \cdot \frac{d\psi_{qr}}{dt} \\
 v_{dr} &= r_r i_{dr} - \frac{\omega - \omega_r}{\omega_b} \cdot \psi_{qr} + \frac{1}{\omega_b} \cdot \frac{d\psi_{dr}}{dt}
 \end{aligned} \tag{1}$$

과

$$\begin{aligned}
 \psi_{qs} &= X_s i_{qs} + X_M (i_{qs} + i_{qr}) \\
 \psi_{ds} &= X_s i_{ds} + X_M (i_{ds} + i_{dr}) \\
 \psi_{qr} &= X_r i_{qr} + X_M (i_{qs} + i_{qr}) \\
 \psi_{dr} &= X_r i_{dr} + X_M (i_{ds} + i_{dr})
 \end{aligned} \tag{2}$$

으로 적을 수 있다. 여기서, $\psi_{qs}, \psi_{ds}, \psi_{qr}, \psi_{dr}$ 은 $q-d-0$ 축고 자속이며, $i_{qs}, i_{ds}, i_{qr}, i_{dr}$ 은 $q-d-0$ 전류이며, 위의 수식 및 앞으로의 전개과정에서 사용되는 모든 물리량의 단위는 p.u. 단위이다.

한편, 유도 전동기의 전기적 발생 모오르는

$$T_E = \psi_{ds} i_{qs} - \psi_{qs} i_{ds} \tag{3}$$

이 되며, 외부의 기계적 부하 특성이

$$T_L = A \cdot \left(\frac{\omega_r}{\omega_b} \right)^2 + B \cdot \frac{\omega_r}{\omega_b} \tag{4}$$

이라고 할때, 모오르의 동적 방정식은

$$\frac{d\omega_r}{dt} = \frac{\omega_b}{2H} (T_E - T_L) \tag{5}$$

과 같이 된다.

유도 전동기의 유효/무효 전력은

$$P(t) = v_{ds} i_{ds} - v_{qs} i_{qs} \tag{6}$$

$$Q(t) = v_{ds} i_{qs} - v_{qs} i_{ds} \tag{7}$$

으로 적을 수 있다. 유도 전동기의 상세한 5차 모델은 실제 시스템의 동적 방정식을 정확히 표현하고 있으므로 정확한 시뮬레이션이 필요한 경우에 활용할 수 있음은 많은 문헌에서 언급되고 있다[1,11].

2.2 유도 전동기의 상태 공간 모델

여러가지 유도 전동기에 의해 구성되어 있는 시스템에 대하여, 축약과정을 체계적으로 간단하게 표현하기 위하여 상태 공간 모델을 이용하기로 한다. 이를 위하여, 상태 벡터와 입력 벡터를

$$x = [\psi_{qs}, \psi_{ds}, \psi_{qr}, \psi_{dr}]^T \tag{8}$$

$$u = [v_{qs}, v_{ds}, v_{qr}, v_{dr}]^T \tag{9}$$

으로서과 같이 선택하면, 유도 전동기의 모델은

$$\begin{aligned}
 \frac{dx}{dt} &= \begin{bmatrix} a_1 & -\omega & a_{12} & 0 \\ -\omega & a_1 & 0 & a_{12} \\ a_{21} & 0 & a_2 & \omega_r - \omega \\ 0 & a_{21} & \omega_r - \omega & a_2 \end{bmatrix} x(t) + \omega_b u(t) \\
 &= A(\omega_r, \omega) x(t) + \omega_b u(t)
 \end{aligned} \tag{10}$$

과

$$\begin{aligned}
 \frac{d\omega_r}{dt} &= \frac{\omega_b}{2H} \left[(X_1 X_4 - X_2 X_3) b_2 - \left(\frac{A}{\omega_b} \right) \omega_r^2 - \frac{B}{\omega_b} \omega_r \right] \\
 &= g(x, \omega_r)
 \end{aligned} \tag{11}$$

으로서 표현할 수 있다. 여기서 방정식의 계수들은

$$a_1 = \omega_b \frac{r_s}{X_s} \left(\frac{X_a}{X_s} - 1 \right) \tag{12}$$

$$a_{12} = \omega_b \frac{r_s}{X_s} \cdot \frac{X_a}{X_r} \tag{13}$$

$$a_{21} = \omega_b \frac{r_r}{X_r} \cdot \frac{X_a}{X_s} \tag{14}$$

$$a_2 = \omega_b \frac{r_r}{X_r} \cdot \left(\frac{X_a}{X_r} - 1 \right) \tag{15}$$

$$b_2 = \frac{X_a}{X_s X_r} \tag{16}$$

$$\frac{1}{X_a} = \left(\frac{1}{X_s} + \frac{1}{X_r} + \frac{1}{X_M} \right) \tag{17}$$

으로 주어진다. 또한 유도 전동기의 유효 전력과 무효 전력은 상태 변수를 이용하여

$$\begin{aligned}
 P(t) &= x(t)^T \begin{bmatrix} -b_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -b_1 & 0 & 0 \\ -b_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -b_2 & 0 & 0 \end{bmatrix} u(t) \\
 &= x(t)^T W_p u(t)
 \end{aligned} \tag{18}$$

$$\begin{aligned}
 Q(t) &= x(t)^T \begin{bmatrix} 0 & -b_1 & 0 & 0 \\ -b_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -b_2 & 0 & 0 \\ -b_2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} u(t) \\
 &= x(t)^T W_q u(t)
 \end{aligned} \tag{19}$$

과 같이 표현할 수 있다. 여기서

$$b_1 = \frac{1}{X_s} \cdot \left(\frac{X_a}{X_s} - 1 \right) \tag{20}$$

이다.

3. 유도 전동기의 축약 알고리즘

용량 및 부하가 다르고, 종류가 다른 여러가지의 유도 전동기가 혼합된 시스템을 하나 혹은 둘의 등가 유도 전동기로서 축약하여 시스템의 출력 특성을 대표할 수 있다면, 전력 시스템의 해석에 매우 유리할 것이다. 본 절에서는 유도 전동기의 축약을 위한 본체 설정과 LOADSYN의 알고리즘을 소개한 후, 본 논문에서 새로이 개발한 축약 알고리즘을 제시한다.

3.1 유도 전동기 축약을 위한 본체 설정

일반적으로 유도 전동기는 그 응용 분야와 용량에 의하여, 특성을 구분할 수 있는 것으로 알려져 있다. UTA의 연구 결과와 G.E.에서 개발한 LOADSYN의 경우, 특성이 다른 20가지 내외의 유도 전동기로서 대표할 수 있다고 보고되었다. 따라서, 하나의 단위 시스템을 구성하는 지역(예 : 변전소 단위)에 대하여

1) 어떤 특성의 유도 전동기 요소(IM_i, i=1,2,...,n)들이 있는가?

2) 각 유도 전동기의 전력(KVA_i)은 유도 전동기 부하의 전체 전력(KVA_T+...+KVA_n)중 몇%(전력 분담률)을 차지하는가?

하는 사항에 대한 정보를 갖고 있다는 가정하에 유도 전동기의 축약을 할 수 있다. 이를 위하여 아래의 그림 1과 같이 전체 시스템에 동일한 주파수 ω(t)와 전압 u(t)이 인가되어 있으며, 시스템에 연결된 유도 전동기 요소 IM_i가

$$\sigma_i = \frac{KVA_i}{\sum_{j=1}^n KVA_j} \quad (21)$$

의 전력 분담률을 가지고 시스템 모선에 연결되어 있다고 가정하자.

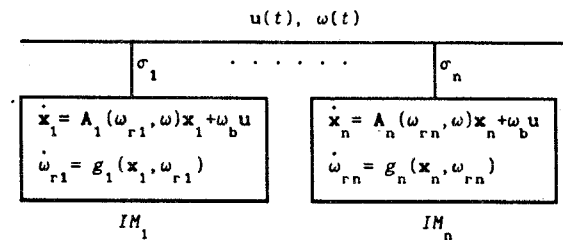


그림 1. 유도 전동기 부하 시스템

위와 같은 가정하에서 시스템의 전압 및 주파수 변화가 있는 경우, 전체 시스템의 동적 출력 특성을 비교적 정확히 대표할 수 있는 하나의 유도 전동기를 찾는 것이 유도 전동기 축약 문제가 된다. 즉, 위의 시스템을 축약한 유도 전동기를

$$\frac{dx^*}{dt} = A^*(\omega_r^*, \omega) x^*(t) + \omega_b u(t) \quad (22)$$

$$\frac{d\omega_r^*}{dt} = g^*(x^*, \omega_r^*) \quad (23)$$

이라고 할때, 등가 유도 전동기의 출력 P*(t), Q*(t)가 전체 시스템의 출력과 같아야 하므로

$$P^*(t) = \sum_{i=0}^n \sigma_i P_i(t) \quad (24)$$

$$Q^*(t) = \sum_{i=0}^n \sigma_i Q_i(t) \quad (25)$$

이 성립해야 한다. 여기서, P_i(t) Q_i(t)는 i번째 유도 전동기 요소 IM_i의 출력이다. 일반적으로 식(24), 식(25)를 임의의 u(t), ω(t)와 모든 t에서 만족하는 등가 모델은 존재할 수 없으며, 따라서 정상 상태에서의 모델을 이용하여 축약하는 방식이 많이 연구되었다.

3.2. LOADSYN 알고리즘

현재까지의 유도 전동기 축약 방식중 대표적이라고 할 수 있으며, 매우 단순한 개념의 이론이면서도 비교적 양호한 출력 특성을 얻을 수 있다.

(i) 하나의 유도 전동기로 축약하는 알고리즘 A

이 방식에서는 축약 모터의 각 특성 상수 η* (r_a*, X_m*, X_s*, r_r*, X_r*, H*)를 각 전동기 요소의 특성 상수들 전력 분담률로서 가중 평균하여 결정한다. 즉,

$$\eta^* = \sum_{i=1}^n \sigma_i \eta_i \quad (26)$$

이며, 여기서 η_i는 i번째 유도 전동기의 특성 상수 (r_{a1}, X_{m1}, X_{s1}, r_{r1}, X_{r1}, H₁)에 해당한다.

(ii) 하나의 유도 전동기로 축약하는 알고리즘 B

H의 계산은 "알고리즘 A"와 동일하나, 전기적 상수의 계산은 정상상태 어드미턴스를 고려하여 구하게 된다. 즉, 정상 상태에서 유도 전동기의 등가 모델은

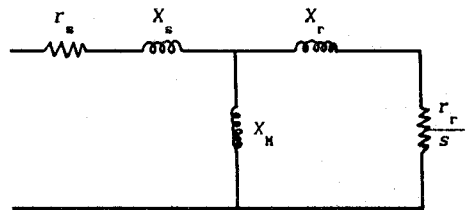


그림 2. 유도 전동기의 등가 모델

으로 나타낼 수 있으며, 따라서 축약 유도기의 어드미턴스는 각 유도 전동기의 어드미턴스를 전력 분담률로서 가중 평균하여

$$\frac{1}{Z^*} = \sum_{i=1}^n \sigma_i \frac{1}{Z_i} \quad (27)$$

이 되도록 결정한다. 이때, Z는 고정자 가지(Z_a = r_a + jX_s), 회전자 가지(Z_r = r_r + jX_r)와 자화 가지(Z_m = jX_m)에 대하여 각각 따로 적용한다. 방식"B"는 방식"A"에 비하여 계산량이 많은 반면, 상이한 특성의 유도 전동기들의 집단을 축약할 경우에는 "A" 방식에 비해 정확하다.

(iii) 2 전동기 축약 알고리즘

특성이 매우 상이한 유도 전동기들을 하나의 유도 전동기로 축약할 경우, 시스템의 특성을 잘 나타낼 수 없으며, 오차가 매우 커지게 된다. 따라서, 관성이 큰 유도 전동기 그룹과 관성이 작은 유도 전동기 그룹으로 구분하여, 각 그룹에 대하여 단일 전동기 축약 알고리즘(A 혹은 B)을 적용한다. 따라서, 유도 전동기 들은 두개의 유도 전동기로 축약이 되며, 단일 전동기 축약에 비하여 출력을 정확히 예측할 수 있는 개선된 특성을 갖는다.

3.3. 유도 전동기 축약 알고리즘 I

유도 전동기 그룹을 축약하는 목적은 실제 시스템의 출력 $P(t)$, $Q(t)$ 를 예측하는 것이나, 모든 t 에서 이를 만족하는 것은 불가능하다. 따라서 정상 상태에서의 출력 및 이에 관련된 조건을 만족하도록 축약 전동기의 특성 상수를 구하는 것이 합리적이다. 정상 상태 ($\omega(t) = \omega$, $u(t) = u$)에서 i 번째 유도 전동기는

$$A_i(\omega_{r1}, \omega) x_i + \omega_b u = 0 \quad (28)$$

$$g_i(x_i, \omega_{r1}) = 0 \quad (29)$$

을 만족하도록 ω_{r1} 가 결정되며, 이때 x_i 는

$$x_i = -\omega_b A_i(\omega_{r1}, \omega)^{-1} u \quad (30)$$

으로 쓸 수 있다. 여기서

$$A(\omega_r, \omega)^{-1} = \frac{\begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} \\ -c_{12} & c_{11} & -c_{14} & c_{13} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} & c_{34} \\ -c_{32} & c_{31} & -c_{34} & c_{33} \end{bmatrix}}{\Delta} \quad (31)$$

이며, c_{13} 와 Δ 는

$$c_{11} = a_1 [a_2^2 + (\omega_r - \omega)^2] - a_2 a_{12} a_{21} \quad (32)$$

$$c_{12} = -\omega [a_2^2 + (\omega_r - \omega)^2] + (\omega_r - \omega) a_{12} a_{21} \quad (33)$$

$$c_{13} = a_{21} [-\omega (\omega_r - \omega) - a_1 a_2 + a_{12} a_{21}] \quad (34)$$

$$c_{14} = a_{21} [\omega a_2 - a_1 (\omega_r - \omega)] \quad (35)$$

$$c_{31} = a_{12} [-\omega (\omega_r - \omega) - a_1 a_2 + a_{12} a_{21}] \quad (36)$$

$$c_{32} = a_{12} [\omega a_2 - a_1 (\omega_r - \omega)] \quad (37)$$

$$c_{33} = a_2 [a_2^2 + \omega^2] - a_1 a_{12} a_{21} \quad (38)$$

$$c_{34} = -(\omega_r - \omega) [a_1^2 + \omega^2] - \omega a_{12} a_{21} \quad (39)$$

$$\Delta = a_1 c_{11} - \omega c_{12} + a_{12} c_{13} \quad (40)$$

이다. 식(18)과 식(19)로부터 i 번째 유도 전동기의 정상 상태 출력은

$$P_i = x_i^T W_{P1} u = -\omega_b u^T A_i(\omega_{r1}, \omega)^{-T} W_{P1} u \quad (41)$$

$$Q_i = x_i^T W_{Q1} u = -\omega_b u^T A_i(\omega_{r1}, \omega)^{-T} W_{Q1} u \quad (42)$$

으로 표현된다.

이제, 축약 유도 전동기가 만족해야 할 조건은 식 (22), (23)으로 주어지는 축약 모델의 정상 상태 출력

$$P^* = x^{*T} W_P^* u = -\omega_b u^T A^*(\omega_r^*, \omega)^{-T} W_P^* u \quad (43)$$

$$Q^* = x^{*T} W_Q^* u = -\omega_b u^T A^*(\omega_r^*, \omega)^{-T} W_Q^* u \quad (44)$$

이 실제 시스템의 출력과 일치하도록 하는

$$P^* = \sum_{i=1}^n \sigma_i P_i \quad (45)$$

$$Q^* = \sum_{i=1}^n \sigma_i Q_i \quad (46)$$

이 되며, 따라서 유도 전동기 축약 문제는 조건식 (45), (46)을 만족하며, 동적 방정식이 식 (22), (23)으로 표현 되도록 하는 축약 유도 전동기의 특성 상수를 구하는 것이 된다.

식 (41)-(44)를 이용하여 임의의 시스템 전압에 대하여 식(45), (46)이 성립하기 위한 조건을 다시 쓰면

$$h_1 = A^*(\omega_r^*, \omega)^{-T} W_P^* - \sum_{i=1}^n \sigma_i A_i(\omega_{r1}, \omega)^{-T} W_{P1} = 0 \quad (47)$$

$$h_2 = A^*(\omega_r^*, \omega)^{-T} W_Q^* - \sum_{i=1}^n \sigma_i A_i(\omega_{r1}, \omega)^{-T} W_{Q1} = 0 \quad (48)$$

이 되며, 식 (31)-(40)을 이용하여 다시 정리하면

$$(c_{11}^* b_1^* + c_{13}^* b_2^*)/\Delta^* = \sum_{i=1}^n \sigma_i (c_{111} b_{11} + c_{131} b_{21})/\Delta_i \quad (49)$$

$$(c_{12}^* b_1^* + c_{14}^* b_2^*)/\Delta^* = \sum_{i=1}^n \sigma_i (c_{121} b_{11} + c_{141} b_{21})/\Delta_i \quad (50)$$

$$(c_{31}^* b_1^* + c_{33}^* b_2^*)/\Delta^* = \sum_{i=1}^n \sigma_i (c_{311} b_{11} + c_{331} b_{21})/\Delta_i \quad (51)$$

$$(c_{32}^* b_1^* + c_{34}^* b_2^*)/\Delta^* = \sum_{i=1}^n \sigma_i (c_{321} b_{11} + c_{341} b_{21})/\Delta_i \quad (52)$$

으로 표현된다. 위의 4가지 조건식은 임의의 전압에 대하여 출력이 일치하기 위한 조건이 된다. 이제, 주파수의 영향을 고려하기 위하여, 횡식들의 분자항을 시스템 주파수 ω 에 대한 다항식으로 다시 정리한다. 식(49)의 경우는

$$d_2^* \omega^2 + d_1^* \omega + d_0^* = \sum_{i=1}^n \sigma_i (d_{21} \omega^2 + d_{11} \omega + d_{01}) \quad (53)$$

으로 다시 표현되며, 여기서 계수들은

$$d_2^* = (b_1 a_1 + b_2 a_{21})/\Delta \quad (54)$$

$$d_1^* = \omega_r (2b_1 a_1 + b_2 a_2)/\Delta \quad (55)$$

$$d_0^* = [b_1 \{a_1 (a_2^2 + \omega_r^2) - a_2 a_{12} a_{21}\} + b_2 (-a_1 a_2 + a_{12} a_{21})]/\Delta \quad (56)$$

과 같다. 따라서 시스템 주파수 ω 가 다르게 주어지더라도 출력이 같도록 하기 위한 근사 조건으로서,

$$e_1 = d_2^* - \sum_{i=1}^n \sigma_i d_{21} \quad (57)$$

$$e_2 = d_1^* - \sum_{i=1}^n \sigma_i d_{11} \quad (58)$$

$$e_3 = d_0^* - \sum_{i=1}^n \sigma_i d_{01} \quad (59)$$

으로 주어지는 오차 e_1 가 작도록 해야 한다. 같은 절차로서 식 (50)-(52)의 분자 항을 ω 에 대하여 정리함으로써 모두 14개의 조건식이 유도될 수 있다. 유도 전동기의 축삭 문제는 식(47)과 식(48)을 만족하며, 동시에 $e_1 = 0$ ($i = 1, \dots, 14$)가 만족되는 등가 유도 전동기의 특성 상수 r_m^* , x_m^* , x_n^* , r_r^* , x_r^* , r^* , B^* , B^* 를 구하는 것이 된다. 그러나, 이들 중 B^* 는 정상 상태 값을 결정하는 요소가 되지 않으므로, 정상 상태 출력의 관계식으로 부터 구할 수 없다. 또한, r^* 및 B^* 의 영향은 변수 ω^* 에 포함되어 있으므로 실제로 구해야 하는 변수는 r_m^* , x_m^* , x_n^* , r_r^* , x_r^* , ω^* 의 6개 변수가 된다. 그러나, 위의 16가지 조건식을 모두 만족하는 특성값을 구하는 것은 불가능하므로, 축삭 조건을 다음과 같이 완화하였다. 첫째, 전압 및 주파수 변동이 없는 경우에, 정상 상태 출력을 정확히 예측하기 위하여 식 (47), (48)을 만족해야 한다.

둘째, 전압 및 주파수의 변화가 있는 경우 가급적 정확히 이를 예측하기 위하여 다음과 같이 정의한 비용 함수

$$J = \sum_{i=1}^{14} \mu_i e_i^2 \quad (60)$$

를 최소화 한다. 여기서, μ_i 는 각 오차에 대한 비중이다. 이제 이 문제를 풀기 위하여 고전적인 Lagrangian 함수를

$$L = \sum_{i=1}^{14} \mu_i e_i^2 + \lambda_1 h_1 + \lambda_2 h_2 \quad (61)$$

으로 정의하면, 해는

$$\frac{\partial L}{\partial \varphi_1} = 0 \quad i = 1, \dots, 6.$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_1} = h_1 = 0 \quad i = 1, 2. \quad (62)$$

에 의해 구할 수 있다. 여기서 φ_1 는 r_m^* , x_m^* , x_n^* , r_r^* , x_r^* , r^* 및 ω^* 를 의미한다. 이상에서 구한 6개의 변수 중 r_m^* , x_m^* , x_n^* , r_r^* , x_r^* 는 축삭 전동기의 특성 정수로 사용하며, ω^* 는 축삭 전동기의 정상 상태 회전자 각 가속도이며, 정상 상태에서의 토오크 방정식을 이용하여 r^* , B^* 를 결정하도록 활용할 수 있다. 이를 위해 일단

$$B^* = \sum_{i=1}^n \sigma_i B_i \quad (63)$$

로서 B^* 를 결정하며 정상 상태 정상 상태 토오크 방정식인

$$T_E^* = (\psi_{qs}^* \dot{\psi}_{dr}^* - \psi_{ds}^* \dot{\psi}_{qr}^*) b_2^* \\ = \left(\frac{A^*}{\omega^*} \right) \omega_r^{*2} - \frac{B^*}{\omega^*} \omega_r^* = T_L^* \quad (64)$$

으로 부터 r^* 를 구한다. 마지막으로, 시스템 과도 현상의 주 시정수에 비례하는 B^* 는

$$H^* = \sum_{i=1}^n \sigma_i H_i \quad (65)$$

으로 구하는 것이 적절하다.

위에서 기술한 단일 전동기 축삭 알고리즘은 유도 전동기 요소들을 관성 특성에 따라 구분할 수 있는 경우에, 2 전동기 축삭 방식으로 확장할 수 있다.

3.4. 유도 전동기 축삭 알고리즘 II

시스템의 각 주파수 $\omega(t)$ 가 변함을 고려할 때, 각 주파수의 변화에 대한 정상 상태 출력의 변화율을 고려하여, 축삭 알고리즘을 구하면 모델의 정확성이 향상될 것이다. 일반적으로 유도 전동기의 회전자 공급 전원은

$$v_{qr} = v_{dr} = 0 \quad (66)$$

을 만족하며, 고정자 공급 전원이 대칭 3상 임을 가정하면,

$$v_{qs} = \sqrt{2} \cdot V, \quad v_{ds} = 0 \quad (67)$$

이 되므로, 시스템의 전압 벡터는

$$u = [v_{qs}, 0, 0, 0]^T. \quad (68)$$

이 된다. 이를 이용하여 정상 상태 출력속 ω 의 합수로 정리하면

$$P(v_{qs}, \omega) = \omega_b \cdot \frac{p_2 \omega^2 + p_1 \omega + p_0}{\Delta(\omega)} \cdot v_{qs}^2 \quad (69)$$

$$Q(v_{qs}, \omega) = \omega_b \cdot \frac{q_3 \omega^3 + q_2 \omega^2 + q_1 \omega + q_0}{\Delta(\omega)} \cdot v_{qs}^2 \quad (70)$$

이 되며, 여기서

$$p_0 = b_1 \{ a_1 (a_2^2 + \omega_r^2) - a_2 a_{12} a_{21} \} + b_2 a_{21} (a_{12} a_{21} - a_1 a_2) \quad (71)$$

$$p_1 = -2 b_1 a_1 \omega_r - b_2 a_{21} \omega_r \quad (72)$$

$$p_2 = b_1 a_1 + b_2 a_{21} \quad (73)$$

$$q_0 = (b_1 a_{12} - b_2 a_1) a_{21} \omega_r \quad (74)$$

$$q_1 = b_1 \{ -(a_2^2 + \omega_r^2) - a_{12} a_{21} \} - b_2 a_{21} (a_1 + a_2) \quad (75)$$

$$q_2 = 2 b_1 \omega_r \quad (76)$$

$$q_3 = -b_1 \quad (77)$$

$$\Delta(\omega) = \omega^4 + d_3 \omega^3 + d_2 \omega^2 + d_1 \omega + d_0 \quad (78)$$

$$d_0 = a_1^2 (a_2^2 + \omega_r^2) + (a_{12} + a_{21} - 2 a_1 a_2) a_{12} a_{21} \quad (79)$$

$$d_1 = -2 \omega_r (a_1^2 + a_{12} a_{21}) \quad (80)$$

$$d_2 = a_1^2 + a_2^2 + 2 a_{12} a_{21} + \omega_r \quad (81)$$

$$d_3 = -2 \omega_r \quad (82)$$

으로 주어진다. 이제, 주파수의 변화에 대한 축삭 모델 출력의 변화율이 시스템 출력의 변화율과 같기 위한 조건

$$e_1^* = \frac{\partial P^*}{\partial \omega} - \sum_{i=1}^n \sigma_i \left(\frac{\partial P_i}{\partial \omega} \right) \quad (83)$$

$$e_2^* = \frac{\partial Q^*}{\partial \omega} - \sum_{i=1}^n \sigma_i \left(\frac{\partial Q_i}{\partial \omega} \right) \quad (84)$$

$$e_3^* = \frac{\partial^2 P^*}{\partial \omega^2} - \sum_{i=1}^n \sigma_i \left(\frac{\partial^2 P_i}{\partial \omega^2} \right) \quad (85)$$

$$e_4^* = \frac{\partial^2 Q^*}{\partial \omega^2} - \sum_{i=1}^n \sigma_i \left(\frac{\partial^2 Q_i}{\partial \omega^2} \right) \quad (86)$$

을 식 (69)-(82)를 이용하여 유도할 수 있다. 따라서, 축약 전동기 모델은 전압 및 주파수 변동이 없는 경우에, 정상 상태 출력을 정확히 예측하기 위하여 식 (47), (48)을 만족해야 할과 동시에, 주파수 변화에 대한 출력의 변화율을 정확히 예측하기 위하여, 다음과 같이 정의한 비용 함수

$$J = \sum_{i=1}^4 \mu_i e_i^2 \quad (87)$$

를 최소화 해야 한다. 이의 해를 구하는 과정은 알고리즘 I 과 동일하며, 상황에 따라 2 전동기 축약 방식으로 확장할 수 있다.

위에서 제시한 축약 알고리즘에서 고려해야 할 몇가지 사항으로는

첫째, 최적 조건을 만족하는 global minimum이 반드시 존재한다고 할 수 없다는 것.

둘째, global minimum이 존재하더라도 수렴하는 값이 local minimum일 수 있다는 것

셋째, 수렴하는 해가 음의 값인 축약 전동기 특성 상수일 경우가 있다는 것.

등을 들 수 있다. 이 중에서 셋째의 조건은 특성 상수가 음의 값이더라도 축약 전동기가 시스템의 특성을 잘 나타내기만 한다면 무방하다고 할 수 있다. 그러나 지금까지의 여러가지 사례 연구의 결과는 이러한 특성 상수는 수렴한 해가 global minimum이 아님에서 기인하는 것으로 나타나고 있다. 이러한 문제들을 해결하기 위하여 축약 과정에 다음의 몇가지 사항을 추가로 고려한다.

첫째, 축약 전동기 특성 상수의 초기치로는 LOADSYN의 축약 알고리즘에 의한 값을 사용하는 것이 유리하다.

둘째, 해를 구하는 과정 중에 모터의 특성 상수는 음의 값이 되지 않도록 제한함과 동시에, Newton 방식을 변형하여, 보상량의 크기를 적응적으로 변경하는 알고리즘(예 : Armijo 방식)을 사용하도록 한다[13].

셋째, 직접 해를 구하기가 어려운 경우에는 초기 추정 해 (ρ_0 ; $i=1,2,\dots,6$)로 부터 적절한 경계를 선택하여(예 : $0.5 \rho_{i0} \leq \rho_i \leq 2 \rho_{i0}$), 조건 (47), (48)을 만족하는 해 중에서 비용 함수를 최소로 하는것을 Bisection Method등을 이용하여 찾는다.

위의 세번째 추가 사항에서 Bisection Method를 이용한 해법은 확실한 근을 보장할 수 있으나 시간이 매우 오래 걸리므로, 일단 근사적인 해를 추정한 후 이를 다시 초기치로 하여 Newton방식에 의해 해를 구함이 바람직하다.

4. 사례 연구

제한하는 축약 알고리즘의 정확성을 보이기 위하여 사례 연구를 하였으며 그 결과를 LOADSYN의 축약 알고리즘에 의한 결과와 비교하였다. LOADSYN에서는 유도 전동기를 출력 특성이 다른 두가지 유형(고 관성, 저 관성)으로 구분할 수 있음을 보였으며, 이에 따라 시스템의 구성 상황은 그개 세가지로 나눌 수 있는 바,

(1) 동일 관성 성질을 가진 유도 전동기로 구성된 시스템을 단일 유도 전동기로 축약하는 경우

(2) 다른 관성 성질을 가진 유도 전동기들이 혼합된 시스템을 단일 전동기로서 축약하는 경우

(3) 다른 관성 성질을 가진 유도 전동기들이 혼합된 시스템을 2개의 전동기로서 축약하는 경우

들이 있다. 본 논문에서는 다음의 표 1에서와 같이 고관성과 저관성 유형이 혼합된 4 종류 유도 전동기 시스템에 대하여 사례 연구를 하였다. 본 논문에서 제시한 방식과 LOADSYN에서 제시한 방식을 이용하여 축약한 유도 전동기의 특성 상수는 표 2와 같다.

본 논문에서 제시한 방식에 의한 축약 모델의 정확성을 보이기 위하여, 시스템의 인가 전압과 주파수를 그림 3, 그림 4와 같이 변화시켰을 때, 축약 모델의 예측 출력을 LOADSYN모델의 예측 출력 및 실제의 출력과 비교한 것이 그림 5 - 그림 12에 나타나 있다.

표 1. 사례 연구를 위한 유도 전동기 시스템

Name	APMP	CWSH	DSWH	METC
r_s	.025	.110	.110	.079
X_s	.088	.120	.140	.120
X_M	3.2	2.0	2.8	3.2
r_r	.016	.110	.110	.052
X_r	.170	.130	.065	.120
A	1.0	1.0	1.0	1.0
B	0.0	0.0	0.0	0.0
H	.800	.690	.280	.700
σ_1 [%]	25.0	10.0	30.0	35.0
Type	High	High	Low	Low

표 2. 축약 전동기의 특성 정수

	r_s	X_s	X_M	r_r	X_r	A
LOADSYN	.078	.118	2.960	.066	.117	1.000
Method 1	.051	.096	2.960	.066	.117	1.020
Method 2	.048	.094	2.963	.066	.115	1.023

($B = 0.0, H = 0.598$)

(a) 1 Motor Aggregation

	r_{s1}	X_{s1}	X_{M1}	r_{r1}	X_{r1}	A_1
LOADSYN	.093	.129	3.015	.079	.095	1.000
Method 1	.081	.113	3.124	.079	.095	1.008
Method 2	.080	.113	3.016	.079	.095	1.009

($B_1 = 0.0, H_1 = 0.506 ; B_2 = 0.0, H_2 = 0.769$)

(b) 2 Motor Aggregation

5. 검토 및 결론

본 논문에서 제시한 유도 전동기의 축약 알고리즘은 LOADSYN에서 제시한 축약 알고리즘에 비하여,

- (1) 출력의 예측이 정확하다.
- (2) 전압 및 주파수의 변동에 따른 출력의 변화 감도를 충분히 반영하고 있다.
- (3) 축약 알고리즘을 유도하기 위한 조건이 확실하게 제시되고 있다.

(4) 가중치(ν_i)를 변화시킴으로써 다양한 축약 모델을 얻을 수 있다. 이는 점이라고 할 수 있다. 그러나, 축약 전동기 모델을 구하기 위해, 많은 계산이 필요하다는 것과, 초기치의 선정 여하에 따라 수렴하는 local minimum이 다르게 나타나는 것이 단점이라고 할 수 있다. 따라서 이를 해결하기 위하여 Bisection Method등을 이용할 수 있으나, 이는 매우 큰 계산 시간이 필요하다는 제약이 있다. 본 논문에서 제시한 방식 이외에, 정상 상태 출력 특성을 다항식의 형태로 유도하고 이를 이용하여 축약하는 방식에 대한 연구가 후후의 연구 과제로서 남아 있다.

참고 문헌

- [1]. University of Texas, Arlington, *Determining Load Characteristics for Transient Performance*, Vol. 1-3, EPRI Report EL-849, 1979.
- [2]. Institut de Recherche de L'Hydro-Quebec, *Real-time Digital Data Acquisition System for Determining Load Characteristics*, vol. 1, EPRI Report EL-851, 1980.
- [3]. G. E. Co., *Determining Load Characteristics for Transient Performance*, Vol. 1-4, EPRI Report EL-850, 1981.
- [4]. University of Texas, Arlington, *Development of the New Load Model for the Transient Stability Study of the Korean Electric Power Corporation*, EPRI Report EL 849-7, 1983.
- [5]. University of Texas, Arlington, *The Effects of Reduced Voltage on the Operation and Efficiency of Electric Systems*, Vol. 1-3, EPRI Report EL-3591, 1984.
- [6]. G. E. Co., *Load Modeling for Power Flow and Transient Stability Computer Studies*, vol.1-4, EPRI Report EL 5003, 1987.
- [7]. Minnesota Power, *Induction Motor Modeling in Stability Simulation*, EPRI Report EL-6126, 1988.
- [8]. F.J.Meyer, Jr., "Dynamic State Space Power System Load Model," Ph.D. Thesis, University of Houston, 1980.
- [9]. W.C.Chu, "Load Model of Power System," Ph.D. Thesis, University of Texas, Arlington, 1986.
- [10]. 中地域 技術 研究 連絡會, "電力系統 負荷 特性의 研究 結果 報告書," 昭和 55年.
- [11]. P. C. Kraus, *Analysis of Electric Machinery*, MacGraw-Hill Company, New York, 1986.
- [12]. G.R.Siewon and A.Straughen, *Electric Machines*, Addison-Wesley, 1980.
- [13]. W. W. Bager, *Applied Numerical Linear Algebra*, Prentice-Hall, 1988.

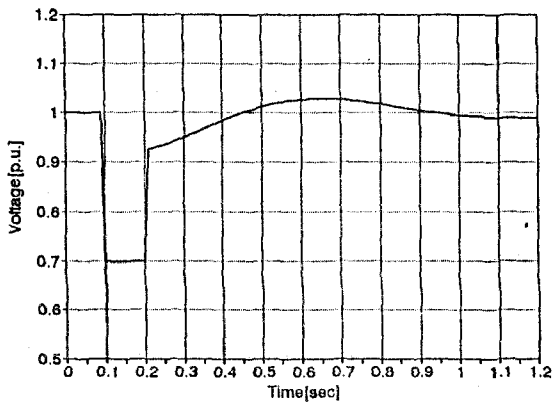


그림 3. 시스템 인가 전압 변화

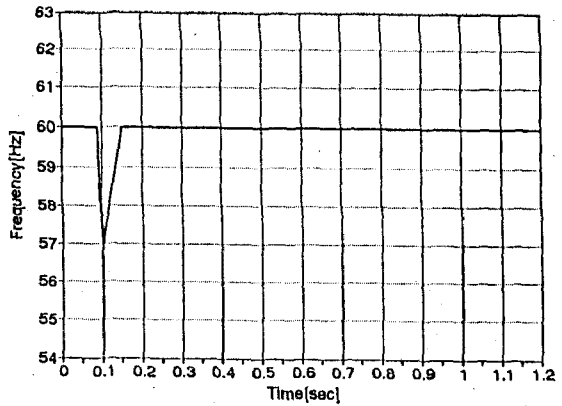


그림 4. 시스템 주파수 변화

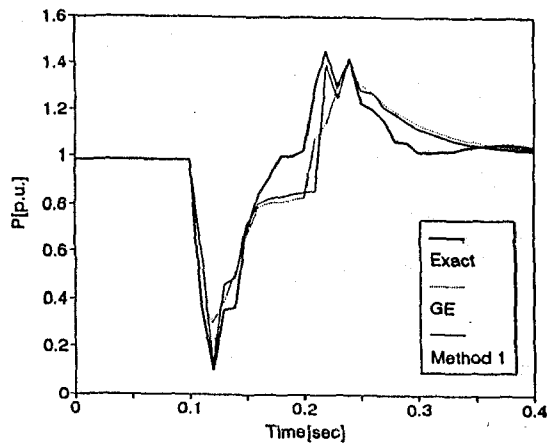


그림 5. 단일 전동기 축약 방식 I의 P(t) 비교

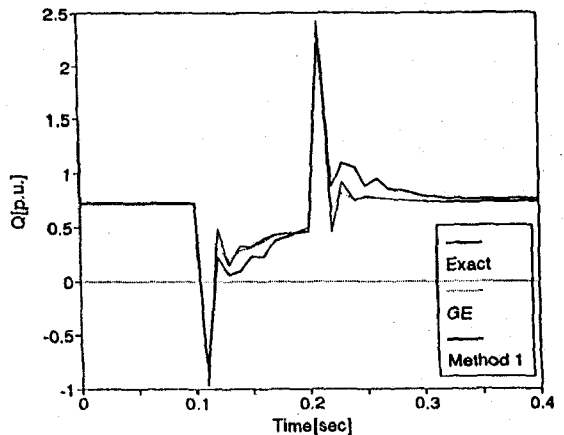


그림 6. 단일 전동기 축약 방식 I의 Q(t) 비교

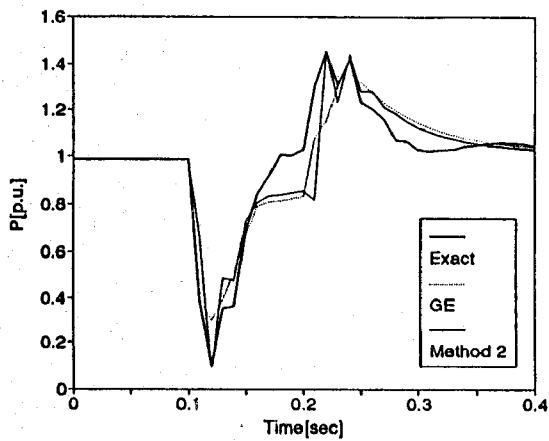


그림 7. 단일 전동기 축약 방식 II 의 $P(t)$ 비교

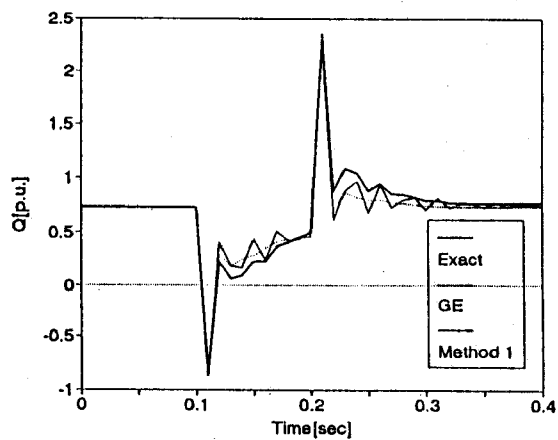


그림 10. 2 전동기 축약 방식 I 의 $Q(t)$ 비교

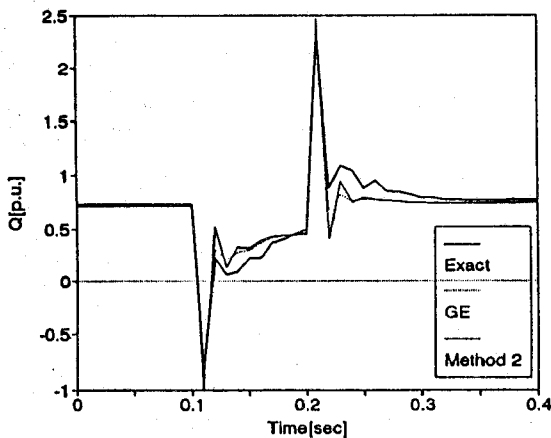


그림 8. 단일 전동기 축약 방식 II 의 $Q(t)$ 비교

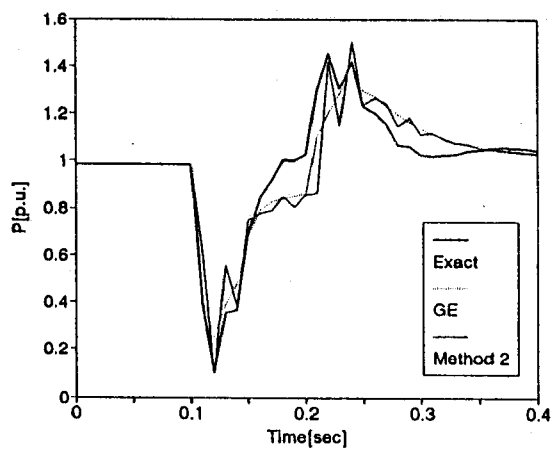


그림 11. 2 전동기 축약 방식 II 의 $P(t)$ 비교

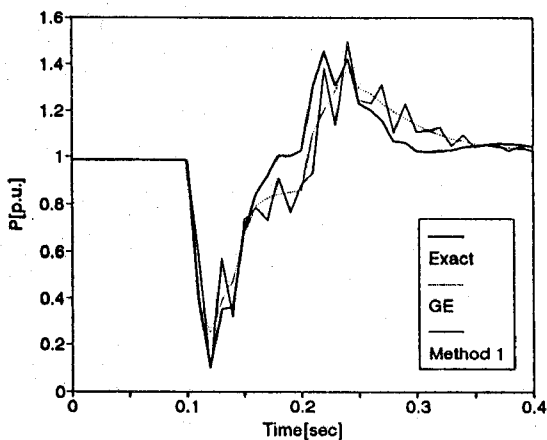


그림 9. 2 전동기 축약 방식 I 의 $P(t)$ 비교

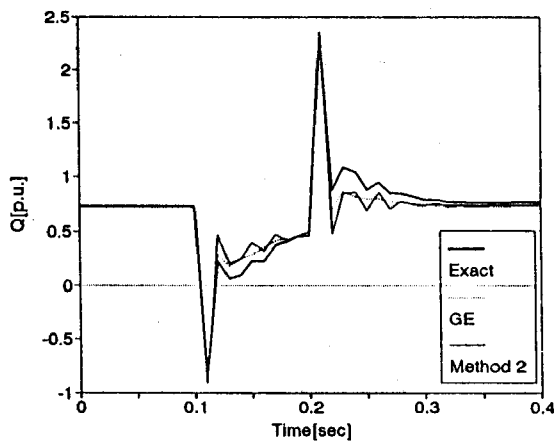


그림 12. 2 전동기 축약 방식 II 의 $Q(t)$ 비교