

## 가변구조를 이용한 직류전동기의 위치제어

임 선종

남 문현

김 낙교

건국대학교 전기공학과

### Position control of DC Motor using Variable Structure

Sun Jong Lim

Moon Hyon Nam

Lark Kyo Kim

Konkuk University

#### ABSTRACT

This theory has fast response and low overshoot by transforming its structure and this system may have new character which did not appear in this system. The VSS system transform its structure by switching logic. Then, the state trajectory is to sliding along the switching line to the phase-plane origin. The phase trajectory is known as the sliding mode of this controller. This paper performed position control in the theory and analysed the change in variable loads.

#### 1. 서

가변 구조 제어이론은 bang-bang 제어 이론에서 발전되었으며, Emelyanov(1964, 1967), Utkin(1971, 1974, 1977) 그리고 Itkis(1976) 등 소련의 학자들에 의해 연구되어 왔다.

이 이론은 어떤 원하는 특성을 얻기 위하여 상태 공간에서 시스템 상태가 불연속 표면(discontinuity surface)을 가로 지를 때 계통의 구조를 변화시킴으로 해서 종래의 제어기에서 얻을 수 없는 빠른 응답 적은 오버 슈트를 갖게 한다.

가변 구조에서 이러한 복잡성을 도입하는 것은 구조의 각 유용한 특성을 포함할 수 있는 가능성 때문이다. 게다가 가변 구조 시스템은 이용된 구조의 어느 것에도 나타나지 않았던 새로운 특성을 가질 수 있다는 것이다.

가변 구조 제어 계통에서는 제어 입력에 스위칭 평면에 스위칭 논리에 따라 계통의 구조를 변화시킨다. 이 가변 구조 제어 입력에 의해 상태 공간의 어떤 위치에서도 상태는 스위칭 평면을 향하게 되며, 일단 거기에 도달하게 되면 그 평면을 따라 이동하게 되는데 이러한 현상을 슬라이딩 모드라고 한다.

슬라이딩 모드를 포함한 가변 구조의 설계는 정확한 모델링을 필요로 하지 않으며, 모델 파라미터의 경계만을 아는 것으로 충분하다. VSS가 슬라이딩 모드에 있을 때, 그것의 궤적은 스위칭 표면에 놓이게 된다. 그러나 슬라이딩 모드는 이상적인 경우이며, 스위칭 딜레이작은 시정수(small time constant)의 무시등으로 인해 이상적 슬라이딩은 일어나지 않는다. 따라서 그 궤적은 스위칭 표면의 이웃에 있게 되며 스위칭 delay가 존재할 때 그 궤적은 스위칭 표면을 따라 슬라이딩한다기보다는 chattering하게 된다.

본 논문에서는 가변 구조의 이론을 직류 서보 전동기에 적용하여 위치제어를 실현하였으며 가변 구조의 특징인 외란에 대한 둔감성을 보이기 위해 강한 마찰, 편심 부하를 주어 그에 따른 위치 제어 변화를 관찰하였다.

#### 2. 가변 구조 제어이론

가변 구조 system에서 제어는 그것의 구조를 변화하도록 한다. 즉, 어느 순간에 상태에 대한 한 연속함수에서 다른 함수로 스위치하는 것이다.

이것을 설명하기 위하여 다음 2가지 예를 들어본다.

첫째,  $\psi = \alpha_1^2$ 와  $\psi = \alpha_2^2$ 로 정의되는 구조를 가진 2차 system을 생각한다.

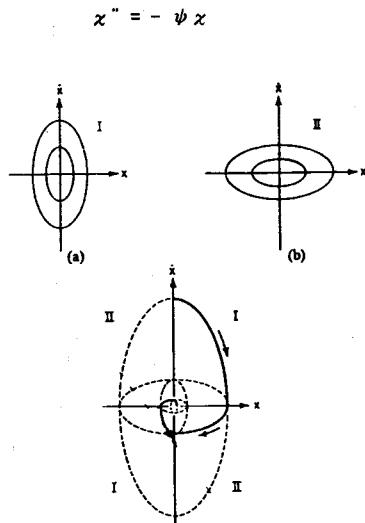


Fig 1. 두개의 안정 구조로 구성된 점근안정 VSS.

$$\text{여기서 } \alpha_1^2 > \alpha_2^2$$

위 궤적은 그림 1에 있으며 점근적으로 안정한 시스템은 하나도 없다. 그러나 점근적 안정은 만일 시스템의 구조가  $\alpha$ 축상에서 변화한다면, 즉 switching logic 이

$$\psi = \begin{cases} \alpha_1^2 & x x' > 0 \\ \alpha_2^2 & x x' < 0 \end{cases}$$

이면 이루어 질 수 있다.

결과 상궤적(phase trajectory)이 fig(c)에 있다.

둘째

$$x'' - \xi x' + \psi x = 0, \xi > 0$$

을 생각하자.

여기서, 선형구조는  $\psi$ 가  $\alpha > 0$  이거나  $-\alpha$ 와 같을 때 negative와 positive feedback에 대응한다. [ Fig 2(a)(b)]에서 보는 것처럼 두개의 구조는 불안정하다.

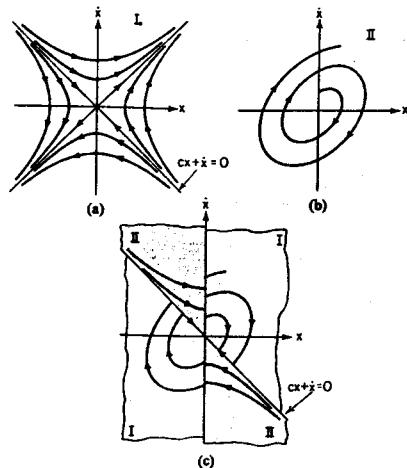


Fig 2. 두개의 불안정한 구조로 구성된 점근안정 VSS.

원점으로 집중하는 유일한 운동은  $\psi = (-\alpha)$ 를 가진 구조의 안정한 eigenvector를 따르는 것이다. 만일 스위칭이 이선과 스위칭 law

$$\psi = \begin{cases} \alpha & \alpha S > 0 \\ -\alpha & \alpha S < 0 \end{cases}$$

$$\text{여기서 } S = Cx + x'$$

$$\xi / \xi \\ C = \lambda = \frac{-}{2} / \frac{+}{4} + \alpha$$

를 가진  $x = 0$ 에서 일어난다면, 그 결과 VSS는 점근적으로 안정하다. 위의 예들에서처럼 새로운 시스템 특성은 다른 궤적의 일부에서 원하는 궤적을 작성함으로 해서 얻어진다. 심지어 VSS에 대한 더 기본적인 국면은 그 구조들의 어느것에도 없었던 궤적을 얻을 수 있다는 것이다. 이러한 궤적들이 새로운 타입의 motion을 묘사한다. 소위 슬라이딩 모드라 한다. 다음의 2차 선형 시불변 시스템을 생각하자.

$$x_1' = x_2$$

$$x_2' = ax - bu$$

$$x^T = (x_1, x_2) \quad \cdots (1)$$

모드  $x_1(t)$ 과 비이상적인 슬라이딩 모드  $x_2(t)$  사이에 차는

시스템 (1) 이 슬라이딩 모드에 있을때, 그것의 궤적 ( $x_1(t)$ ,  $x_2(t)$ )은

$$S = C x_1(t) + x_2(t) = 0 \quad \cdots (2)$$

$$\|x_1(t) - x_2(t)\| \leq H\Delta \quad \cdots (5)$$

을 만족하며,  $x_1(t)$ 는 방정식

$$x_1' = -Cx_1 \quad \cdots (3)$$

의 지배를 받는다.

이것이 (1) 의 슬라이딩 모드 방정식이며 원래의 System 의 단축된 System 이다. 공식적으로 슬라이딩 모드 방정식은 Utkin 에 의해 제안된 등가 제어 방법 (equivalent control method) 에 의해 얻어진다.

그 방법에 따라  $U$ 는 대수 방정식  $S' = 0$ 에서 얻어진다. 즉,

$$S' = C x_2 + a x_2 - bu = 0 \quad \cdots (4)$$

(4) 의 유일한 해  $V_{eq}$  는 (1) 식의  $u$ 에 대체되며, (3)은 (2)식을 만족하도록  $x_1, x_2$  를 제한함으로서 얻어진다. (3)식이 단지  $C$ 에 의존하므로, 슬라이딩 모드는 시스템의 변수  $a, b$ 에 의존하지 않는다는 것을 알수있다. 게다가 (3)은  $-C$  와 같은 eigenvalue 를 갖는다. 식 (4)에서 양의  $C$ 값의 선택은 점근적인 안정성을 보증한다. 슬라이딩 모드 응답 속도는 design parameter인  $C$ 에 의해 결정된다. 슬라이딩 모드가 발생했을 때, 가변 구조 제어 (variable structure control) 은 무한한 주파수에서 이상적 스위칭이 된다. 그러나, 현실적으로 그 제어는 유한 주파수에서 스위치되며, 대응하는 궤적은 스위칭 평면에 대해서 chattering 하게 된다. 이러한 궤적을 비이상적인 궤적이라 한다. 만일  $V_{eq}$ 가 유일하다면 비이상적인 슬라이딩 모드는 (3)식에 의해 정의된 이상적인 슬라이딩 모드에 가깝다. 불안한 요소 (스위칭 히스테리, 지연, finite slope switching, 무시될 작은 시정수)의 크기와 형태에 의존하는 parameter  $\Delta$ 가 주어진다. 이상적인 슬라이딩

이때,  $t = t_1$  되는 모든 스위칭 라인 즉

$$\|S(t_1)\| \leq \Delta \quad \cdots (6)$$

에 가깝다는 것이다.

비이상적인 가변 구조 제어의 해석은 그것이 분명히 분리된 높고 낮은 것은 주파수 성분을 포함하는 폭과 크기가 조종된 펄스 제어 시그널을 산출한다는 것이다. 평균 시간일 때 얻어지는 저주파 성분  $U_m$ 은 등가제어  $V_{eq}$ 에 가깝게 보여 진다. 그리고  $\Delta \rightarrow 0$  일 때  $V_{eq}$  가 되는 경향이 있다. Sliding Mode 를 가진 VSS의 현실화에서 나타나는 비이상적 슬라이딩 모드는 시간 최적 제어 시스템의 feedback 수행에서의 chattering 현상과 유사하다. 만일 이중 적분 plant에서 궤적이 시간 최적 스위칭 곡선에 도달하기 전초전에 제어가 스위치되어 실제 스위칭 곡선이 실행된다면 chattering 현상이 일어나며, 실제 시간은 최적 시간 보다 훨씬 큰  $O(\varepsilon)$ 가 될 것이다. 시간 최적 설계에 관한 잊점은 plant parameter에 둔감하다는 것이다. VSS의 설계에서 다른 중요한 점은 스위칭 Line에 도달할 수 있는 시스템 궤적에 대한 조건이다. 선형 시스템에 대해, 그것의 모든 궤적은 스위칭 Line 에 도달한다.

### 3. 가변 구조 제어 시스템의 설계

2 장에서 논한 이론은 다음의 block diagram으로 나타낼 수 있다.

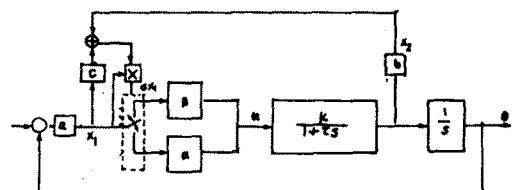


Fig. 3. 가변 구조 제어 시스템 계통도.

위의 계통에서 다음의 방정식을 이끌수 있다.

$$SS' < 0 \quad \dots(4)$$

$$\begin{array}{l} a \\ x_1' = -x_2 \\ b \end{array}$$

b

1

$$x_2 = \frac{1}{b} (bk\psi - x_2) \quad \dots(1)$$

여기서  $x_1 = a\theta$ ,  $x_2 = b\omega$  이고 a 와 b 는 포텐셜미터와 타코미터의 이득이지만 본 실험에서 속도와 위치는 속도 측정회로와 위치측정회로로 측정하므로 이득은 1로 한다. 스위칭 라인은

즉

$$\left[ \frac{aC^2}{b} + \frac{C}{\tau} + \frac{bk\psi}{\tau} \right] x_1 S < 0 \quad \dots(5)$$

그러므로

$$\psi = \begin{cases} < \epsilon & x_1 S > 0 \\ > \epsilon & x_1 S < 0 \end{cases}$$

$$S = C x_1 + x_2 \quad \dots(2)$$

여기서

이고 따라서

$$S = C x_1' + x_2'$$

$$= C \frac{a}{b} x_2 + \frac{1}{\tau} (bk\psi - x_2)$$

$$= (C \frac{a}{b} - \frac{1}{\tau}) x_2 + \frac{bk\psi}{\tau}$$

$$= (C \frac{a}{b} - \frac{1}{\tau}) x_2 + \frac{bk\psi x_1}{\tau}$$

$$\left[ \frac{aC^2}{b} + \frac{C}{\tau} + \frac{bk\psi}{\tau} \right] x_1 \quad \dots(3)$$

( $u = \psi x_1$ )

계통의 상태를 스위칭선을 향해 움직이도록 하기위해 다음의 조건을 만족 해야 한다.

$$\epsilon = \frac{aC^2}{bk} - \frac{C}{b\tau}$$

위치를 계어하기위해 설계제작한 전체시스템의 계통도는 아래 그림과 같다.

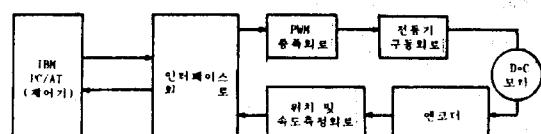


Fig 4. 전체 시스템 계통도.

위치 제어를 수행하기 위하여 설계 제작한 하드웨어는 컴퓨터와 서어보 시스템과의 인터페이스 회로, PWM 파형 발생회로, 전동기 구동회로, 전동기 회전 방향 결정회로, 앤코더와 연결된 전동기 회전 방향 판별회로, 주파수 체배 회로, 위치측정 카운터 회로, 속도 측정 카운터 회로 등으로 구성된다. 가변구조 제어 알고리즘은 CPU 8088 마이크로 프로세서에 의하여 소프트웨어로 (C language) 처리되며 이의 출력은 PWM 신호 발생부에 공급된다. 본 실험에서 사용된 전동기는 정확한 위치나 속도 제어를 실현시키기 위해서 koyo

Electronics Industries Co., LTD 회사의 koyo Encoder 를 사용하였으며, 여기에서 내장된 엔코더(Encoder)의 분해능은 1000[펄스/회전](pulses/revolution)이다. 이때 실험 시스템의 출력은 전동기축에 연결된 광 회전 엔코더(optical Rotary Encoder)의 회전수에 비례하는 펄스로 나타낸다. 실험 시스템의 출력값은 회전에 엔코더의 출력펄스를 받아들여 정해진 기간동안 세어진 값으로 나타낸다. 이값은 제어알고리즘에 사용된다.

#### 4. 결과

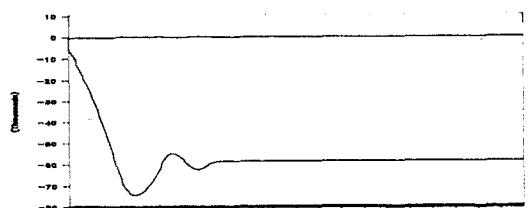
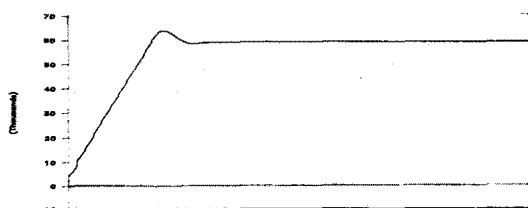
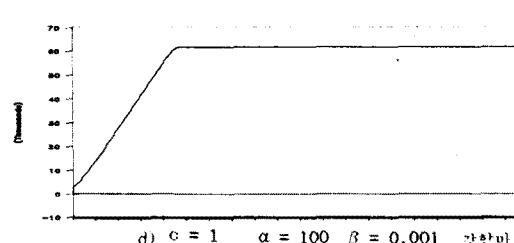
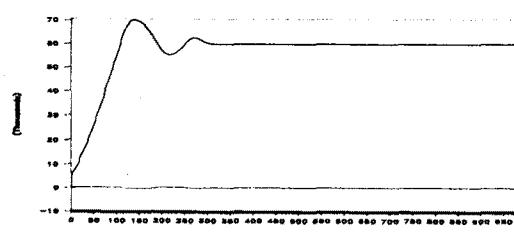
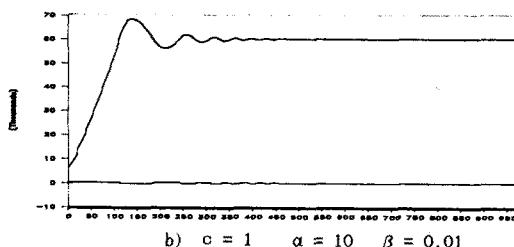
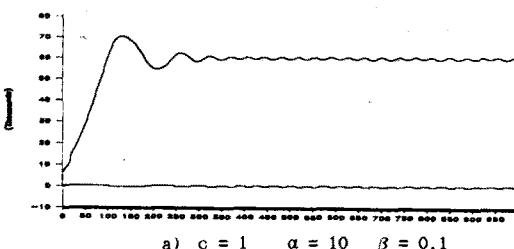


Fig. 5. 파라메터 변화에 의한 직류서보 전동기 위치

#### 5. 결론

가변 구조 이론을 직류 서보 전동기에 적용한 결과 다음의 결과를 얻었다.

1. 이득을 구하는 과정이 간단하여, 응답에 있어서 이득의 설정에 따라 상당히 적은 overshoot를 얻을 수 있었다.
2. 가장 좋은 이득을 설정하여 외란을 가한 결과 그림 5에서처럼 가변 구조의 특징인 외란에 대한 동감성을 볼 수 있었다.
3. 기존의 여러가지 제어법칙과 비교한 결과 풀먼트의 복합적인 비선형 보상을 강조하는 파라메타를 정확하게 알지 못하더라도 위치제어시 제어기의 실현이 용이하다.

#### 참고문헌

1. V.I. Utkin: Sliding mode and their application in variable structure system, MIR Pub. Moscow, 1978
2. V.I. Utkin: Control system of variable structure, John Wiley & Sons, 1976
3. N.N. Bengiamin: Variable structure position control, IEEE Trans., on AC, 1984
4. V.I. Utkin: Variable structure system with sliding modes, IEEE Trans. on AC-22, No.2 1977
5. K.D. Young: Controller design for a manipulator using theory of variable structure system, IEEE Trans. on MSC-8, No.2, 1978