에너지 함수 방법에서 평형점 계산을 위한 정식화 개선

김성수 전영환 안복신 오태규
한국 전기 연구소

함완균 권태원 이경재
한국전력 기술 연구원

Improvement of Mathematical Formulation for Computation of Equilibrium Point in the Transient Energy Function Method

S.S. Kim, Y.H. Chun, B.S. Ahn, T.K. Oh
KERI

Y.K. Ham T.W. Kwon K.J. Lee
KEPCO

1. 서론

전기에너지의 의존도가 높아가면서 경제적이고 품질 좋은 전기를 정전없이 공급할 것에 대한 사회적 요구는 엄격해지고 있다. 특히 우리나라의 경우 생활 수준의 향상으로 냉방 부하는 매년 큰 폭으로 증가하고 있으며, 현재와는 달리 냉난방 설비등의 편의 시설이 보편화 되었을 때의 정전으로 인한 불편은 커다란 사회적 관심을 불러 일으키게 될 것은 지명한 사실이다.
과도 안정도는 계통의 안정 운용을 위한 기본 조건이 되며, 과도 안정도 문제가 발생하면 계통붕괴와 같은 대규모 정전 사태을 초래할 위험이 있기 때문에 계획 단계에서부터 운용 단계까지 검토되어져야 할 사항이다. 전력계통의 안정도 문제는 계통에 외란이 발생할 때 야기되며 외란의 특성과 크기에 밀접한 관계가 있고, 외란의 영향이 크면 과도 기간동안의 계통 동요가 크게 된다. 이러한 계통 동요가 동기 탈조를 초래할 것인가, 혹은 계통이 동요를 극복하고 새로운 안정 운전 상태로 이동하여 정착할 수 있는가 하는 것이 전력계통 과도 안정도 문제이다. 우리나라의 경우 경제성장에 따른 전력 수요 증가 추세를 고려할 때 전력계통은 규모면에서 급격한 확장이 불가피할 것으로 예측되며 경제적인 이유로 대용량 발전소를 건설하게 될 때 전원 입지와 송전선로 경과지 구득난 등의 이유로 장래에는 전력계통 안정도 확보문제가 심각하게 대두될 가능성이 있다.
한편 해석기법은 검토해야할 사항이 계획 단계와 운용 단계에서 다를 수 있는데 현재 과도 안정도 해석 방법으로 널리 사용되고 있는 방법은 일률적으로 시간 모의에 의한 방법으로 검토하고자 하는 운전 조건 및 계통 구성과 외란에 대해 수학적으로 표현한 계통 변수의 시간 응답을 얻어 이를 분석하여 안정도를 분석한다. 이렇게 하여 얻어지는 정보는 안정 여부 판정에 국한되며 검토 조건이 변화하면 시간모의를 반복 시행해야 한다. 이 방법의 장점으로는 계통 요소들을 자세히 표현할 수 있고 이런 요소들의 특성을 검토할 수 있다는 것이다. 그러나 계통 규모가 커짐에 따라 컴퓨터 사용시간이 급격히 증가하고, 얻어진 결과 해석에 상당한 경험을 필요로 하며, 반복 모의 수행에 의한 해석으로 모든 문제를 검토하기에는 한계가 있다. 한편 계획 단계에서 여러 대안을 안정도 측면에 비교 검토하기 위한 척도 혹은 지수를 얻기가 어렵다는 문제가 있다. 이러한 목적을 위해 이 방법에서 흔히 사용되는 임계고장제거 시간은 반복 모의에 의해서만 계산할 수 있으므로 상당히 번거러울 뿐만 아니라 상당한 경험을 요구한다. 계통 운용면에서는 예기치 아니한 상황 변화로 안정한계와 같은 안정도 문제를 신속히 검토해야 할 경우가 발생하면 시간모의 방법만으로 대처하기는 어려워 경험에 의존하여 상당한 폭의 마진을 고려하여 안정 한계를 결정하게 되면 설비 이용면에서 비효율적이 될 가능성이 있다.
따라서 시간 모의 방법의 장점을 최대한 이용하면서, 단점을 보완하기 위한 새로운 해석 기법으로서 선진국에서는 직접 방법에 의한 과도 안정도 방법에 대한 연구를 수행하고 있다.
Magnuson[1]과 Aylett[2]이 에너지 방법을 사용하여 계통의 안정도를 직접적으로 분석하기 시작한 이래, 전력계통의 과도 안정도 해석을 위한 직접방법 개발은 많은 Power System Engineer 와 System Researcher에 의해 연구되고 검토되어 왔다. 직접 방법중 에너지 함수 방법의 기술 수준은 실계통응용 단계에 이르렀다. 이분야에서의 기술 수준 향상은 다음의 두 분야로 요약될 수 있다.[3,4,5,6]

i) 외부 요란에 의해 계통에 유입되는 과도에너지를 정확히 계산 할수있는 에너지 함수의 개발과
ii) 안정도 해석시 과도 에너지와 비교기준이 되는 임계에너지의 계산 방법 개발

최근 이분야에서의 연구단계는 기법이 보유하고 있는 빠른 계산 능력과 에너지 마진에 의한 감도 해석 및 안정도 마진 계산 능력을 이용하여 안정 운전 범위 (stability limit)를 계산하고 Security 평가 tool로 이용하여 실제 응용기술 개발 단계에 이르고 있다. 한편 계산속도의 향상과 계산 신뢰성을 개선 하기 위한 이론적 연구도 꾸준히 지속되고 있다. 본 논문에서는 직접 방법 중요 과정인 평형점 계산 알고리즘을 개선하기 위한 정식화에 대해 검토 하기로 한다.

2. 수학적 정식화

에너지 함수 방법의 중요한 첫 단계는 동기속도로 회전하고 있는 기준축에 대해 표현한 운동 방정식을 관성 중심축으로 변환 하는 것이다. 관성 중심축에 의한 모델링 개념은 전력계통 과도 안정도가 발전기들의 개별 운동 보다는 발전기 간의 상호운동에 의해 결정된다는데 기초를 두고 있다. COI 변환의 중요성은 이 변환으로 인해 계통으로부터 분리되려는 발전기들의 운동이 잘 나타내지고, 또한 이런 발전기들의 운동과는 직접으로 관련이 없고 다만 관성 중심축을 가속하려는 에너지를 제거하는데 있다. 즉 이 변환을 통해서 계통으로부터 발전기들을 분리 시키려고 작용하는 힘과 발전기들의 운동과 관련되어지는 에너지 요소들은 쉽게 인식할 수 있다. COI 변환을 위해 관성중심 δ_o를

$$\delta_o = \frac{1}{M_T}\sum_{i=1}^{n} M_i \delta_i \quad , \qquad M_T = \sum_{i=1}^{n} M_i$$

와 같이 정의하면,

$$\Theta_i = \delta_i - \delta_o$$
$$\dot{\Theta}_i = \dot{\delta}_i - \dot{\delta}_o = \tilde{\omega}_i \qquad (1)$$

와 같이 θi와 $\tilde{\omega}_i$를 정의할 수 있고

$$\sum_{i=1}^{n} M_i \theta_i = 0$$

$$\sum_{i=1}^{n} M_i \dot{\theta}_i = 0 \qquad (2)$$

와 같은 관계를 얻을수 있다.

이와같이 하였을 때 운동방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$M_i \dot{\tilde{\omega}}_i = P_i - P_{ei} - \frac{M_i}{M_T} P_{col} \qquad (3)$$

$$\dot{\theta}_i = \tilde{\omega}_i \quad i = 1,2, \ldots ,n$$

3. 평형점(Equilibrium Point)

System의 모든 상태 변수의 변화량이 零이 되는 점을 평형점이라 부르는데 물리적 의미로는 system trajectory 가 일단 이 점에 도달하게 되면 외부로부터 다른 영향이 없는 한 계속 이 곳에 머무른다는 것을 의미한다. 따라서 이점을 Rest Point 혹은 Stationary Point라 부르기도 한다. 식(3)로부터 평형점은 다음과 같은 비선형 연립대수 방정식의 해로 주어진다.

$$0 = P_i - P_{ei} - \frac{M_i}{M_T} P_{col}$$

$$0 = \tilde{\omega}_i \qquad (4)$$

평형점에서 각 발전기들의 COI 속도 편차와 가속도는 零이 되어 발전기간 상호 운동이 정지된 상태와 다름 없다. 다기 계통에서 평형점의 수는 발전기수의 증가 와 더불어 증가하게 된다. 이중 하나는 안정 평형점(Stable Equilibrium Point, SEP)이고 나머지 모두는 불안정 평형점(Unstable Equilibrium Point, UEP)가 된다. 시스템 운동과 시스템 에너지 관점에서 보면 시스템 에너지는 안정 평형점에서 최소가 되어 불안정 평형점에서 상대적 극대가 된다.

4. 평형점의 계산

평형점 계산을 위한 정식화는 다음과 같이 한다.

$$f_i(\theta) = 0 \ , \ i = 1,2, \ldots ,n$$

을 만족하는 해를 구한다.

여기서

$$f_i = P_i - P_{ei} - \frac{M_i}{M_T} P_{col} \quad , \ M_T = \sum_{i=1}^{n} M_i$$

$$P_{ei} = \sum_{i=1}^{n} [\, C_{ij} \sin\theta_{ij} + D_{ij} \cos\theta_{ij} \,]$$

$$P_{col} = \sum_{i=1}^{n} (P_i - P_{ei})$$

$$\sum_{i=1}^{n} M_i \, \theta i = 0 \qquad (5)$$

함수 f_i 는 θi가 독립 변수 형태로 적용되는 것이 아니고 이들의 차 θij $(=\theta i - \theta j)$의 형태로 적용된다.
여기서 θij, $i,j=1,2, \ldots ,n$은 demension이 (n-1)이다. 따라서 원래의 변수

$\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta n$과 제약조건 $\sum_{i=1}^{n} M i \theta i = 0$

의 feasible 영역 dimension (n-1)과 같다. 이로부터 원래 문제를 다음과 같은 변수로 다시 나타낼 수 있다.

$$X_1 = \theta 1 - \theta n$$

$$X_2 = \theta 2 - \theta n$$

$$\vdots$$

$$X_{n-1} = \theta_{n-1} - \theta n$$

$$(\, X n = \theta n - \theta n = 0) \qquad (6)$$

Xi로 부터 f_i의 변수 θij는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \theta ij &= \theta i - \theta j \\ &= \theta i - \theta n + \theta n - \theta j \\ &= (\theta i - \theta n) - (\theta j - \theta n) \\ &= Xi - Xj = X_{ij} \end{aligned} \qquad (7)$$

즉 원래식에서 변수 이름만 θij에서 X_{ij}로 바꾸면 된다.

$$f_i'(X) = 0$$

$$f_i = P_i - P_{ei} - \frac{Mi}{M_T} P_{col}$$

$$P_{ei} = \sum_{j=1}^{n} [\, C_{ij} \sin X_{ij} + D_{ij} \cos X_{ij}]$$

$$P_{col} = \sum_{i=1}^{n} (\, P_i - P_{ei} \,)$$

$$Xn = 0 \qquad (8)$$

윗 식으로부터 $f_i(X) = 0$, $i=1,2, \ldots, n$의 근 X^*를 구했을때 실제로 원하는 값 θ^*는 다음과 같이 구할 수 있다.

i) θn:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{n-1} Mi\, Xi &= \sum_{i=1}^{n-1} Mi\, (\theta i - \theta n) \\ &= \sum_{i=1}^{n-1} Mi\theta i - \sum_{i=1}^{n-1} Mi\theta n \\ &= (\sum_{i=1}^{n} Mi\theta i - Mn\theta n) - (\sum_{i=1}^{n} Mi - Mn)\theta n \\ &= - Mn\theta n - (M_T - Mn)\, \theta n \\ &= - M_T\, \theta n \end{aligned}$$

$$\Theta n = -\frac{1}{M}\sum_{i=1}^{n-1} Mi\ Xi \qquad (9)$$

ii) Θi , i=1,2, ..., n-1:

식(6)과 Θn 값으로 부터 구한다.

$$\Theta i = (\Theta i-\Theta n)+\Theta n = Xi + \Theta n$$

한편

$$\sum_{i=1}^{n} f_i = \sum_{i=1}^{n} \left(P_i - P_{ei} - \frac{Mi}{M_T} P_{coi}\right)$$

$$= \sum_{i=1}^{n} (P_i - P_{ei}) - \frac{1}{M_T}\left(\sum_{i=1}^{n} Mi\right) P_{coi}$$

$$= P_{coi} - \frac{M_T}{M_T} P_{coi}$$

$$= 0 \qquad (10)$$

즉 { f_1, f_2, ..., fn }은 독립된 식이 되지 못하고 redundunt한 식이기 때문에 {f1,f2, ..., fn-1}만이 의미를 가진다. 따라서 (5)식을 다음과 같이 변형해도 마찬가지 이다.

$$f_i(X) = 0 \qquad i=1,2, \ldots, n-1$$

$$f_i = P_i - P_{ei} - \frac{Mi}{M_T} P_{coi}$$

$$P_{ei} = \sum_{j=1}^{n} [\, C_{ij} \sin X_{ij} + D_{ij} \cos X_{ij} \,]$$

$$P_{coi} = \sum_{i=1}^{n} (P_i - P_{ei})$$

$$X_n = 0 \qquad (11)$$

이와 같은 비선형 연립 방정식의 해를 구하는 알고리즘에는 여러가지 있으나 평형점 계산에는 흔히 SNR (Scaled Newton-Raphson) 혹은 CGN (Corrected Gauss-Newton)접근이 사용되고 있다.[6] 어떤 방법을 사용하든지 Jacobian 계산이 요구되는데 앞서 기술한 정식화를 사용하면 다음과 같이 된다.

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial X_1} & \frac{\partial f_1}{\partial X_2} & \cdots\cdots & \frac{\partial f_1}{\partial X_{n-1}} \\ \frac{\partial f_2}{\partial X_1} & \frac{\partial f_2}{\partial X_2} & \cdots\cdots & \frac{\partial f_2}{\partial X_{n-1}} \\ \frac{\partial f_{n-1}}{\partial X_1} & \frac{\partial f_{n-1}}{\partial X_2} & \cdots\cdots & \frac{\partial f_{n-1}}{\partial X_{n-1}} \end{bmatrix} = [\, J_{ij} \,] \qquad (12)$$

$$J_{ij} = \frac{\partial f_i}{\partial X_j} = \frac{\partial}{\partial X_j}\left[\, P_i - P_{ei} - \frac{Mi}{M_T} P_{coi} \,\right]$$

$$-J_{ij} = \frac{\partial P_{ei}}{\partial X_j} + \frac{Mi}{M_T} \cdot \frac{\partial P_{coi}}{\partial X_j}$$

$$= \frac{\partial P_{ei}}{\partial X_j} + \frac{Mi}{M_T} \cdot \sum_{k=1}^{n} \frac{\partial}{\partial X_j}(P_K - P_{eK})$$

$$= \frac{\partial P_{ei}}{\partial X_j} + \frac{Mi}{M_T} \cdot \sum_{k=1}^{n} \left(-\frac{\partial P_{eK}}{\partial X_j}\right)$$

$$J_{ij} = \frac{-\partial P_{ei}}{\partial X_j} + \frac{Mi}{M_T} \cdot \sum_{k=1}^{n} \frac{\partial P_{eK}}{\partial X_j} \qquad (13)$$

i) $\frac{\partial P_{ei}}{\partial X_j}$:

$$\frac{\partial P_{ei}}{\partial X_j} = \frac{\partial}{\partial X_j}\sum_{k=1}^{n} [\, C_{iK} \sin X_{iK} + D_{iK} \cos X_{iK}]$$

$$= \sum_{k=1}^{n} [\, C_{iK}\cos X_{iK}(\delta_{ij} - \delta_{iK}) + D_{iK}(-\sin X_{iK})(\delta_{ij} - \delta_{jK})]$$

$$= \sum_{k=1}^{n} [\, C_{iK}\cos X_{iK} - D_{iK}\sin X_{iK}] \cdot \delta_{ij}$$

$$- \sum_{k=1}^{n} [\, C_{iK}\cos X_{iK} - D_{iK}\sin X_{iK}\,] \cdot \delta_{jK}$$

$$= \delta_{ij} \cdot \sum_{k=1}^{n} [(\, C_{iK}\cos X_{iK} - D_{iK}\sin X_{iK}) - (\, C_{ij}\cos X_{ij} - D_{ij}\sin X_{ij}\,)]$$

$$\frac{\partial P_{ei}}{\partial X_j} = \begin{cases} -C_{ij}\cos X_{ij} + D_{ij}\sin X_{ij} & (i \neq j) \\ \sum_{k=1, k\neq j}^{n} [\, C_{jK}\cos X_{jK} - D_{jK}\sin X_{jK} & (i=j) \end{cases}$$

$$\delta ij = \begin{cases} 0 & i \neq j \\ 1 & i=j \end{cases} \qquad (14)$$

ii) $\sum_{k=1}^{n} \frac{\partial P_{ek}}{\partial X_j}$:

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{\partial P_{ek}}{\partial X_j} = \sum_{k=1, k\neq j}^{n} \frac{\partial P_{ek}}{\partial X_j} + \frac{\partial P_{ej}}{\partial X_j}$$

$$= \sum_{k=1, k\neq j}^{n} (-C_{Kj}\cos X_{Kj} + D_{Kj}\sin X_{Kj})$$

$$+ \sum_{k=1, k\neq j}^{n} (\, C_{jK}\cos X_{jK} - D_{jK}\sin X_{jK})$$

$$= \sum_{k=1, k\neq j}^{n} (-C_{Kj}\cos X_{Kj} + D_{Kj}\sin X_{Kj})$$

$$+ \sum_{k=1, k\neq j}^{n} (\, C_{Kj}\cos X_{Kj} + D_{Kj}\sin X_{Kj}\,)$$

$$= 2 \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^{n} D_{kj} \operatorname{Sin} X_{kj}$$

$$= 2 \sum_{k=1}^{n} D_{kj} \operatorname{Sin} X_{kj}$$

iii) J_{ij} : 식 (14)와 (15)로 부터

$i \neq j$ 이면

$$C_{ij} \operatorname{Cos} X_{ij} - D_{ij} \operatorname{Sin} X_{ij} + 2 \frac{Mi}{M_T} \sum_{k=1}^{n} D_{kj} \operatorname{Sin} X_{kj}$$

$i = j$ 이면

$$\sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^{n} (C_{jk} \operatorname{Cos} X_{jk} - D_{jk} \operatorname{Sin} X_{jk}) + 2 \frac{Mi}{M_T} \sum_{k=1}^{m} D_{kj} \operatorname{Sin} X_{kj} \qquad (16)$$

지금까지의 전개를 정리하면 다음과 같다.

STEP 1. $\theta_1^{(0)}, \theta_2^{(0)}, \ldots, \theta_n^{(0)}$ 로부터 $X_1^{(0)}, X_2^{(0)}, \ldots, X_{n-1}^{(0)}$ 를 구한다

$$X_i^{(0)} = \theta_i^{(0)} - \theta_n^{(0)}$$

STEP 2. $f_i(X) = 0 \quad i=1,2, \ldots, n-1$ 을 푼다. Jacobian matrix를 이용한다.

STEP 3. $X_1^{*}, X_2^{*}, \ldots, X_{n-1}^{*}$로부터 $\theta_1^{*}, \theta_2^{*}, \ldots, \theta_n^{*}$ 를 구한다.

$$\theta n = - \frac{1}{M_T} \sum_{i=1}^{n-1} Mi\ Xi$$

$$\theta i = Xi + \theta n \qquad i=1,2, \ldots, n-1$$

5. 결론

본 논문에서는 관성 중심축 변환 정식화를 사용하여도 Jacobian matrix는 크기는 하나 감소하나 정방 대칭 행렬이 됨을 알수 있다. 이런 행렬구조 특성을 충분히 활용 할때 평형점 계산은 계산속도 및 계산 알고리즘의 robustness를 개선 할수 있다.

참고 문헌

1. Magnuson, P.C. "Transient energy method of calculating stability" AIEE Trans. PAS-66, pp745-755, 1947
2. Aylett, P.D. "The energy integral criterion of transient stability limits of power systems" Proceedings of IEEE, pp 527-536, 1958
3. Athay, T., Sherkat, V.R., Virmani, S., and Puech, C. "Transient energy analysis", Systems engineering for power :DOE, 790904-IL
4. Fouad, A.A., Kruempel, K.C., Mamandur, K.R.C., Stantorn, S.E., "Transient stability margin as a tool for dynamic security assessment" EPRI Report EL-1755, March 1981
5. Pai, M., Power system stability by the direct method of Lyapunov, 1981.
6. V.F. Carvalho, et al., "Demonstration of large scale direct analysis of power system transient stability", Final Report, EPRI project RP2206-1. EPRI Report EL-4980, February 1987.
7. Gless, G.E. "Direct method of Lyapunov applied to transient power stability" IEEE Trans. PAS-85, pp 158-168, Feb. 1966