

유한요소법에 의한 착자회로 해석

김창엽^o, 한송엽
서울대학교

Analysis of Magnetizing Circuit using Finite Element Method

Kim Chang Eob, Hahn Song Yop
Seoul National Univ.

ABSTRACT

A method for analyzing magnetic circuit in a capacitor-discharge impulse magnetizer is established by the finite element method. As the detailed distribution of the flux can be obtained, the optimum design of the magnetizer will be possible using our method. The validity of the method is verified by comparing the calculated results with results measured.

1. 서론

콘덴서형 착자기로 자석을 자화시키는 경우 자석의 자화정도는 기기에 흐르는 전류값에 의해 결정된다. 그러나 전원으로서 기기에 가해지는 단자전압은 시간에 따라 변하고 그 값이 미지수이므로 쉽게 구할 수 없다. 본 논문에서는 유한요소법을 사용하여 착자기에서의 자속분포 및 방전전류의 시간적 변화를 정량적으로 계산하였다. 본 수법의 타당성을 검증하기 위해 측정치와 비교분석 하였으며, 수치해석 결과와 잘 부합함을 알 수 있었다.

2. 해석 방법

2.1 지배방정식 유도

Vector potential \vec{A} 를 이용하여 와전류를 고려한 2차원 직각 좌표계의 전자계 방정식은 식(1)과 같이 주어진다.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\nu \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu \frac{\partial A}{\partial y} \right) = -J_0 + \sigma \left(\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial \phi}{\partial t} \right) \quad (1)$$

여기서 ν : 자기저항률 (m/H)

σ : 도전율 (σ / m)

ϕ : 전위 (electric scalar potential)

J_0 : 강제전류밀도 (A/m)

여기에서는 대칭모델에 대하여 생각하였으므로

$\frac{\partial \phi}{\partial z} = 0$ 인 경우만 취급한다.

그림 1은 콘덴서형 착자기의 등가회로이다.

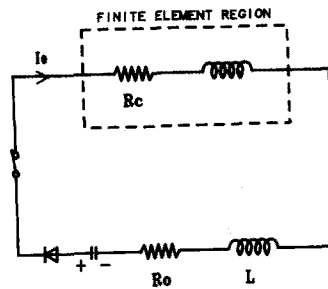


그림 1 착자기 등가회로

파선은 유한요소법으로 해석할 영역이며, R_c 는 해석영역내의 권선저항이다. 코일에 왜교하는 자속수를 $\vec{\Phi}$ 라하면 kirchhoff의 제 2법칙에 의해 다음식이 구해진다.

$$\frac{d\Phi}{dt} + (R_o + R_c) + L \frac{dI}{dt} + \frac{1}{C} \int I dt + Q_o = 0 \quad (2)$$

여기서 R_o : 회로저항
 L : 인덕턴스(H)
 Q_o : 초기충전전하(C)
 C : 콘덴서(F)

식 (2)에서 전류 I 는 미지수이므로 이의 적분은 쉽지않다.

따라서 전류 I 를 전하 Q 에 대한 식으로 치환하면 다음과 같다.

$$I = \frac{dQ}{dt} \quad (3)$$

식(3)의 I 를 식 (2)에 대입하고 쇠교자속 Φ 를 vector potential \vec{A} 를 이용하여 다시쓰면 식 (4)와 같다.

$$\oint_c \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \cdot d\vec{s} + (R_o + R_c) \frac{dQ}{dt} + L \frac{d^2 Q}{dt^2} + \frac{Q}{C} = 0 \quad (4)$$

한편 식(1)에서 자기저항률 ν 는 yoke의 경우 B-H 특성곡선상에서 구해지며, 자석의 경우 자석의 자화곡선 및 감자곡선에서 구해진다. 즉, 그림 2에서와 같이 자기저항률 ν 를 전류의 증가시에는 자화곡선상에서 구하고, 감자시에는 감자곡선상에서 구한다.

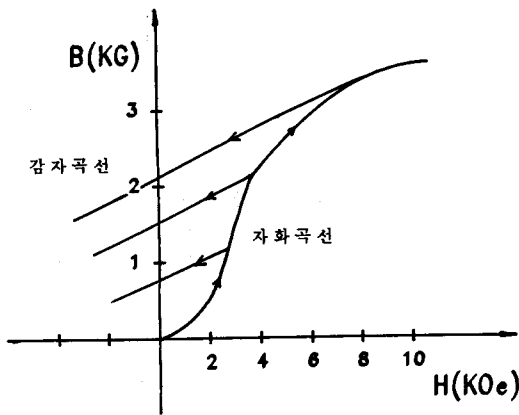


그림 2 자석의 자화과정

2.2 이산화

식 (4)의 시간미분항을 후퇴차분법으로 근사시키면 식(5)와 같다.

$$\frac{\partial A}{\partial t} = \frac{A^t - A^{t-\Delta t}}{\Delta t} \quad (5)$$

여기서 Δt : 시간폭 (sec)
 A^t : 시간 t에서의 vector potential
 $A^{t-\Delta t}$: 시간 (t- Δt)에서의 vector potential

식 (5)를 식 (1)에 대입하여 Galerkin법을 적용하고 1차삼각형요소를 이용하여 이산화하면 잔차 G_i 는 다음식으로 된다.

$$G_i^t = \sum_{e=1}^{ne} d_i^{(e)} \left\{ \nu^{(e)t} \sum_{k=1}^3 S_{ike} A_{ke}^t + \sigma \sum_{k=1}^3 \frac{\Delta^{(e)}}{12} (1 + \delta_{ike}) \times \frac{A_{ke}^t - A_{ke}^{t-\Delta t}}{\Delta t} - \frac{\Delta^{(e)} J_o^t}{3} \right\} \quad (6)$$

여기서 A_{ke} : 절점 ke에서의 vector potential
 $\nu^{(e)t}$: 시간 t에서 요소(e)의 자기저항률
 $\Delta^{(e)}$: 요소(e)의 면적
 ne : 총 요소수
 δ_{ike} : Kroneker delta
 $d_i^{(e)}$: 절점 i가 요소(e)에 포함되면 1, 포함되지 않으면 0

S_{ike} : 계수 matrix 성분

전류 I^t 와 전류밀도 J_o^t 사이에는 코일권수와 면적을 각각 n, s라하면

$$J_o^t = \frac{n I^t}{s} \quad (7)$$

이고, I 를 Q 에 관한식 (3)으로 치환하면 식 (8)과 같다.

$$J_o^t = \frac{n(Q^t - Q^{t-\Delta t})}{s \Delta t} \quad (8)$$

식(8)을 식(6)에 대입하면 잔차 G_i 는 A 와 Q 에 관한식으로 식(9)와 같이 쓸 수 있다.

$$G_i^t = \sum_{e=1}^{ne} d_i^{(e)} \left\{ \nu^{(e)t} \sum_{k=1}^3 S_{ike} A_{ke}^t + \sigma \sum_{k=1}^3 \frac{\Delta^{(e)}}{12} (1 + \delta_{ike}) \times \frac{A_{ke}^t - A_{ke}^{t-\Delta t}}{\Delta t} - \frac{n \Delta^{(e)}}{3s \Delta t} (Q^t - Q^{t-\Delta t}) \right\} \quad (9)$$

한편, 식(4)의 좌변을 η 라 하고 이산화하면 식(10)이 구해진다.

$$\eta^t = l \sum_{s=1}^{nc} \frac{\eta \Delta t^s}{S \Delta t} \sum_{k=1}^3 \left(\frac{A_{ke}^t - A_{ke}^{t-\Delta t}}{3} \right) + \frac{Q^t}{C} + (R_0 + R_c) \frac{Q^t - Q^{t-\Delta t}}{\Delta t} + L \frac{Q^t - 2Q^{t-\Delta t} + Q^{t-2\Delta t}}{(\Delta t)^2} \quad (10)$$

여기서 nc : 코일을 구성하는 삼각형 요소의 갯수
 l : 기기의 z 방향 길이

식(9), (10)을 연립하여 풀면 vector potential \vec{A} 와 전하 Q를 구할 수 있다. Newton-Raphson 법을 이용하여 비선형 해석을 하면 수정량 $\{\delta A_i\}, \delta Q$ 는 다음식을 풀어서 구할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \eta_i}{\partial A_j} & \frac{\partial \eta_i}{\partial Q} \\ \frac{\partial \eta}{\partial A_j} & \frac{\partial \eta}{\partial Q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta A_j \\ \delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\{\eta_i\} \\ -\eta \end{bmatrix} \quad (11)$$

3. 적용 Model

3.1 적용 Model 및 해석조건

그림 3은 해석에 이용한 착자기이다.

해석은 그림 4와 같이 2차원으로 했으며, 착자 yoke는 구조강판을 적용하여 사용하였으므로 와전류는 무시하였다. 대칭 model 이므로 1/2 영역만을 해석했다. 코일권수는 10 turn, 저항($R_c + R_0$)은 $0.044[\Omega]$ 이며 누설리액턴스 L은 $10[\mu H]$, 콘덴서 용량 $1000[\mu F]$, 전압 $300[V]$ 로 해석하였다.

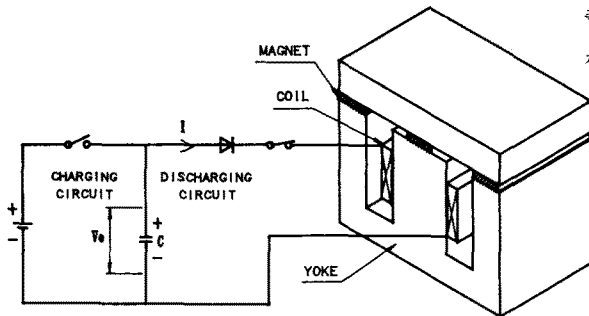
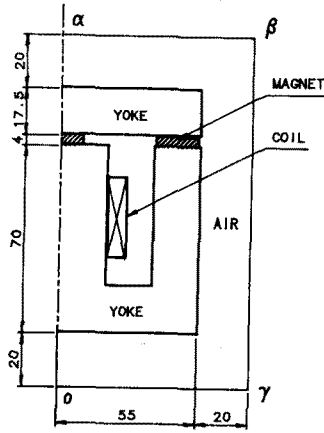


그림 3 착자기



α - β - γ - θ : DIRICHLET BOUNDARY
 θ - α : NEUMANN BOUNDARY

그림 4 착자기 해석 Model

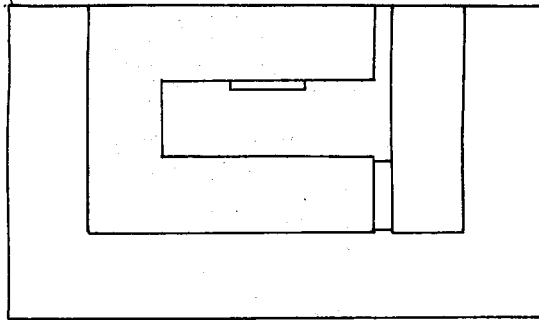
3.2 해석결과 및 실험적 고찰

1) 자속분포

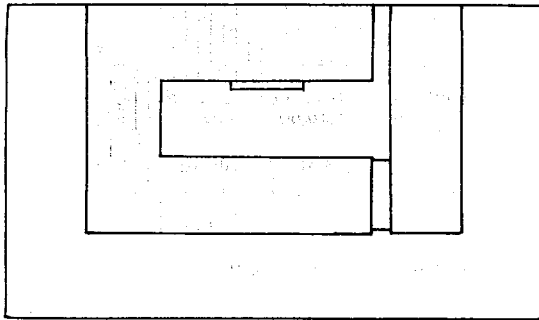
그림 5는 전압 $300[V]$ 일때 자속분포의 시간적 변화이다. 시간에 따라 yoke가 포화되어 감을 알 수 있다

2) 전류 분포

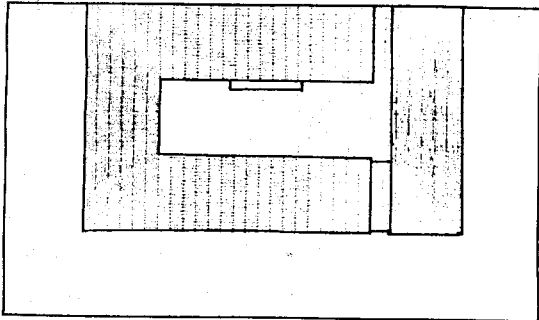
해석방법의 타당성을 보이기 위해 착자기 방전전류의 시간적 변화를 측정하였다. 실험은 전압 $300[V]$, 콘덴서 $1000[\mu F]$ 을 사용했으며 전류값의 측정은 $0.1[\Omega]$ 저항 10개를 병렬로 연결하여 이것을 shunt 저항으로 사용하여 그 양단의 전압강하를 측정하였다. 그림 6은 방전전류의 측정치와 계산치의 비교를 나타낸다. 측정치와 계산치의 결과가 거의 일치함을 알 수 있다.



(t = 0.02 ms)



(t = 0.06 ms)



(t = 0.12 ms)

그림 5 자석분포의 시간적 변화
(V = 300 [V], c = 1000 [μF])

4. 결론

본 논문에서는 전자계 방정식과 회로방정식을 결합하여 전하 및 vector potential을 미지수로 취급하여 착자기의 방전전류 및 자속분포의 시간적 변화를 정량적으로 계산하였다. 수치해석에서는 yoke의 B-H 특성 뿐 아니라 자석의 자화특성 및 감자특성을 고려하여 계산하였다. 실험치와 비교한 결과 본 수법이 타당함을 알 수 있었다.

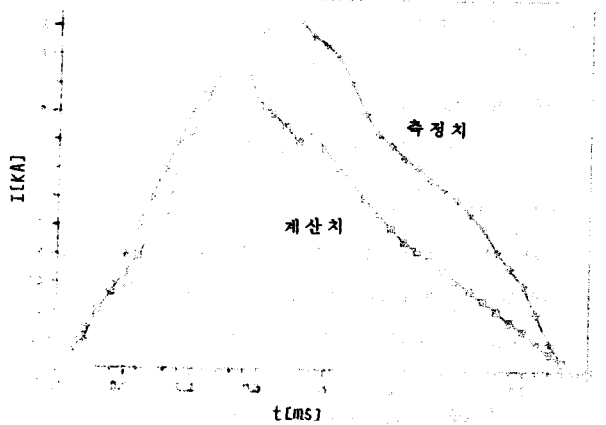


그림 6 방전전류의 측정치와 계산치의 비교
(V = 300[V], c = 1000 μF)

참고문헌

- (1) T.Nakada and N.Takahashi, "Numerical Analysis of Transient Magnetic Field in a Capacitor-Discharge Impulse Magnetizer", IEEE Trans. on Magnetics, Vol. MAG-22, No.5, Sept. 1986.
- (2) T.Nakada, et al., "Numerical Design Method for Magnetizers", Journals of Magnetism and Magnetic Materials, 41, pp.418-420, 1984.
- (3) A.J.Davies, The Finite Element Method : A First Approach, Clarendon Press. Oxford, 1980.
- (4) T.Nakada and N.Takahashi, 전기공학의 유한요소법, 삼북출판사, 1982.
- (5) T.Nakada and N.Takahashi, "Direct Finite Element Analysis of Flux and Current Distribution under Specified Conditions", IEEE Trans. on Magnetics, Vol.MAG-18, No.2, March 1982.
- (6) T.Nakada, et al., "Physical Meaning of grad in Eddy Current Analysis using Magnetic Vector potentials", IEEE Trans. on Magnetics, Vol.24, No.1, pp.178-181, Jan. 1988.
- (7) Y.Kanai, et al., "Fast and Stable Non-Linear Converging Method", IEEE Trans. on Magnetics, Vol.MAG 23, No.5, Sept 1987.