

유한 요소법에 의한 축방향 성층 스위치드 릴럭턴스 모터의 특성 해석

박 정태 정 훈 원 종수
 서울 대학교 서울 대학교 서울 대학교

Analysis of the Axially Laminated Anisotropic Switched Reluctance Motor by Finite Element Method

Park Jeongtae Jung Hoon Won Jongsoo
 S.N.U. S.N.U. S.N.U.

Abstract

In designing reluctance motor, it is important to know the flux distribution of the inside of the motor. The reluctance motor which has axially laminated anisotropic(a.l.a.) rotor was proved to have high efficiency. To analyze this motor, it needs to consider the anisotropic characteristic of the rotor. This paper shows the flux distribution of the a.l.a. reluctance motor by finite element method (FEM) considering the anisotropic characteristic and the saturation of the core. And this paper shows the static torque for the variation of the stator dimension. This will be helpful to design the a.l.a. switched reluctance motor.

1. 서론

스위치드 릴럭턴스 모터는 위치 피이드백을 받아서 인버터를 제어 초기기동이 가능하고 동기속도로 운전되는 점이 장점으로 최근 급속히 부각되는 모터이다. 릴럭턴스 모터의 효율을 증가시키는 방법으로 회전자를 축방향으로 성층하여 만드는 방법이 알려졌는데 최근의 실험에 의하면 효율이 매우 높은 것으로 발표되었다. 한편 릴럭턴스 모터의 자기회로를 해석하는 방법으로는 예로부터 사용된 퍼미언스 법이 있으나 최근에는 철심의 포화 와 복잡한 형상에도 해석이 가능한 유한 요소법이 많이 사용되고 있다. 축방향으로 성층한 회전자를 사용한 릴럭턴스 모터는 성층 구조상 이방성 재료로 볼 수 있다. 유한 요소법으로 해석할 때 이방성을 고려하여 해석해야 한다. 따라서 본 논문에서는 철심의 포화와 회전자의 이방성을 고려한 유한 요소법을 사용하여 축방향 성층 이방성 모터의 자계 분포를 구하였고 정 토오르크 특성을 구하였다. 반복 계산 방법은 직접 수렴법을 사용하였다.

2.1 이방성 재료의 위치에 따른 ν_x, ν_y 의 분해

등방성 문제에 있어서는 투자율이 μ 이고 따라서 자기 저항을 ν 가 모두 같은 방향이다. 이 때 $H_x = \nu B_x, H_y = \nu B_y$ 이다. 이것을 결합하면

$$\vec{H} = \nu \vec{B} \quad (2-1-1)$$

이다. 한편, 이방성 문제에 있어서는 flux가 흐르기 쉬운 방향으로 흐르게 된다. 흐르기 쉬운 방향과 x축과의 각도를 θ 라 하고 이 때 낮은 자기 저항을 ν_1 을 갖고 그것의 직각 방향으로는 높은 자기 저항을 ν_2 을 갖는다고 하자. 두 직각 방향을 분해하면

$$H_x \cos\theta + H_y \sin\theta = \nu_1 [B_x \cos\theta + B_y \sin\theta] \quad (2-1-2)$$

$$H_y \cos\theta - H_x \sin\theta = \nu_2 [B_y \cos\theta - B_x \sin\theta] \quad (2-1-3)$$

이다.

H_x, H_y 로 정리하면,

$$\begin{bmatrix} H_x \\ H_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \nu_1 \cos^2\theta + \nu_2 \sin^2\theta & -(\nu_2 - \nu_1) \sin\theta \cos\theta \\ -(\nu_2 - \nu_1) \sin\theta \cos\theta & \nu_1 \sin^2\theta + \nu_2 \cos^2\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_x \\ B_y \end{bmatrix} \quad (2-1-4)$$

이 된다.

2.2 범함수와 시스템 매트릭스 방정식 구성

범함수 정의에 의하여 2차원 영역 S에서의 정전계 energy의 증가량과 외부 energy의 감소량의 차를 구하면 다음과 같다.

$$\chi = \int_S \frac{1}{2} \vec{B} \cdot \vec{H} \, dx dy - \int_S \vec{J} \cdot \vec{A} \, dx dy \quad (2-2-1)$$

Maxwell eq. 에서

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad (2-2-2)$$

이므로

$$\vec{H} = \nu \vec{B} \quad (2-2-3)$$

$$\vec{B} \cdot \vec{H} = [B_x \ B_y] \begin{bmatrix} \nu_{xx} \nu_{xy} \\ \nu_{yx} \nu_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_x \\ B_y \end{bmatrix} \quad (2-2-4)$$

$$= \nu_{xx} B^2_x + (\nu_{xy} + \nu_{yx}) B_x B_y + \nu_{yy} B^2_y$$

한편 자기 vector potential 은 다음과 같다.

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} \quad (2-2-5)$$

이 때 전류가 z 방향만 존재한다면

$$\begin{aligned} B_x &= \frac{\partial A}{\partial y} \\ B_y &= -\frac{\partial A}{\partial x} \end{aligned} \quad (2-2-6)$$

이다.

그러므로

$$\frac{1}{2} \vec{B} \cdot \vec{H} = \frac{1}{2} \left\{ \nu_{xx} \left(\frac{\partial A}{\partial y} \right)^2 - (\nu_{xy} + \nu_{yx}) \frac{\partial A}{\partial x} \frac{\partial A}{\partial y} + \nu_{yy} \left(\frac{\partial A}{\partial x} \right)^2 \right\} \quad (2-2-7)$$

식 (2-2-6)와 식 (2-2-7)을 식 (2-2-1)에 대입하면

$$\begin{aligned} \chi &= \int_S \frac{1}{2} \left\{ \nu_{xx} \left(\frac{\partial A}{\partial y} \right)^2 - (\nu_{xy} + \nu_{yx}) \frac{\partial A}{\partial x} \frac{\partial A}{\partial y} \right. \\ &\quad \left. + \nu_{yy} \left(\frac{\partial A}{\partial x} \right)^2 \right\} dx dy - \int_S J A dx dy \end{aligned} \quad (2-2-8)$$

한편 분할된 요소에서의 자기 포텐셜 값을 다음과 같이 선형화 할 수 있다.

$$A(x, y) = N_{i0}(x, y) A_{i0} \quad (2-2-9)$$

단, $N_{i0}(x, y)$ 는 일차 삼각형 형상 함수이다.

식 (2-2-9)을 이용하여 식 (2-2-8)을 A_{i0} 로 미분하여 정리하면

$$\begin{aligned} \frac{\partial \chi}{\partial A_{i0}} &= \frac{1}{4 \Delta_{i0}} [\nu_{yy} c_{i0j} + \nu_{xx} d_{i0j} - \nu_{xy} (c_{i0j} + c_{j0i})] A_{j0} \\ &\quad - \frac{J}{3} \Delta_{i0} \end{aligned} \quad (2-2-10)$$

한편 범함수 χ 를 최소화하는 조건식은 다음과 같다.

$$\left\{ \frac{\partial \chi}{\partial A_{i0}} \right\} = 0 \quad (2-2-11)$$

식 (2-2-10)을 이용하여 매트릭스를 구성하면

$$\left\{ \frac{\partial \chi}{\partial A_{i0}} \right\} = [k^*_{ij}] \{A_{i0}\} + \{f^*_i\} \quad (2-2-12)$$

이다. 이 때

$$\begin{aligned} k^*_{ij} &= \frac{1}{4 \Delta_{i0}} \{ \nu_{yy} c_{i0j} + \nu_{xx} d_{i0j} - \nu_{xy} (c_{i0j} + c_{j0i}) \} \\ f^*_i &= -\frac{J}{3} \Delta_{i0} \end{aligned} \quad (2-2-13)$$

$$\begin{aligned} c_i &= y_j - y_i \\ d_i &= x_k - x_j \end{aligned} \quad (2-2-14)$$

따라서 식 (2-2-11)을 이용해서 시스템 매트릭스 방정식을 구성하면 된다.

2.3 토오크 계산

자기력 밀도는 전류 밀도와 자속밀도의 벡터 곱으로 구해진다. 즉

$$\vec{f} = \vec{J} \times \vec{B} \quad (\text{N/m}^3) \quad (2-3-1)$$

한편, 정자장에서는

$$\vec{J} = \nabla \times \vec{H} \quad (2-3-2)$$

이므로 식 (2-3-1)은

$$\vec{f} = \frac{1}{\mu_0} (\nabla \times \vec{B}) \times \vec{B} \quad (2-3-3)$$

이 된다. 이 때 체적 V인 물체에 작용하는 자기장의 힘 \vec{F} 는

$$\vec{F} = \int_V \vec{f} \, dv \quad (2-3-4)$$

이 된다. 한편 벡터 등식에서

$$(\nabla \times \vec{B}) \times \vec{B} = (\vec{B} \cdot \nabla) \vec{B} - \frac{1}{2} \nabla B^2 \quad (2-3-5)$$

이고 식 (2-3-4)는 다음과 같이 정리된다.

$$\vec{F} = \frac{1}{\mu_0} \left[\int_V (\vec{B} \cdot \nabla) \vec{B} \, dv - \int_V \frac{1}{2} B^2 \hat{n} \, ds \right] \quad (2-3-6)$$

한편 발산 정리에 의해서

$$\int_V (\vec{B} \cdot \nabla) \vec{B} \, dv = \oint_S \vec{B} (\vec{B} \cdot \hat{n}) \, ds \quad (2-3-7)$$

이므로 식 (2-3-6)은

$$\vec{F} = \int_V \vec{f} \, dv = \oint_S \vec{P} \, ds \quad (2-3-8)$$

이 되고 이 때 \vec{P} 를 다음과 같이 정의한다.

$$\vec{P} = \frac{1}{\mu_0} (\hat{n} \cdot \vec{B}) \vec{B} - \frac{1}{2\mu_0} B^2 \hat{n} \quad (2-3-9)$$

이것을 맥스웰 스트레스 텐서라 한다.

한편 미소 토오크는

$$\Delta \vec{T} = \vec{r} \times \vec{P} \, \Delta s \quad (2-3-10)$$

이다. r 은 반경(적분 경로), s 는 적분 면적이다.

$$\Delta \vec{T} = \frac{z dl}{2\mu_0} (r_x F_y - r_y F_x) \hat{z} \quad (2-3-11)$$

여기서

$$F_x = (B^2_x - B^2_y) n_x + 2B_x B_y n_y \quad (2-3-12)$$

$$F_y = -(B^2_x - B^2_y) n_y + 2B_x B_y n_x \quad (2-3-13)$$

이다. 따라서 전 토오크는

$$\vec{T} = \sum \Delta \vec{T}_i \quad (2-3-14)$$

이다.

2.4 계산 과정

철심의 포화와 이방성을 고려한 유한 요소법을 다음과 같이 풀었다.

1. 데이터 입력

2. 초기 자기 저항을 ν_x, ν_y 을 선정하여 요소 매트릭스 식에 대입하고 이것을 조합하여 시스템 매트릭스를 구성한다.

3. 시스템 매트릭스의 해를 구하고 자속밀도 B_x, B_y 를 계산한다.

4. 자속밀도 H_x, H_y 와 초기 자기 저항을 ν_x, ν_y 로부터 각 요소의 자계의 세기를 구한다.

5. 자화 곡선에서 자계의 세기에 해당하는 자기 저항을 구한다.
6. 이 때 구한 자기 저항을 μ_x, μ_y 을 요소 매트릭스 식에 대입하여 시스템 매트릭스를 재구성하여 벡터 포텐셜을 구한다.
7. 이와 같은 계산 과정을 수렴 한계까지 반복한다.
8. 수렴하면 결과를 출력한다.
9. 토오르크를 계산한다.

3. 사례 연구

그림 1 은 6극 축방향 성층 이방성 회전자를 사용하고 고정자는 8극 등방성 재료를 사용하여 만든 a.l.a. SRM 의 단면도이다. 실제 회전자의 철심 형상은 타원형이나 여기서는 등방 사다리꼴로 하여 요소를 적게 잡았다. 축방향 성층 이방성 회전자를 사용하여 킬럭턴스 모타를 구성할 때 고정 주파수를 사용하는 경우를 위해, 주 유도 작용으로 초기 기동이 가능하도록 cage를 설치할 수도 있으나 이 해석에서는 고려하지 않았다.

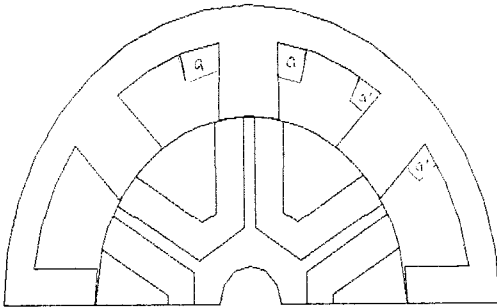


그림 1 a.l.a. SRM 의 단면

유한 요소법 해석시 필요한 제원은 다음과 같다.

- 외경 : 238.7mm
- 회전자 직경 : 150mm
- 공극 길이 : 0.35mm
- 계자 권선 : 극 수 8, 극당 턴수 59
- 축방향 길이 : 200mm 이다.

그림 2는 유한 요소 분할을 한 것이다. 절점수는 212개 정도, 요소수는 377개 정도이다.

토오르크 계산시 정확성을 위해 공극 부분에 요소를 세분히 잡았다.

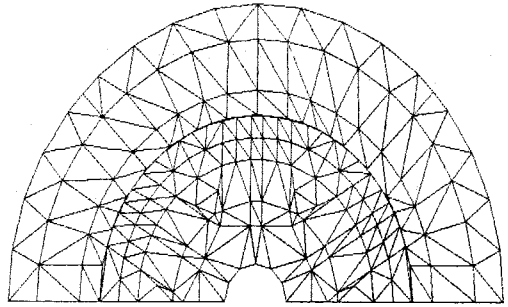


그림 2 요소 분할도

유한 요소법 사용시 가정은 다음과 같다.

1. magnetic vector potential A는 z축으로만 존재하므로 자속은 B_x 와 B_y 만의 성분만을 갖는다.
2. 어느 도선 속에서도 전류 밀도는 균일하다.
3. 히스테리시스 효과는 무시되었다.
4. 낮은 주파수만이 존재하므로 변이 전류는 무시했다.
5. 성층을 하여 상대적으로 높은 저항을 가지기 때문에 철심에 유기되는 전류 즉 eddy currents는 무시되었다.
6. 고정자의 철심은 등방성이고 회전자의 철심은 이방성이다.
7. 모타 외부와 축에는 자속이 흐르지 않는다.
8. 실제 회전자의 철심의 모양은 타원형이나 여기서는 등변 사다리꼴로 했다.

그림 3의 자속 분포는 a상과 a'상에 10A의 전류를 흘렸을 때의 자속 분포이다.

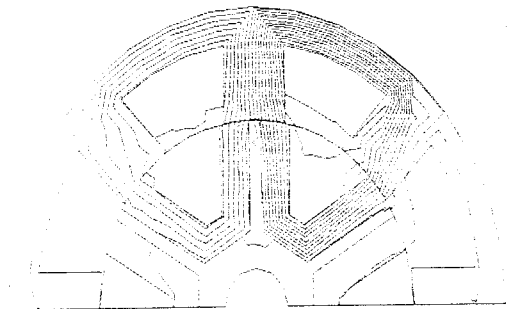


그림 3 Flux 분포

4. 결론

축방향 성층 이방성 모터에서 회전자의 이방성과 철심의 포화를 고려한 유한 요소법을 사용하여 a.l.a. SRM의 자계 분포를 구하였고 치수 변화에 따른 자계 분포와 정 모오크 특성을 구하여 설계에 도움이 되도록 하였다. 앞으로의 연구 과제로 수렴성을 향상시키기 위하여 뉴턴 방법 방법을 적용하는 것이 필요하다.

4. 참고 문헌

- [1] Wexler, A., "Finite-Element Field Analysis of an Inhomogeneous Anisotropic Reluctance Machine Rotor", IEEE Trans., 1973, PAS-73, pp. 145-149
- [2] Menzies, R.W., "Theory and Operation of Reluctance Motors with Magnetically Anisotropic Rotors, Part I Analysis", IEEE Trans., 1972, Vol. PAS-91, (1), pp. 35-41
- [3] Menzies, R.W., Mathur, R.M. and Lee, H.W., "Theory and Operation of Reluctance Motors with Magnetically Anisotropic Rotor II -Synchronous Performance", IEEE Trans., 1972, PAS-91, (1), pp 42-45
- [4] Ahmed, El-Antably, T.L. Hudson, "The Design and Steady State Performance of a high efficiency Reluctance Motor", IEEE IAS, 1985, pp 770-776
- [5] R. Arumugan, J.F. Lindsay, R. Krishnan, "Sensitivity of pole arc/pole pitch Ratio on Switched Reluctance Motor Performance", IEEE IAS, 1988, pp 50-54
- [6] H.H. Moghbelli, G.E. Adams, R.G. Hoft, "Prediction of the Instantaneous and Steady State Torque of the Switched Reluctance Motor using the Finite Element Method(FEM)", IEEE IAS, 1988, pp 59-70