원추형 주사 방식의 3차원 영상 재구성(TTCR) 알고리즘 -평행주사 방식(TTR) 알고리즘의 좌표변환

°이 상지, 나 종범, 조 장희
한국과학기술원 전기 및 전자공학과

True Three-Dimensional Cone-Beam Reconstruction (TTCR) Algorithm - Transform Method from Parallel-beam (TTR) Algorithm

°S. Z. Lee, J. B. Ra and Z. H. Cho
Dept. of Electrical Engineering, KAIST

Abstract

A true three-dimensional cone-beam reconstruction (TTCR) algorithm for the complete sphere geometry is derived, which is applicable to the direct volume image reconstruction from 2-D cone-beam projections. The algorithm is based on the modified filtered backprojection technique which uses a set of 2-D space-invariant filters and is derived from the previously developed parallel-beam true three-dimensional reconstruction(TTR) algorithm. The proposed algorithm proved to be superior in spatial resolution compared with the parallel-beam TTR algorithm.

1. 개요

기존의 3차원(3-D) 영상재구성 알고리즘은 평행주사 방식 혹은 부채꼴 주사방식을 이용한 일차원(1-D) 주사데이타를 일차원 필터를 거친 후 역주사(backprojection) 하는 방법으로 여러 단층(multislise)의 2차원 영상을 재구성하여 결합하는 방법과 [1-3] 평행주사 방식의 이차원 (2-D) 주사 데이타를 얻은 후 이차원 필터를 거친후 역주사하는 방법으로 3차원 영상을 직접 재구성하는 방법이 있다 [4-8]. 2차원 평행주사 데이타는 직접 얻는 수도 있지만 경우에 따라서 원추형주사 데이타를 재 배열 (rebinning) 하여 얻는다. 또 한가지 방법은 얻어진 원추형 이차원 주사 데이타를 재배열 하지 않고 직접 이차원 필터링을 거친후 역 주사하는 방법도 가능하겠다. 이 경우 평행주사 방식에 비해 몇가지 잇점이 있는데, 재배열이 필요없기 때문에 시간이 절약되고 간편하며, 더우기 재구성된 영상의 해상도가 증가된다는 장점이 있다.

원추형 주사데이타로 부터 직접 3차원 영상을 재구성하는 몇가지 방법들이 과거에 제시된 바 있다 [9-15]. 그러나 이러한 방법들은 나름대로 몇가지 문제점들을 안고 있다.

본 논문에서는 새로운 방법으로 완전한 구 형태의 측정장치를 가정하고 원추형방식의 3차원 영상재구성 (A True Three-dimenensional Cone-beam Reconstruction (TTCR)) 알고리즘을 제시하고 있으며, 기존의 평행주사 방식의 3차원 영상재구성 (True Three-dimensional Reconstruction(TTR)) 으로 부터 좌표변환 방식을 이용하여 유도했다. 새로 제시한 TTCR 알고리즘의 완전한 형태는 공간 좌표에 따라 변하는 계수를 갖는 필터 (space-variant filter) 를 요구하지만 보다 실제적이고 계산시간적으로 효율적인 알고리즘을 제시하기 위해 공간좌표에 무관하게 정해지는 계수를 갖는 필터 (space-variant filter)로 구성되는 알고리즘으로 변형시켰다.

실제적인 측정장치는 구조상 완전한 구라기 보다는 양쪽이 잘려나간 형태의 구조를 갖기 때문에 보다 일반적인 알고리즘을 필요로 하지만 이 논문에서 제시하는 방법이 차후에 개발하고자 하는 알고리즘의 기본 토대가 될 것으로 생각된다.

2. 기본적인 TTCR 알고리즘의 유도

완전한 구 형태의 측정구조에서 재구성하고자 하는 3차원 영상은 어느 한 방향에 대해 그 방향에 수직한 2차원 단층 (slice) 영상의 결합으로 생각할 수 있는데, 이러한 방향성분이 여러개가 존재한다. 이러한 각각의 방향성분에 대한 3차원 영상은 근본적으로 동일한 것이므로 최종적으로 얻고자 하는 영상은 모든 방향성분에 대한 각 영상들의 합으로 구해질 수 있다. 이때 개별적인 방향성분에 대한 영상이 그 자체로서 3차원 영상이지만 제한된 주사데이타의 사용으로 잡음대 신호비 (SNR) 가 상대적으로 낮기 때문에 모든 방향에 대한 영상의 합을 구하는 것이 필요해진다.

이제 평행주사 구조에서 하나의 방향백터를 $\Omega = (\phi, \theta)$ 라고 표현하고 주어진 방향 백터에 대한 2차원 단층 결합에 의해 얻어진 3차원 영상을 $f(r': \phi,\theta)$ 라고 하면, 최종적으로 모든 방향 백터에 대한 합으로 얻어진 3차원 영상 $f(r)$ 은 다음과 같이 얻어진다.

$$f(r) = \frac{\int_{\Omega} d\Omega\, f(r': \phi,\theta)}{\int_{\Omega} d\Omega} = \frac{1}{2\pi}\int_{0}^{2\pi} d\phi \int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\theta\, \sin\theta\, f(r': \phi,\theta) \quad (1)$$

$$f(r': \phi, \theta) = \frac{1}{4\pi^2}\int_{0}^{2\pi} d\alpha\, [\, p_{\alpha}(s,t : \phi,\theta) ** h_2(s,t)\,] \quad (2)$$

여기서 $P_{\alpha}(s,t ; \phi,\theta)$ 는 방향 백터 $\Omega = (\phi, \theta)$ 에 수직한 평면상에서 방위각 α 지점에서 평행주사 방식으로 얻은 주사데이타를 나타내고 (그림 1 참조) $h_2(s,t)$ 는 이차원 필터이며 ** 는 이차원 convolution 을 의미한다. 필터는 이차원 ramp 함수의 푸리에 변환으로 다음과 같이 주어진다.

$$H_2(\omega_s, \omega_t) = |\omega_s|$$

혹은

$$h_2(s,t) = F_2^{-1}\left[\,|\omega_s|\,\right] = F_1^{-1}\left[\,|\omega_s|\,\right]\delta(t) = h(s)\delta(t) \quad (3)$$

여기서 (ω_s, ω_t) 는 주파수 영역에서 (s,t) 에 대응하는 좌표축이고 $\delta(t)$ 는 Dirac Delta 함수이며, $h(s)$ 는 $|\omega_s|$ 의 일차원 푸리에 변환이다. 그리고 $F_1^{-1}[\cdot]$ 및 $F_2^{-1}[\cdot]$

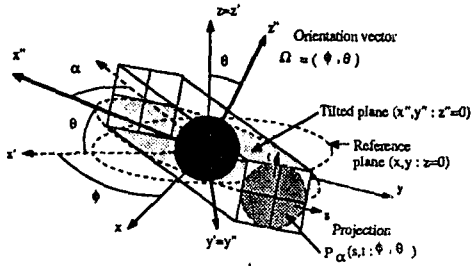


그림 1 3차원 영상 재구성에서 평행주사 구조

는 각각 1 차원 및 2차원 푸리에 역변환을 의미한다.

이제 방위각ϕ_p, 앙각 θ_p 에 위치한 이차원 평행 주사 데이타 $p_{\phi_p,\theta_p}(s,t)$ 에 대해 생각해보자. 여기서 s 축은 수평면(x,y:z=0)에 평행하고 주사선에 수직하도록 정해진다. 기존방식인 평행주사방식의 TTR 알고리즘은 복합필터 (composite filter) 개념을 이용하여 다음과 같이 표현된다.

$$f(r) = \frac{1}{8\pi^3}\int_0^{2\pi} d\phi_p \int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\theta_p \cos\theta_p [p_{\phi_p,\theta_p}(s,t) ** h_p(s,t)] \quad (4)$$

$$= \frac{1}{8\pi^3}\int_0^{2\pi} d\phi_p \int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\theta_p \cos\theta_p \int ds \int dt\, p_{\phi_p,\theta_p}(s,t) h_p(s'-s,t'-t)$$

여기서 $h_p(s,t)$ 는 완전한 구에 대한 복합필터로서 다음과 같이 주어진다.

$$h_p(s,t) = F_2^{-1}[\sqrt{\omega_s^2+\omega_t^2}] = \frac{-1}{(s^2+t^2)^{3/2}} \quad (5)$$

원추형 알고리즘을 유도하기 위해서는 (4) 식으로부터 좌표변환을 수행해야 하는데 방위각 ϕ_c 및 앙각 θ_c 에 원추 꼭지점이 있는 원추형 주사 데이타를 $p_{\phi_c,\theta_c}(u,v)$ 라고 표현하면, (u,v) 는 원추형 주사 평면상에서 좌표축이다. 임의의 주사선은 평행 주사방식의 좌표축이나 원추형 주사방식의 좌표축으로 표현가능하므로 주사 데이타는 좌표변환시에 서로 단순히 대치할 수 있고, 평행주사 방식의 변수인 $(s,t:\phi_p,\theta_p)$ 는 원추형 주사방식의 변수인 (u,v,ϕ_c,θ_c) 로 치환되어야 한다.

우선 (s,t) 와 (u,v) 의 관계식을 보다 쉽게 구하기 위해 그림2 (a),(b)에서처럼 s_ψ 와 t_ψ축을 정의하는 것이 효과적이다. (s_ψ, t_ψ) 축이 (s,t) 축과 다른 것은, 전자가 원추형 방식에서 주어진 관심있는 주사선에 따라 임의의 각도로 기울어 질 수 있지만 후자는 s 축이 항상 수평면과 평행이 되게 정해진다. 그림 2 (a), (b) 에서 (s_ψ, t_ψ) 는 (u,v) 에 대해 다음과 같이 표현된다.

$$t_{\psi 1} = D\sin\xi_1, \quad s_{\psi 1} = \sqrt{D^2 - t_{\psi 1}^2}\sin\xi_2 \quad (6)$$

여기서 D 는 원추 꼭지점에서 좌표축 원점에 이르는 거리이고 ξ_1 및 ξ_2 는 (u_1, v_1) 을 지나도록 주어진 주사선에 대해 다음과 같이 유일하게 정해지는 회전각도이다[20].

$$\xi_1 = \tan^{-1}\left(\frac{v_1}{D}\right), \qquad \xi_2 = \tan^{-1}\left(\frac{u_1}{\sqrt{D^2+v_1^2}}\right) \quad (7)$$

따라서 (7)식을 (6)식에 대입하면

$$t_{\psi 1} = \frac{D v_1}{\sqrt{D^2}}, \qquad s_{\psi 1} = \frac{D^2 u_1}{\sqrt{D^2+u_1^2+v_1^2}\sqrt{D^2+v_1^2}} \quad (8)$$

결과적으로 그림 2 (b) 에서 보는 것처럼 (s_ψ, t_ψ) 축은 주사선에 수직한 평면상에서 (s,t) 로 부터 ψ 각도 만큼 회전한 관계를 갖는데 ψ는 다음과 같이 주어진다.

$$\psi = \tan^{-1}\left\{\frac{u_1}{\sqrt{D^2+u_1^2+v_1^2}}\tan(\xi_c - \xi_1)\right\} \quad (9)$$

또한 그림 3으로 부터 (ϕ_p, θ_p) 와 (ϕ_c, θ_c) 의 관계식을 구할 수 있으며 다음과 같이 주어진다.

$$\phi_p = \phi_c - \tan^{-1}\left\{\frac{\tan\xi_2}{\cos(\theta_c - \xi_1)}\right\} \quad (10)$$

$$\theta_p = \sin^{-1}\left\{\frac{\sqrt{D^2+v_1^2}}{\sqrt{D^2+u_1^2+v_1^2}}\sin(\theta_c - \xi_1)\right\} \quad (11)$$

위에서 구해진 식 (6)-(11) 을 이용하여 좌표변환을 위한 Jacobian 을 구할 수 있는데 이때 보다 일반적인 수식을 위해 (u_1,v_1) 을 (u,v) 로 대치한다[20].

$$J = \frac{D^4}{(D^2+u^2+v^2)^2}\left(\frac{\cos\theta_c}{\cos\theta_p}\right) \quad (12)$$

여기서 보다 쉽게 좌표변환을 위해 (4)식에서 필터부분을 별도로 치환하는 것이 필요하게 된다. 이제 재구성하고자 하는 점 (s', t') 으로 부터 (s_1,t_1) 를 지나는 주사선에 수선으로 내린 거리를 l 로 표현하면 $l = \sqrt{(s'-s_1)^2 + (t'-t_1)^2}$ 이 되고 $h_p(s'-s_1, t'-t_1) = \frac{-1}{l^3}$ 이 된다.

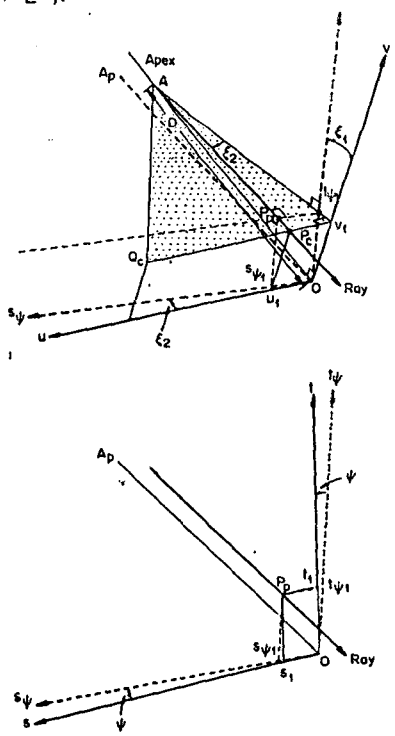


그림 2 Jacobian 계산을 위한 평행 주사와 원추형 주사 구조의 관계
(a) (u,v) 와 (s_ψ, t_ψ) 좌표축 관계
(b) (s_ψ, t_ψ) 와 (s,t) 좌표축 관계

이제 l을 원추형 주사평면상의 대응점 (u',v')와 (u_1, v_1)으로 표현하면 기하학적인 관계로 부터 다음과 같이 구해진다[20].

$$l = m(u_1, v_1 : u', v')\sqrt{(u' - u_1)^2 + (v' - v_1)^2} \qquad (13)$$

여기서

$$m(u_1, v_1 : u', v') = \frac{K\sqrt{D^2 + v_\beta'^2}}{\sqrt{D^2 + u'^2 + v'^2}\sqrt{D^2 + u_1^2 + v_1^2}} \qquad (14)$$

$$-v_\beta' = -u' \sin\beta + v' \cos\beta \qquad (15)$$

여기서 K는 원추 꼭지점에서 좌표축 원점까지의 거리 이고 β는 회전 각도로서 (u_1,v_1)와 (u',v')에 의해 다음과 같이 주어진다[20].

$$\beta = \tan^{-1}\left(\frac{v' - v_1}{u' - u_1}\right) \qquad (16)$$

따라서 식(4)에서 주어진 필터는 다음과 같이 취환된다.

$$h_p(s'-s, t'-t) = \frac{-1}{m(u, v : u', v')^3 [(u'-u)^2 + (v'-v)^2]^{3/2}} = \frac{1}{m(u, v : u', v')^3} h_p(u'-u, v'-v) \qquad (17)$$

위에서 구한 Jacobian 식(12) 과 취환된 필터(식(17))를 이용하면 식(4) 에서 주어진 재구성 알고리즘은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$f(r) = \frac{1}{8\pi^3}\int du \int dv \int_{\phi_1}^{\phi_2} d\phi_c \int_{\theta_1}^{\theta_2} d\theta_c \cos\theta_p \, J \, p_{\phi_c\theta_c}(u,v) \frac{h_p(u'-u, v'-v)}{m(u,v : u', v')^3}$$

$$= \frac{1}{8\pi^3}\int du \int dv \int_{\phi_1}^{\phi_2} d\phi_c \int_{\theta_1}^{\theta_2} d\theta_c W_c p_{\phi_c\theta_c}(u,v) \, h_p(u'-u, v'-v) \qquad (18)$$

여기서

$$W_c = \frac{J\cos\theta_p}{m(u,v : u', v')^3} = \frac{D^4 (D^2 + u'^2 + v'^2)^{3/2}}{K^3 (D^2 + u^2 + v^2)^{1/2} (D^2 + v_\beta'^2)^{3/2}} (\cos\theta_c) \qquad (19)$$

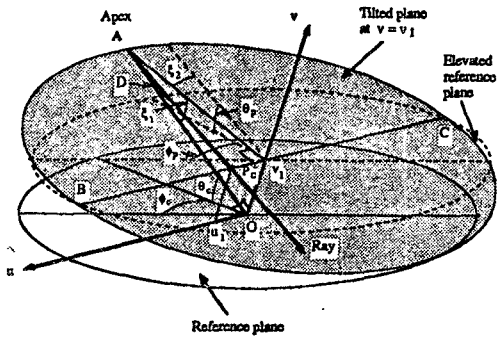


그림 3 (ϕ_p,θ_p)와 (ϕ_c,θ_c) 좌표축 관계. 여기서 (ϕ_p,θ_p) 축은 매 주사선마다 정해지지만 (ϕ_c,θ_c) 축은 원추 전체에 대해 동일하게 한가지로 정해진다.

식(18)에서 적분 범위는 방위각및 앙각에 대해 각각 다음과 같이 주어진다.

$$\phi_1 = \tan^{-1}\left\{\frac{\tan\xi_2}{\cos(\theta_c - \xi_1)}\right\}, \quad \phi_2 = 2\pi + \tan^{-1}\left\{\frac{\tan\xi_2}{\cos(\theta_c - \xi_1)}\right\} \qquad (20)$$

$$\theta_1 = -\frac{\pi}{2} + \tan^{-1}\left(\frac{v}{D}\right), \quad \theta_2 = \frac{\pi}{2} + \tan^{-1}\left(\frac{v}{D}\right) \qquad (21)$$

그런데 적분 내용이 각도 변수 ϕ_c 와 θ_c에 대해 각기 주기적이므로 ϕ_c 와 θ_c는 각각 $(0, 2\pi)$ 와 $(-\pi/2, +\pi/2)$ 로 대치될 수 있다. 따라서 기본적인 알고리즘은 다음과 같이 주어진다.

$$f(r) = \int_0^{2\pi} d\phi_c \int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\theta_c \cos\theta_c W_2 \int du \int dv [\, W_1 p_{\phi_c\theta_c}(u,v)\,] \, g(u.v : u', v') \qquad (22)$$

여기서 $g(u,v : u',v')$ 는 2-D 필터이고 W_1, 및 W_2 는 weighting 함수로 다음과 같이 주어진다.

$$g(u,v : u',v') = \frac{D^3}{(D^2 + v_\beta'^2)^{3/2}} h_p(u'-u, v'-v) \qquad (23)$$

$$W_1 = \frac{D}{\sqrt{D^2 + u^2 + v^2}}, \text{ and} \qquad (24)$$

$$W_2 = \frac{1}{8\pi^3} \frac{(D^2 + u'^2 + v'^2)^{3/2}}{K^3} \qquad (25)$$

3. 개선된 TTCR 알고리즘

식 (22) 를 수식적으로 영상재구성에 직접 적용하는 것이 가능하지만 필터의 특성이 공간좌표상에서 변화하기 때문에 계산 시간이 많이 소요된다. 따라서 적절한 근사조건하에서 공간좌표에서 일정한 (space-invariant)필터로 대치함으로써 재구성된 영상에서 정확도와 해상도에서 큰 손상없이 영상을 재구성할 수 있는 알고리즘으로 개선하고자 한다. 식 (23) 의 분모 분자에 $(D^2 + u_\beta'^2)^3$을 곱하는 경우 식(23)는 다음과 같이 다시 쓸 수 있다

$$g(u,v ; u',v') = \frac{D^3 (D^2 + u_\beta'^2)^{3/2}}{(D^2 + u_\beta'^2)^{3/2} (D^2 + v_\beta'^2)^{3/2}} h_p(u'-u, v'-v) \qquad (26)$$

상대적으로 재구성하고자 하는 대상물의 크기가 작은 경우 u_β' 와 v_β'는 D 에 비해 작은 값을 갖는다. 그리고 $u_\beta'^2 + v_\beta'^2 = u'^2 + v'^2$의 관계식을 이용하면 식(26)의 분모는 다음과 같이 쓸 수 있다[20].

$$(D^2 + v_\beta'^2)^{3/2} (D^2 + u_\beta'^2)^{3/2} \equiv D^3 (D^2 + u'^2 + v'^2)^{3/2} \qquad (27)$$

식(27)은 더 이상 β 의 함수가 아님을 알 수 있다.

그리고 식 (26) 의 분자를 전개 후 비슷한 근사조건을 적용하면 다음과 같이 얻어진다[20].

$$(D^2 + u_\beta'^2)^{3/2} = D(D^2 + \frac{3}{2} \frac{u'^2 (u'-u)^2 + v'^2 (v'-v)^2 + 2u'v'(u'-u)(v'-v)}{(u'-u)^2 + (v'-v)^2}) \qquad (28)$$

식(24) 와 (25)에 주어진 W_1 과 W_2 그리고 식(27)과 (28) 의 결과식을 이용하여 다음과 같이 개선된 TTCR 알고리즘이 얻어진다.

$$f(r) = \int_0^{2\pi} d\phi \int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\theta \cos\theta \sum_{k=1}^{4} W_{2k} \left[\, W_1 p_{\phi\beta}(u,v) \,\right] ** g_k(u,v) \qquad (29)$$

여기서

$$W_{21} = \frac{1}{8\pi^3}\frac{D^3}{K^3}, \quad g_1(u,v) = \frac{-1}{(u^2+v^2)^{3/2}} \tag{30}$$

$$W_{22} = \frac{3}{16\pi^3}\frac{Du'^2}{K^3}, \quad g_2(u,v) = \frac{-u^2}{(u^2+v^2)^{5/2}} \tag{31}$$

$$W_{23} = \frac{3}{16\pi^3}\frac{Dv'^2}{K^3}, \quad g_3(u,v) = \frac{-v^2}{(u^2+v^2)^{5/2}} \tag{32}$$

$$W_{24} = \frac{3}{8\pi^3}\frac{Du'v'}{K^3}, \quad g_4(u,v) = \frac{-uv}{(u^2+v^2)^{5/2}} \tag{33}$$

4. 시뮬레이션 및 결론

제안된 TTCR 알고리즘을 확인하기 위해, 수학적인 모델 (phantom) 을 이용하여 시뮬레이션을 수행하였다. 완전한 구에 대해 방위각과 양각을 각각 32($\Delta\phi = 11.25^\circ$) 와 16($\Delta\theta = 11.25^\circ$) 가지씩으로 나누었으며 이 수치는 편의상 정했으며 요구되는 해상도에 따라 변화시킬 수 있다. 대상물체의 농도는 그림 4 (a) 에서 보는 것처럼 수 % 내에서 변화하도록 정했으며 주사선 수 32x32 로 얻은 후 재구성한 영상을 그림 4 (b) 에 나타냈다. 가운데를 자른 단면이 영상 위쪽에 보여지고 있는데 밝기가 2% (1.00 - 1.02) 범위로 나타나 있다. 제시된 TTCR 알고리즘에 의한 영상 재구성이 1%보다 적은 밝기 오차를 갖고 있음을 알 수 있다.

기존의 평행 주사 방식인 TTR 알고리즘과 해상도 면에서 비교하기 위해 그림 5 (a) 에서 보는 모델을 사용하였다. 그림 5 (b) 와 (c) 는 각기 TTCR 과 TTR 알고리즘으로 재구성된 영상이며 (b) 와 (c) 는 각기 그 단면도들이다. 예측했던 것처럼 제시된 TTCR 알고리즘이 기존의 TTR 알고리즘에 비해 해상도가 대략 2배 정도 개선되는 것을 알 수 있다.

결론적으로 새로 제안된 TTCR 알고리즘이 원추형 주사방식의 2차원 주사데이타로 부터 직접 3차원 영상을 정확하게 재구성할 수 있으며 평행주사 데이타로 재배열(rebinning) 할 필요가 없으므로 간단하다. 또한 해상도면에서 기존의 TTR 알고리즘에 비해 수평방향및 수직방향으로 2배 정도 좋아짐을 알 수 있다. 이러한 점은 2차원 영상 재구성시 부채꼴 주사 방식에서 평행 주사방식보다 약 2배 정도 해상도가 좋아지는 것과 유사하다. 따라서 새로 제안된 TTCR 알고리즘은 구형 양전자 방출형 단층 촬영장치 (Spherical PET) [21] 등에 새로운 3차원 영상재구성 알고리즘으로 효과적으로 이용될 수 있겠다.

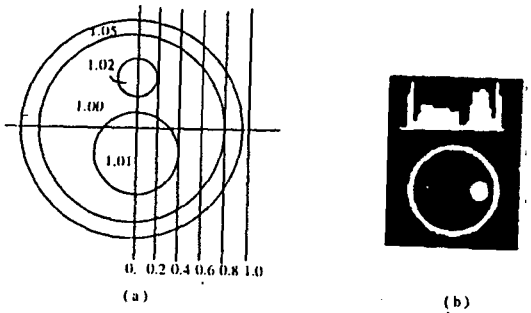
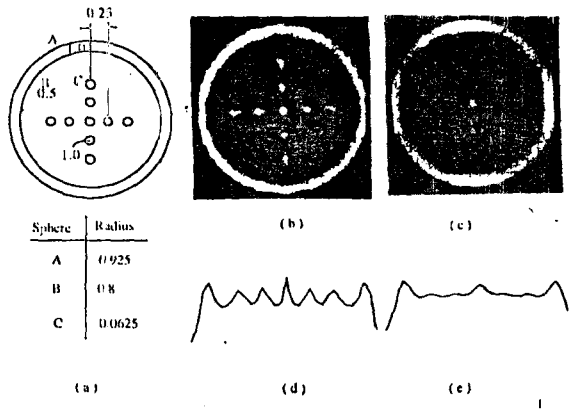


그림 4 (a) 1 % 차를 갖는 3 차원 모델 (b) TTCR 알고리즘에 의해 재구성된 영상과 중심에서의 단면도



참고문헌

1. Z. H. Cho, " General view on 3-D image reconstruction and computerized transverse axial tomograph," IEEE Trans. Nucl. Sci., NS-21, No.3, Special Issue on 3-D Image Reconstruction, June 1974
2. Z. H. Cho, and J. R. Burger, " Construction, restoration, and enhancement of 2 and 3-dimensional images," IEEE Trans. Nucl. Sci., NS-24, N0.2, pp886-899, April 1977
3. L. A. Shepp, and B. F. Logan, " The Fourier reconstruction of a head section," IEEE Trans. Nucl. Sci., NS-21, pp21-50, June 1974
4. O. Nalcioglu, and Z. H. Cho, " Reconstruction of 3-D objects from cone beam projections," Proc. IEEE, Vol.66, pp1584-1585, 1978
5. J. B. Ra, and Z. H. Cho, " Generalized true three-dimensional reconstruction algorithm," Proc. IEEE, Vol.69, pp668-670, 1981
6. J. B. Ra, C. B. Lim, Z. H. Cho, S. K. Hilal, and J. Correll, " A true three-dimensional reconstruction algorithm for the spherical positron emission tomograph.," Phys. Med. Biol., Vol.27, pp37-50, 1982
7. Z. H. Cho, J. B. Ra, S. K. Hilal, " True three-dimensional reconstruction(TTR) - application of algorithm toward full utilization of oblique rays," IEEE Trans. on Med. Imag., MI-2, No.1, pp6-18, Mar 1983
8. Z. H. Cho, *Computerized tomography* , Encyclopedia of Physical Science and Technology, Vol.3, Academic Press, Inc., pp507-544, 1987
9. M. D. Altschuler, G. T. Herman, and A. Lent, " Fully three-dimensional reconstruction from cone beam sources," Proc. Conference on Pattern Recognition and Image Processing, IEEE Computer Society, pp194-199, May 1978
10. M. Schlindwein, " Iterative three-dimensional reconstruction from twin-cone beam projections," IEEE Trans. Nucl. Sci., NS-25, pp1135-1143, 1974
11. G. Kowalski, " Multislice reconstruction from twin-cone beam scanning," IEEE Trans. Nucl. Sci., NS-26, No.2, pp2895-2903, April 1979
12. L. A. Feldkamp, L. C. Davis, and J. W. Kress, " Practical cone-beam algorithm," J. Opt. Soc. Am. A/Vol.1, No.6, pp612-619, June 1984
13. S. Webb, J. Sutcliffe, L. Burkinshaw, and A. Horsman, " Tomographic reconstruction from experimentally obtained cone-beam projection," IEEE Trans. Med. Imag., MI-6, No.1, pp67-73, Mar 1987
14. R. V. Denton, B. Friedlander, and A. J. Rockmore," Direct three-dimensional image reconstruction from divergent rays," IEEE Trans. Nucl. Sci., NS-26, pp4095-4703, 1979
15. F. C. Peyrin, " The generalized back projection theorem for cone beam reconstruction," IEEE Trans. Nucl. Sci., NS-32, No.4, pp1512-1519, Aug 1985

16. A. V. Lakshiminarayanan, " Reconstruction from divergent ray data, " Dep. Comput. Sci. Tech. Rep. TR-92, State University of New York at Buffalo, 1975
17. G. T. Herman, A. V. Lakshiminarayanan, and A. Naparstek, " Convolution reconstruction techniques for divergent beams," Comput. Bio. Med., Vol.6, pp259-271, 1976
18. B. K. P. Horn, " Fan-beam reconstruction methods," Proc. IEEE, Vol.67, No.12, pp1616-1623, Dec 1979
19. J. G. Rogers, R. Harrop, and P. E. Kinahan, " The theory of three-dimensional image reconstruction for PET," IEEE Trans. Med. Imag., MI-6, No. 3, pp239-243, Sep 1987
20. S. Z. Lee, J. B. Ra, S. K. Hilal, and Z. H. Cho, " True Three-dimensional Cone-beam Reconstruction(TTCR) Algorithm," Submitted to IEEE Trans. Med. Imag., 1989
21. Z. H. Cho, K. S. Hong, and S. K. Hilal, " Spherical positron emission tomograph(S-PET) I - performance analysis ," Nucl. Instr. Meth. in Phys. Res., 225 , pp422-438, 1984