

지반-구조물의 상호작용 해석을 위한 무한요소

Infinite Elements for Soil-Structure Interaction Analysis

오 양 신 추 * 윤 정 방 **
Yang, Sin-Chu Yun, Chung-Bang

ABSTRACT

This paper presents a study of soil-structure interaction problems using infinite elements. The infinite elements are formulated for homogeneous and layered soil media, based on approximate expressions for three components of propagating waves, namely Rayleigh, compressive and shear waves. The integration scheme which was proposed for problems with single wave component by Zienkiewicz is expanded to the multi-wave problem.

Verifications are carried out on rigid circular footings which are placed on and embedded in elastic half space. Numerical analysis is performed for a containment structure of a nuclear power plant subjected seismic excitation.

1. 서 론

본 논문에서는 Rayleigh파, 전단파 및 압축파의 영향을 동시에 해석할 수 있는 주파수중속 무한요소와 이를 이용한 지반-구조물의 동적상호작용의 해석법에 관하여 연구하였다. 이 방법에서는 Medina가 동탄성 문제를 해석하기 위하여 제안한 형상함수¹⁾(Shape Function)를, 요소행렬 형성시 보다 효율적인 적분을 수행하기 위하여 수정 제안 하였다. 또한 매립(Embedded)기초나 적층(Layered)지반을 해석하기 위하여, 방사적으로 전파되는 응력파의 성분에 대한 무한요소와 아울러 수평으로 전파되는 파를 해석할 수 있는 무한요소를 개발하였다. 형상함수가 여러 파의 조합으로 구성된 경우, 요소행렬을 구하기 위한 적분시 무한방향에 대하여 통상 사용되는 Gauss-Laguerre 적분방법을 적용하면 조화적(Harmonical)으로 감소하는 피적분 함수를 다항식으로 근사시켜 적분하므로 주파수가 증가할 수록 그에 비례하여 많은 적분점을 요구한다. 따라서 여기서는 하나의 파만 존재하는 경우에 대하여 효율적으로 적용되었던 Newton Cotes 적분방법과 유사한 방법²⁾을 Multi-Wave 문제에 맞게 확장하여 적용하였다.

이 방법의 타당성은 반무한, 균질 지반에 위에 놓여있는 원형강판과 지반에 묻혀 있는 원통형 강제기초의 Compliance 함수를 구하여 기존의 문헌에 발표된 값과 비교 함으로서 검증하였다. 또한 지진하중을 받는 원자력발전소 격납구조를 대상으로 하여 본 연구의 결과를 구조물 지반의 상호작용 해석에 적용하였다.

2. 동적무한요소-축대칭요소

2-1. 형상함수의 구성

반무한 탄성지반을 따라 전파되는 응력파에는 여러 종류가 있는데, 여기서는 주요 성분인 Rayleigh파, 전단파, 압축파등의 3성분만을 고려하였다. 이들 응력파가 외부로 전파 될때 반무한지반(Half Space)과 적층된 반무한지반(Layered half space)에서의 반경,연직, 회전 방향의 변위성분은 원통좌표계를 사용할때 표1과

같이 근사적으로 나타내질 수 있다. 그림1과 같이 축대칭 무한요소의 절점은 지반 내부영역과의 경계면에 있는 3점으로 정의하였다. 무한요소내의 변위를 표1의 3가지 파 성분의 선형조합으로 나타낼때, 반경, 원주 및 연직방향에 대하여 변위형상함수는 아래와 같다.

$$\begin{aligned} \langle N^u(r, z) \rangle &= \langle f_u^r(r, z), f_u^s(r, z), f_u^p(r, z) \rangle [F_u]^{-1} \\ \langle N^v(r, z) \rangle &= \langle f_v^r(r, z), f_v^s(r, z), f_v^p(r, z) \rangle [F_v]^{-1} \\ \langle N^w(r, z) \rangle &= \langle f_w^r(r, z), f_w^s(r, z), f_w^p(r, z) \rangle [F_w]^{-1} \end{aligned} \quad (1)$$

여기서

$$[F_u] = \begin{bmatrix} f_u^r(r_1, z_1) & f_u^s(r_1, z_1) & f_u^p(r_1, z_1) \\ f_u^r(r_2, z_2) & f_u^s(r_2, z_2) & f_u^p(r_2, z_2) \\ f_u^r(r_3, z_3) & f_u^s(r_3, z_3) & f_u^p(r_3, z_3) \end{bmatrix} \quad (2)$$

그리고 $[F_v]$ 와 $[F_w]$ 는 식(2)와 유사한 형태이다. 전체좌표(r,z)로부터 무한요소의 극부좌표(ξ, η)로 사영(mapping)하는 좌표변환은 수평 무한요소 대하여는 아래와 같이 정의 하였고,

$$r = \sum_{k=1}^3 (1+\xi) L_k^3(\eta) r_k, \quad z = \sum_{k=1}^3 L_k^3(\eta) z_k \quad (3)$$

방사무한요소에 대해서는 다음과 같이 정의하였다.

$$r = \sum_{k=1}^3 (1+\xi) L_k^3(\eta) r_k, \quad z = \sum_{k=1}^3 (1+\xi) L_k^3(\eta) z_k \quad (4)$$

여기서 $L_k^3(\eta)$ 는 절점이 3인 Lagrange 형상함수며, $0 \leq \xi < \infty, -1 \leq \eta \leq 1$ 이다.

2-3. 무한요소의 적분

본 논문의 무한요소와 같이 요소행렬 형성시 피적분함수가 여러파의 곱으로 나타내지는 경우, 무한변수(ξ)에 대한 적분은 피적분함수에 조화함수의 항이 존재하므로, 통상의 Gauss Laguerre(G-L) 적분방법³⁾으로 적분할 경우 고주파로 갈수록 많은 적분점이 요구된다. 따라서 이러한 단점을 극복하기 위하여 하나의

* 정회원 한국과학기술원 박사과정

** 정회원 한국과학기술원 교수

Table 1 The far-field behaviors of homogeneous and layered half space

Direction	Half Space	Rayleigh Wave	Shear Wave	Compressional Wave
Radial (f_u)	Homogeneous	$[e^{-pz} - \frac{2ps}{k_R^2 + s^2} e^{-sz}] e^{-(1+i)k_R r}$	$\frac{z}{R} e^{-(1+k_q R_0)\xi}$	$\frac{r}{R} e^{-(1+k_p R_0)\xi}$
	Layered		$\frac{z}{r} e^{-(1+k_q r_0)\xi}$	$e^{-(1+k_p r_0)\xi}$
Circumferential (f_v)	Homogeneous	$[e^{-pz} - \frac{2ps}{k_R^2 + s^2} e^{-sz}] e^{-(1+i)k_R r}$	$e^{-(1+k_q R_0)\xi}$	$\frac{z}{R} e^{-(1+k_p R_0)\xi} *$
	Layered		$e^{-(1+k_q r_0)\xi}$	$\frac{z}{r} e^{-(1+k_p r_0)\xi} *$
Vertical (f_w)	Homogeneous	$[e^{-pz} - \frac{2k_R^2}{k_R^2 + s^2} e^{-sz}] e^{-(1+i)k_R r}$	$\frac{r}{R} e^{-(1+k_q R_0)\xi}$	$\frac{z}{R} e^{-(1+k_p R_0)\xi}$
	Layered		$e^{-(1+k_q r_0)\xi}$	$\frac{z}{r} e^{-(1+k_p r_0)\xi}$

Since there is no compressive wave component for the circumferential * direction, the components are artificially created so that three node element can be constructed and efficiently integrated by the modified Newton-Cotes integration scheme

Parameter definitions :

r, z = cylindrical coordinates ($r = \sqrt{x^2 + y^2}$), for rectangular coordinates x, y, z

$R = \sqrt{r^2 + z^2}$, radial coordinate.

r_0, z_0 = the radial coordinates of the first node

$R_0 = \sqrt{r_0^2 + z_0^2}$, distance from origin to the first node

ξ = element parametric coordinate in the infinite direction.

k_q = wave propagation number ($Q=R$: rayleigh; s : shear; p : compressional)

$s, p = \sqrt{k_R^2 - k_{a,p}^2}$.

파만 있을 경우 효율성이 입증 되었던 Modified Newton-Cotes(N-C) 적분방법²⁾을 본 연구와 같은 여러파의 경우에 확장-적용하였는데, 이때에 관련된 적분 기법은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & \int_0^m \left(\sum_{j=1}^m f_j(\xi) e^{-(\alpha_j + i\beta_j)\xi} \right) \left(\sum_{k=1}^m g_k(\xi) e^{-(\nu_k + i\mu_k)\xi} \right) d\xi \\ &= \int_0^m \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^m F_{jk}(\xi) e^{-(\theta_{jk} + i\delta_{jk})\xi} d\xi \\ &= \sum_{j=1}^m \sum_{k=j}^m \sum_{i=1}^N K_{jk} w_{jki} F_{jk}(\xi_{jki}) \quad (5) \end{aligned}$$

여기서

$$w_{jki} = \int_0^m L_i(\xi) e^{-(\theta_{jk} + i\delta_{jk})\xi} d\xi \quad (6)$$

$$L_i = \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \left(\frac{\xi_j - \xi}{\xi_j - \xi_i} \right) \quad (7)$$

$$\theta_{jk} = \alpha_j + \nu_k, \quad \delta_{jk} = \beta_j + \mu_k$$

$$F_{jk}(\xi) = f_j(\xi) g_k(\xi)$$

여기서 $j \neq k$ 일때 $K_{jk} = 1$, $j = k$ 일때 $K_{jk} = 2$

이 적분방법에서는 함수중 최고차항이 N차 다항식이고 응력파가 m 개의 파로 형성되어 있을 때 이를 정확하게 적분하기 위하여 $(N+1)m(m+1)/2$ 개의 적분점이 요구된다. 그림2에서는 G-L과 Modified N-C 적분방법의 효율성을 해석적인 결과에 대한 상대오차가 주어진 한계내에 있기 위하여 요구되는 적분점의 수로써 비교하였다. 그림에서 보여 주듯이 G-L 적분은 주파수가 커질 수록 상당히 많은 적분점을 요구하나 N-C 적분은 주파수에 관계없이 적은 적분점으로 만족할 만한 결과를 얻을 수 있음을 알 수 있다

3. 무한요소의 타당성 검증

3-1 지표면 위에 놓여 있는 원형강관 기초의 Compliance

지반 위에 놓여 있는 원형강관에 조화하중이 할때 작용할때 무차원주파수에 따른 Compliance 함수를 구하기 위하여 그림3와 같이 내부영역의 유한요소 크기가 다른 2가지 모형을 검토 하였다. 무한요소가 놓이는 내부영역과 외부영역 사이의 경계면은 두 경우 전부 기초 반경의 2배 거리에 위치 한다. 그림4는 수치 해석 결과를 해석적^{4,5)}과 함께 무차원주파수의 함수로 나타 내었다. 결과들로부터, 다소의 차이는 있으나 무차원주파수(Ao)가 5 이하에서는 두 모형 모두 해석적 결과와 잘 일치하고 있으나 그 이상의 주파수에 대하여서는 요소의 크기가 작은 모형만 잘 일치 하고 있음을 알 수 있다. 이것은 유한요소의 크기는 1단

파의 파장 보다 적절히 작아야 한다는 점을 고려할 때, 유한요소의 크기를 크게 모형화한 경우가 고주파를 해석하기에 적절하지 못 했다는 것을 알 수 있다. 위의 결과로 부터 내부영역을 모형화 할때 유한요소의 크기를 전단파장에 비하여 적절히 작게(전단파장의 약 1/10) 모형하고 무한요소가 놓이는 경계면까지의 거리를 구조물 기초 반경의 약 2배로 하면 전주파수에 대하여 잘 해석할 수 있음을 알 수 있다.

3-2 매립된 원형기초의 Compliance

반 무한 지반에 매립된 원형강체기초를 해석하기 위하여 매립깊이와 기초반경의 비(H/Ro)가 0.25, 0.5, 1.0 인 3가지 경우에 대하여 그림5과 같이 모형화 하였다. 수직, 수평, 회전 에 대한 Compliance를 기초의 바닥 중앙점을 기준으로 하여 구하였다. 해석 결과 수직방향 Compliance에 대하여서는 무차원주파수 $A_0=0. \sim 5$. 범위 내에 Novak-Beredugo가 구한 결과들⁶⁾(그림 6-a)과 함께 나타냈고, 수평, 회전에 대한 Coupling Motion의 경우는 무차원주파수 $A_0=1. \sim 2$. 범위내에 Urilichd- Kuhlemerr가 구한 결과들^{7,8)}(그림 6-b,c)과 함께 나타냈다. 이들 결과들은 수직 Compliance의 정적부근 ($A_0=0.$)을 제외 하고는 대체로 잘 일치하고 있음을 알 수 있다.

4. 지반-구조물 상호작용 해석에의 적용

여기에서 제시한 무한요소를 지반-구조물 상호작용 해석에 적용하기 위하여 지진 하중을 받는 원자력발전소 격납구조물에 대하여 그림 7-a과 같이 단순하게 모형화 하여 해석을 수행하였다. 무한요소를 이용한 모형(모형 A;그림 7-a)과 함께 다른 3가지의 모형(모형 B,C,D ; 그림 7-b,c)을 사용하여 지진해석을 수행한 후 그 결과를 비교하였다. 모형 B는 구조물을 보요소로 단순화하고 지반을 주파수중속 임피던스로 모형화한 것이며, 모형C,D는 구조물은 축대칭 셀요소를 사용하고 지반은 유한요소만을 사용하되 모형C는 내부영역을 작게 취하고 모형D는 크게 택하여 모형화한 것이다. 그림 8~10는 감쇠조건, 매립깊이, 모형들을 달리하면서 구한 전달함수를 나타 냈으며, 표 2와 3에는 실제 지진(EL-Centro 1940 ; 남북성분)에 대하여 해석한 구조물의 최대응답을 보였다. 구조물의 히스테레틱 감쇠계수를 0.07로 고정하고 지반의 감쇠계수를 변화시키면서 얻은 결과들(그림 8)로 부터 구조물의 거동은 지반의 감쇠계수에 따라 영향이 큼을 알 수 있다. 또한 여러개의 다른 매립깊이에 대한 해석 결과(그림 9)로부터 구조물의 거동은 매립깊이가 증가함에 따라 크게 줄어들고 있음을 알 수 있다. 그림10는 지표면에 놓인 구조물(H/Ro=0.0)의 거동을 다르게 모형화하여 해석한 결과를 나타냈다. Radiation damping효과를 잘 고려할 수 있는 방법인 모형A,B는 대체로 일치하며 합리적인 값을 얻을 수 있지만 유한요소만을 사용한 모형C,D는 에너지 발산 효과를 고려 할 수 없으므로 공진을 발생시키는 구조물의 고유진동수 부근에서 높은 Peak을 가지는 불합리한 값을 얻을 수 있다.

5. 결론

본 논문에서는 통상의 유한요소와 유사한 방법으로 무한영역을 모형화 하여, 응력파의 발산효과를 적절히 고려할 수 있는 동적 무한요소에 대하여 연구 하였다. 요소 형성시 보다 효율적인 적분을 수행하기 위하여

Modified Newton Cotes 적분 방법을 Multi-Wave 문제에 맞게 확장하여 적용하는 방법이 제시되었다. 이 적분 방법을 사용할 경우 주파수에 관계 없이 일정한 적은 적분점으로 만족할 만한 결과를 얻을 수 있음을 알 수 있었다. 본 논문에서 제시한 무한요소의 타당성의 검증은 균질-반무한지반의 동탄성(Elastodynamic) 문제를 해석 함으로써 수행하였다. 아울러 이방법의 지반-구조물 상호작용 해석에의 적용 예로, 원자력 발전소 격납구조물을 단순 모형화 하여 내진해석을 수행 하였다. 본 연구결과를 여기서 사용한 단순한 구조물에 대하여 비교적 정확히 모형화 할 수 있는 방법인 부구조법(모형 B)의 결과와 비교하여 보았을 때, 서로 잘 일치 함을 알 수 있었다. 반면 내부영역을 유한요소로 모형화 하고 그 외부경계를 고정했을 때는 에너지 발산효과를 고려할 수 없어 거동을 매우 크게 산정함을 알 수 있었다.

REFERENCE

1. Medina,P., "Modelling of Soil-Structure Interaction by Finite and Infinite Elements", Earthquake Engineering Research Center, 1980.
2. Bettess,P. Zienkiewicz,O.C., "Diffraction and Refraction of Surface Waves Using Finite and Infinite Elements", International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol.11, 1977.
3. Carnaham,B. and Luther,H.A.,Wilkes,J.O., " Applied Numerical Methods" John Wiley and Sons, Inc. New York, Sydney, Toronto, 1969.
4. Anestis S. Veletsos, Yau T.Wei, "Lateral and Rocking Vibration of Footings" J. of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, vol. 97, No. SM9. Sept. 1971.
5. Juan E.Luco and Ressel A. Westmann, " Dynamic Response of Circular Footings", J. of the F.M.D.,ASCE Vol. 97, No. EM5, October, 1971.
6. Novak,M. and Beredugo,Y.O., "Vertical Vibration of Embedded Footings", Journal of the Soil Mechanics and Foundations Divisions, ASCE, Vol.98, SM12, December, 1972.
7. Beredugo,Y.O., and Novak,M., , "Coupled Horizontal and Rocking Vibration of Embedded Footings", Canadian Geotechnical Journal Vol. 9 , 1972
8. Urilich,C.M., and Kuhlemeyer,R.,L., " Couped Rocking and Lateral Vibrations", of Embedded Footings", Canadian Geo. J. Vol. 10, 1973

Table 2 Maximum Responses of a Nuclear Containment Structure for Different Damping and Embedment Depths ($\beta_R=0.07$; Model A)

Response	Displacement (cm)			Base shear $\times 10^3$ (ton)			Base moment $\times 10^3$ (ton.m)			
	Dso	0.0	0.07	0.15	0.0	0.07	0.15	0.0	0.07	0.15
H/Ro	0.0	7.9	6.5	5.3	6.75	6.04	5.52	2.84	2.41	2.06
	0.5	3.4	3.1	2.7	5.43	5.08	4.79	1.74	1.60	1.48
	1.0	1.8	1.7	1.5	4.20	4.13	4.03	1.16	1.13	1.10

Table 3 Maximum Responses of Nuclear Containment Structure by Different Modelling (H/Ro=0.0, $\beta_R=0.07$)

Response	Displacement (cm)			Base shear $\times 10^3$ (ton)			Base moment $\times 10^3$ (ton.m)			
	Dso	0.0	0.07	0.15	0.0	0.07	0.15	0.0	0.07	0.15
Modelling	0.0	7.9	6.5	5.3	6.75	6.04	5.52	2.84	2.41	2.06
F.E.M and infinite		7.9	6.5	5.3	6.75	6.04	5.52	2.84	2.41	2.06
Half space		7.6	6.4	5.2	7.00	5.94	5.14	2.65	2.19	1.84
F.E.M only (small mesh)		22.1	9.2	7.2	17.9	6.66	5.52	6.22	2.91	2.24
F.E.M only (large mesh)		13.2	9.7	7.35	12.8	8.62	7.15	4.72	3.61	2.82

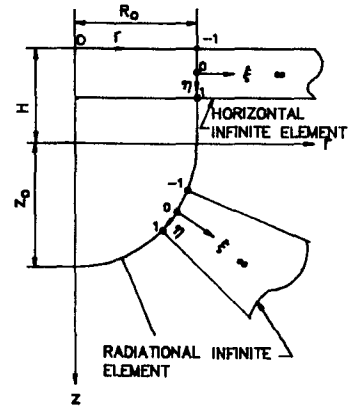


Fig 1 Discretization of Domain and Coordinate System

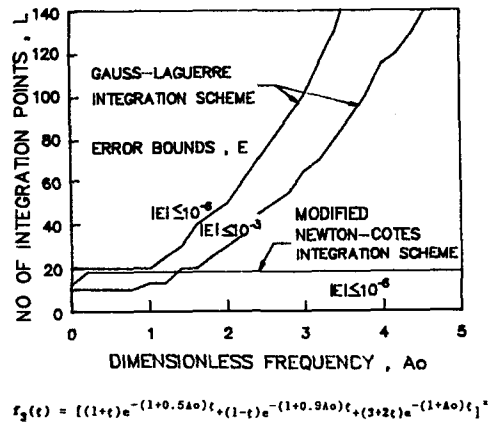
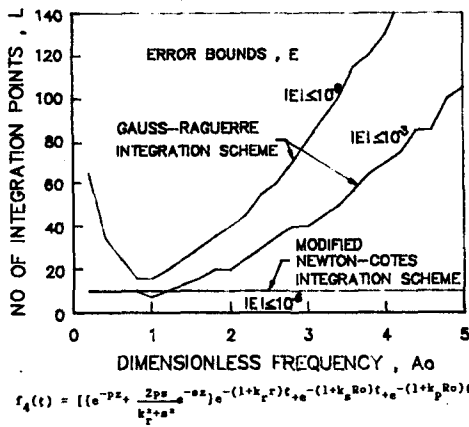


Fig 2. Number of Integration Points Required for Specified Error bounds

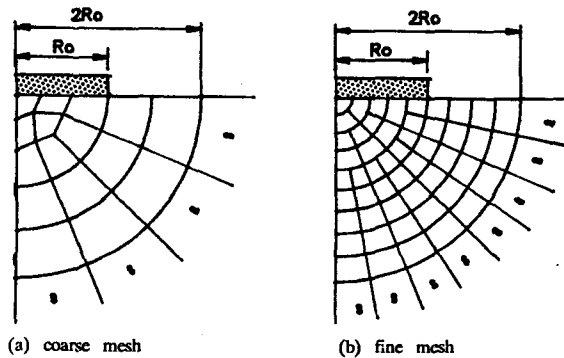


Fig 3 Element Mesh for Calculation of Compliance Functions of a Rigid Circular Plate on a Half Space

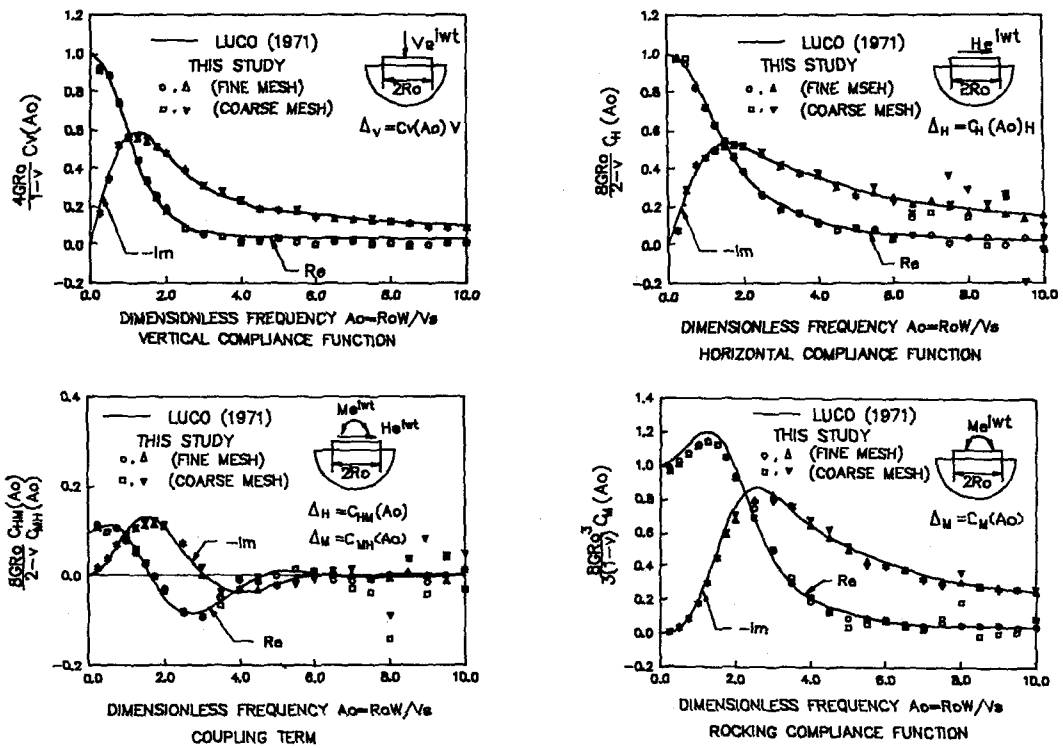


Fig 4 Compliance Functions of a Circular Plate Placed on an Elastic Half Space($\nu=1/3$)

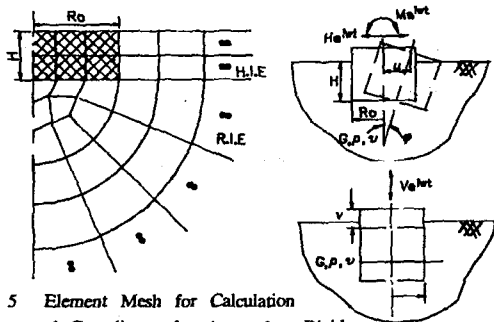


Fig 5 Element Mesh for Calculation of Compliance functions of a Rigid Circular Footing Embedded in an Elastic half space

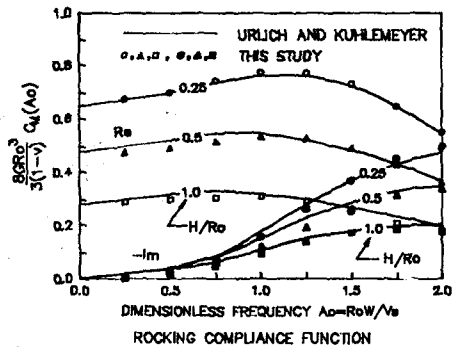
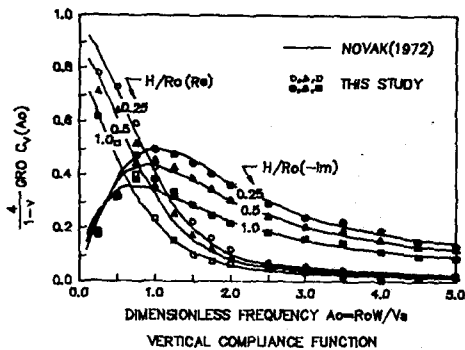
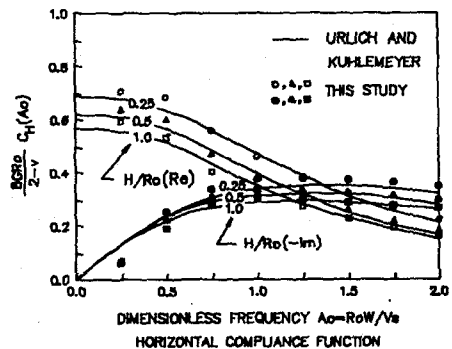


Fig 6 Compliance Functions for an Embedded Circular footing($\nu=1/3$)

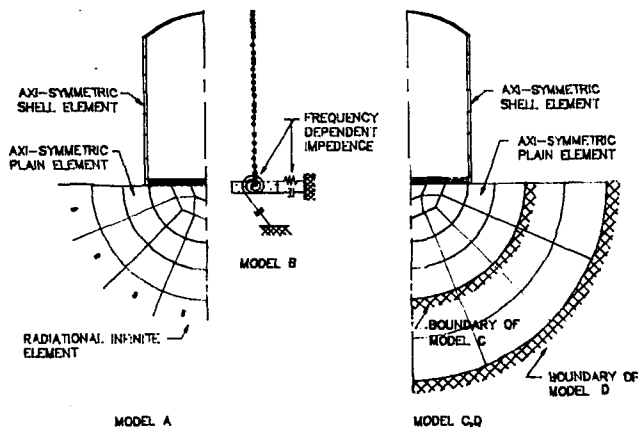


Fig 7 Element Mesh for Analyzing a Nuclear Containment structure Subjected to Horizontal Earthquake Loads

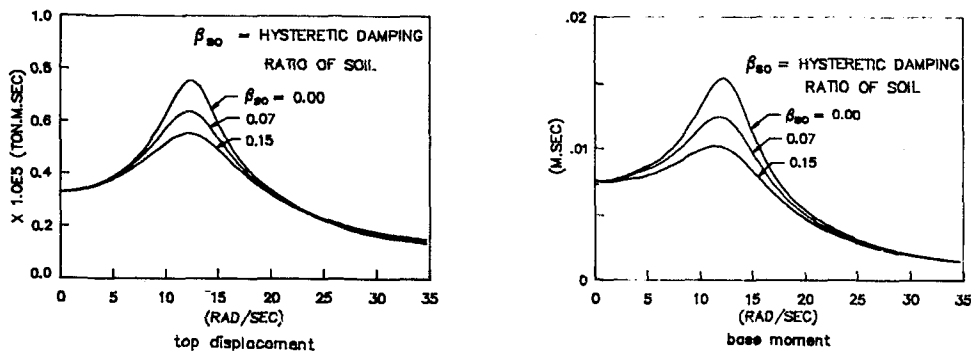


Fig 8 Transfer Functions for Different Soil Damping Coefficients (Model A, $\beta_{st}=0.07, H/Ro=0.5$)

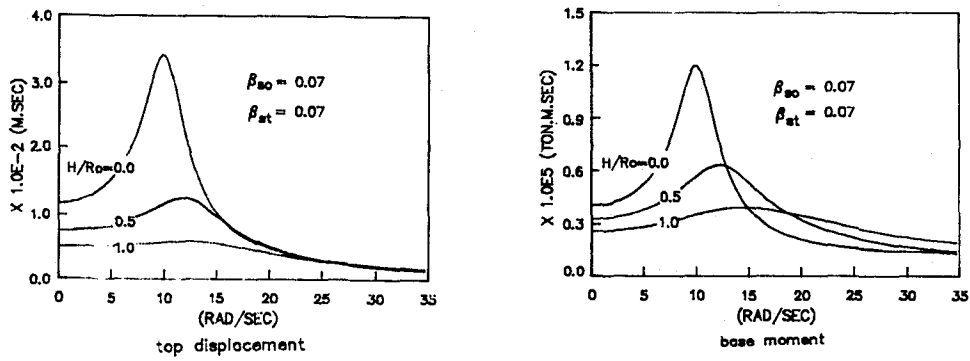


Fig 9 Transfer Functions for Different Embedment Depths (Model A)

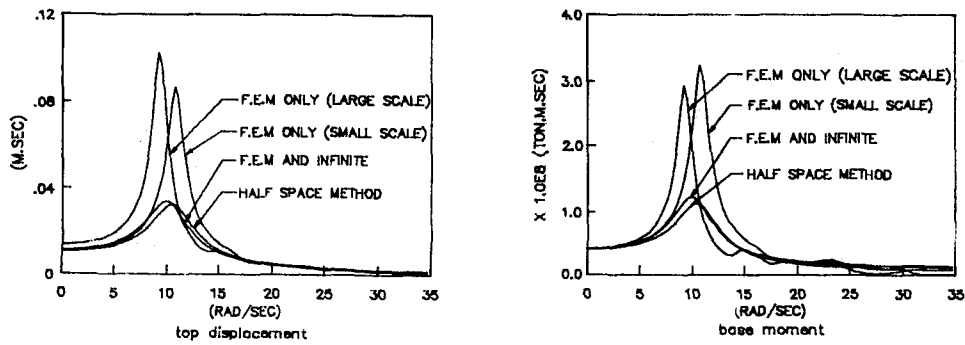


Fig 10 Transfer Functions for Different Models ($\beta_{90}=0.07, \beta_{st}=0.07, H/Ro=0.0$)