

강철도교의 피로신뢰성과 잔존피로수명

Fatigue Reliability and Remaining Fatigue Life of Existing Steel Rail-Road Bridges

조효남* 오신재** 허상구***
Hyo-Nam Cho Jae-Cheul Shin Sang-Gu Heo

ABSTRACT

This paper presents a fatigue reliability model for the reliability-based evaluation of remaining fatigue life of existing rail-road bridges. It is demonstrated that the simple fatigue reliability model based on the Weibull distribution of fatigue life can be extended by incorporating various effects due to the rate of the train-traffic increase and in-service inspections. The paper also suggests the system fatigue reliability analysis using an approximate formulation and 2nd-order bound solutions.

The application of the proposed model to existing rail-road bridges based on field load tests shows that it may be practically used for the assessment of fatigue reliability, remaining life, and in-service inspection scheduling of existing rail-road bridges.

1. 서론

우리나라 대부분의 강철도교는 교량 설계수명이 다 되었거나 열차교통량의 급증과 증량화 및 고속화로 인하여 기능적으로 점점 쇠퇴해 가고 있다. 강구조물의 파괴는 대부분 피로거동에 기인하고 기설 노후 강철도교량에 대한 피로파괴의 위험도 및 잔존수명을 산정하는 것은 매우 중요하다. 피로에 대한 저항은 응력이력(stress history)과 각 상세부위(detail)의 피로저항능력에 지배받게 되며 이들은 많은 불확실량에 비추어 볼때 피로에 관한 해석에 있어서 확률론적 접근방법 즉, 피로신뢰성 이론의 도입이 가장 효과적일 것이다.

최근에 파괴역학이나 S-N 선도를 기초로 한 많은 확률론적인 접근방법이 제안되고 있으며, 학문적인 기본개념과 피로신뢰성에 대한 광범위한 문헌들의 소개들이 미국토목학회 피로·파괴신뢰성 위원회에서 발표되었다[1].

본 연구는 피로수명을 Weibull 분포로 가정하여 내용기간중 변화하는 각종 내적·외적 상황 즉, 열차교통량의 증가, 교량유지조사의 효과 등을 고려하였다[2, 3, 4, 5]. 또한 교량은 여러 상세부위(요소)들이 결합하여 이루어진 하나의 집합체(system)이기 때문에 체계신뢰성 해석을 하였으며, 여기서는 근사적인 체계신뢰성 해석을 사용하여 실용적인 기설 교량의 피로신뢰성과 잔존수명 및 유지조사의 계획 등을 평가하는데 이용하였다.

2. 피로신뢰성 모형

2.1 기본적인 모형

구조물의 신뢰성이란 구조물이 설계수명동안 설계 목적상의 기능 및 안전도를 충족시킬 수 있

는 능력을 일컫는데, 피로신뢰성 이론에서는 N을 피로수명을 나타내는 확률변수라 한다면 응력범위(stress range)은 반복회수 n까지 피로파괴(fatigue fracture)가 일어나지 않을 확률로서 정의된다. 즉,

$$R_N(n) = P(N > n) \quad (1)$$

반면에 n 과 같거나 작은 반복회수에서 피로 파손이 일어날 확률 $F_N(n)$ 은 피로위험도(risk level) 또는 피로파괴확률로 일컫어지며, 피로신뢰도와 보(補) 확률관계를 갖는다.

$$R_N(n) = 1 - F_N(n) = P(N \leq n) \quad (2)$$

피로수명의 분포로는 대수분포와 Weibull 분포 등이 광범위하게 사용하고 있으나 Weibull 분포가 더 적절한 모형으로 알려져 있다[3].

피로수명을 Weibull 분포로 가정하면, 신뢰도 $R_N(n)$ 은

$$R_N(n) = \exp \left[- \left(\frac{n - \epsilon}{w - \epsilon} \right)^k \right]; n \geq \epsilon$$

$$= 1.0 \quad ; n < \epsilon \quad (3)$$

여기서 w = 피로수명의 특성치
 k = 형상모수
 ϵ = 피로수명의 하한치

가 된다.

형상모수 k 는 피로수명의 c. o. v 와 관계되며, $\epsilon = 0$ 일때 V_{RN} 과의 관계는 Ang[3]에 의해 다음과 같이 제안되었다.

$$k \approx V_{RN}^{-1.08} \quad (4)$$

또한 피로수명의 특성치 w 는 다음과 같다.

$$w = \frac{E(N)}{\Gamma(1 + V_{RN}^{1.08})} \quad (5)$$

* 한양대학교 토목공학과 교수
** 충남대학교 토목공학과 교수
*** 한양대학교 토목공학과 석사과정

그러므로, 식 (1)-(3)으로부터 파괴확률 P_F 는 다음과 같이 표현된다.

$$P_F = 1 - R_N(n) \quad (6)$$

$$= 1 - \exp \left[- \left\{ \frac{n}{E(N)} \Gamma(1 + V_{RN}^{1.08}) \right\} V_{RN}^{1.08} \right]$$

고로, 지정된 허용위험도 또는 목표신뢰성 $P_{F_0} = \Phi(-\beta_0)$ 에 대한 피로수명 n 는 아래와 같다.

$$n = \frac{-E(N) \{ \ln(1 - P_{F_0}) \} V_{RN}^{1.08}}{\Gamma(1 + V_{RN}^{1.08})} \quad (7)$$

평균피로수명 $E(n)$ 은 응력범위의 m 차 모멘트로 표시되며, Miner 의 선형피해가설(linear damage rule)과 S-N선도로부터 유도된다.

$$E(N) = \frac{C}{E(S_r^m)} \quad (8)$$

여기서 C 와 m 은 회귀직선상수의 절편과 역기울기이다. 응력범위의 m 차 모멘트 $E(S_r^m)$ 는 정의에 의해

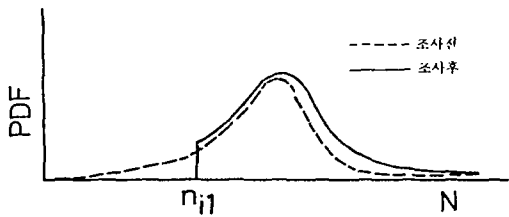
$$E(S_r^m) = \int_0^{\infty} s_r^m f_{S_r}(s_r) ds_r \quad (9)$$

이며, 응력범위가 Beta 분포를 갖는다고 가정하면 [1, 3], 아래와 같이 유도된다.

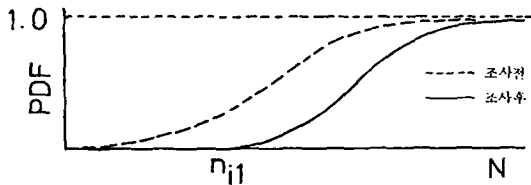
$$E(S_r^m) = S_{r,max}^m \frac{\Gamma(m+q) \Gamma(q+r)}{\Gamma(q) \Gamma(m+q+r)} \quad (10)$$

여기서 $S_{r,max}$: Beta 분포의 상한치
 q, r : Beta 분포의 두 모수

유지조사의 효과는 피로파손 분포 $F_N(n)$ 를 Updating 시켜 고려할 수 있다. 교량의 유지조사를 한번 실시했을 때 부재의 피로파손 여부를 알 수 있다고 가정하자 [4, 5]. 심한 균열이 발견되었



(a) PDF



(b) CDF

그림 1 교량유지조사의 효과

다면 그 부재는 보수, 복구되고 이후의 피로피해는 유지조사 당시 반복회수부터 다시 시작될 것이다. 반면에 균열이 발견되지 않았다면 유지조사 때까지 파괴가 일어나지 않았음을 의미하므로 다음과 같이 조건부확률로써 표현된다.

$$F_N(n|N > n_{i1}) = \frac{F_N(n) - F_N(n_{i1})}{R_N(n_{i1})}; n > n_{i1} \quad (11)$$

여기서 n_{i1} 는 유지조사때의 반복회수

위 식은 그림 1과 같이 도식적으로 표현할 수 있다. 이때 그림 1 (a)의 유지조사후의 PDF는 의 왼쪽부분이 잘려 나가고 나머지 부분의 면적이 1이 되도록 수정되었기 때문에 조사전의 PDF 보다 크다. 따라서 파괴확률이 목표신뢰성 지수에 도달하는 기간이 점차 단축됨을 알 수 있다.

2.2 체계피로신뢰성

일반적으로 구조물은 여러가지 다른 형태의 요소로 이루어진 하나의 체계 즉 시스템(system)이기 때문에 개개의 상세부위(요소)의 안전뿐만 아니라 전체시스템의 안전을 고려해야 하므로 피로신뢰도는 체계신뢰성에 의해 평가되어야 한다.

철도교량과 같은 부정정구조물에서 구조물의 붕괴를 일으키는 피로파손기구(fatigue fracture mechanism)를 정확히 정식화(formulation)하는 것은 대단히 어렵다. 이론적으로는 FMA (Failure Mode Approach)나 SCA (Stable Configuration Approach) [6]에 의해 병렬부체계(sub-parallel system)로 되는 모든 주요(critical) 피로파손기구의 직렬체계로 구성되는 조합체계로 구조물을 정식화하여 피로신뢰성을 해석할 수 있다.

그러나, 본 연구에서는 2-3 개의 주요 부재의 파손을 시스템파괴로 가정하는 근사적 조합체계로 정식화하여 제 2계 구간해법(또는 Ditlevsen bound) [6]에 의해 체계신뢰성을 추정하는 방법을 사용하였다.

2.3 잔존 피로수명의 평가.

열차교량의 계속적인 증가로 인하여 철도교의 피로수명을 평가하는데 일일 평균 열차교통량(ADTT : Average Daily Train Traffic)을 고려하여야 한다. 왜냐하면 ADTT의 증가는 교량의 잔존수명을 예측하는데 커다란 영향을 미치기 때문이다.

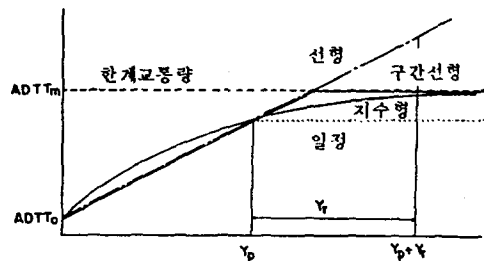


그림 2 교통량 변화모델

기준교량에서 과거에 받은 총 반복회수 n_p 는

$$n_p = 365f \sum ADTT_i \quad (12)$$

여기서 f : 열차 한 대당 반복회수
 $ADTT_i$: i 번째 년도의 ADTT

로 된다.

그리고, 잔존 반복회수 $n_r (= n - n_p)$ 는 특정 피로수명 $n = F_N(P_{Fo})$ 에서 잔존수명 Y_r 은 앞으로의 ADTT의 변화에 따른 보간 함수식으로부터 구해진다.

현재의 열차교통량과 과거 교통량자료로부터 교통량의 증가는 그림 2와 같이 일정, 선형, 구간 선형, 지수형증가로 나타낼 수 있다.

지수형증가일 경우의 잔존수명은 아래식으로부터 구해진다.

$$n_r = 365f \left\{ ADTT_m Y_r + \frac{ADTT_m - ADTT_0}{a} \exp[-a(Y_p + Y_r)] - \exp(-aY_p) \right\} \quad (13)$$

여기서 Y_p : 과거 사용년수
 $ADTT_0$: 교량개통시 ADTT
 $ADTT_m$: 현재교통량

$$a = - \frac{1}{Y_p} \ln \left(\frac{ADTT_m - ADTT_p}{ADTT_m - ADTT_0} \right)$$

$ADTT_p$: 현재의 ADTT

교량의 잔존수명과 피로수명의 예측은 허용 위험도 (P_{Fo})와 목표신뢰성지수 (β_o)의 선택에 커다란 영향을 받는다. 그러므로 최적의 위험도를 결정하는 것이 중요하다. 그러나, 현재까지는 최적위험도 결정에 대한 체계적인 지침이 없으므로 본 연구에서는 이전의 연구들에서 사용된 값을 사용하였다 [2, 4, 5]. 즉 NRLP (Non-Redundant Load Path)에서 $P_{Fo} = 0.0001$ ($\beta_o = 3.72$), RLP (Redundant Load Path)에서 $P_{Fo} = 0.023$ ($\beta_o = 2.0$)

3. 통계적 불확실량

3.1 피로수명의 불확실량

피로신뢰도 $R_N(n)$ 와 파괴확률 $F_N(n)$ 은 피로수명의 변동계수 V_{RN} 의 함수이다.

각종 불확실량을 포함한 총 변동계수 V_{RN} 은 다음과 같이 표현된다 [7].

$$V_{RN}^2 = V_N^2 + V_F^2 + V_C^2 + m^2 V_S^2 \quad (14)$$

여기서 V_{RN} : 피로수명 N 으로 표현되는 저항의 총 변동계수

V_N : 회귀직선에 대한 피로시험 데이터 자체의 변동계수

$$V_N \approx \sigma_{\log N} / \log S_r$$

$$= \left[\frac{1}{k-2} \sum_{i=1}^k (\log n_i - \log C + m \log S_{r,i})^2 \right]^{1/2}$$

k : 데이터의 수

V_F : 피로모형과 Miner의 가정시 발생하는 오차로 인한 변동계수

V_S : 평균응력범위에 관련된 변동계수

V_C : 제작과 시공정도에 대한 불확실량을 반영하는 S-N회귀상수에 관련된 변동계수

한편, 허용 S-N 선도는 피로시험 데이터의 변동성만을 고려하여 구한 S-N 평균 회귀분석직선을 피로시험 데이터의 표준편차의 2배인 2σ 만큼 왼쪽으로 평행이동시킴으로서 규정하고 있다.

우리나라에는 피로시험에 대한 통계적 자료가 빈약하므로 여러 범주의 상세부위에 대한 피로저항의 불확실량은 외국문헌에 참조 이용하였다 [3, 7]. 본 연구에서 적용한 피로수명의 총 변동계수 V_{RN} 은 각 상세부위별로 표 1에 정리하였다.

표 1 저항불확실량에 관한 통계치

범주	절편 (C)	기울기 (m)	σ_R	V_{RN}
A	13.785	3.178	0.221	0.90
B	13.696	3.372	0.147	0.72
C*	12.681	3.097	0.158	0.61
C	12.763	3.250	0.063	0.60
D	12.177	3.071	0.108	0.60
E	11.886	3.095	0.101	0.60
F	11.849	3.200	0.194	0.60

3.2 응력범위의 분포

피로신뢰성 모형은 응력범위의 빈도분포의 모수와 모멘트에 지배된다. Weibull 분포, 대수분포, Beta 분포, Chi-square 분포 등 여러가지 모형들이 제안되었다 [1, 3]. 통계적 분석결과 응력범위 빈도그래프가 단일모드 (unimodal shapes)일때는 Beta 분포가 적절하며, 흩어진 이중모드 (bimodal scattered shapes)일때는 Chi-square 분포가 적절한 것을 알 수 있었다.

응력범위의 상한치와 하한치, $S_{max}, 0$,를 갖는 Beta 분포의 PDF는 다음과 같다.

$$f_{sr}(s_r) = \frac{1}{B(q, r)} \frac{s_r^{q-1} (S_{rmax} - s_r)^{r-1}}{S_{rmax}^{q+r-1}} \quad ; 0 \leq s_r \leq S_{rmax} \quad (15)$$

= 0

여기서 q, r : Beta 분포의 두 모수

$$B(q, r) = \frac{\Gamma(q) \Gamma(r)}{\Gamma(q+r)}$$

응력범위 빈도그래프는 현장 측정으로 얻을 수도 있고, 시뮬레이션으로도 얻을 수 있다 [8]. 본 연구에서는 기존 교량에 대해 현장 측정을 하여 얻은 빈도그래프를 사용하였다.

4. 적용 예

4.1 대상교량과 현장측정

본 연구에서는 서울에 위치한 한강 B·C 선 철교에 대하여 피로신뢰성 해석방법을 적용하여 피로신뢰성을 분석하고 잔존수명을 추정하였다. 표 2는 대상교량의 제원을 요약한 것이다. 한강 B선 철교는 1969년도에 전면 보수한 단순리벳트판형교이며, 한강 C선 철교는 1957년도에 복구된 3경간 연속리벳트판형교이다.

표 2 대상교량의 제원

교 량	B 선	C 선
형 태	단순리벳트교	3경간 연속리벳트교
경간의 수	1	3
경간의 길이	20 m	3 @ 20.2 = 60.6 m
거어더 크기	3.6 x 19.645 x 0.0673	3.93 x 23.2 x 0.045
거어더 간격	2.0 m	3 @ 2.0 + 2 @ 1.206 = 8.412 m
요소의 수	2	5
개통 년도	1900 년	1944 년
ADTT	255 대	471 대
등가응력범위	10.99 MPa	16.61 MPa

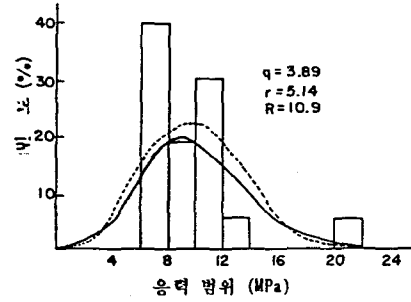
두 교량은 1976년, 1985년, 1988년 3번에 걸쳐져 보수되었다. 현재 교량은 상대적으로 양호하나 열차가 통과하는 C선은 중량이 큰 화물차로 인하여 급속도로 피로가 커지고 있다. 표 2와 같이 화물선이 많은 C선은 ADTT가 B선에 비해 상대적으로 크며, 등가응력범위도 또한 크다. 반면에 전철이 주종을 이루는 B선은 C선의 절반정도인 ADTT를 나타내고 등가응력범위도 C선에 비해 낮다.

대상교량에 대해 정적·동적 측정을 하였으며, 각 교량의 중앙경간의 중앙점으로부터 얻은 변형을 데이터로 응력범위 빈도그래프를 그림 3과 같이 얻었다. 그림 3에서 응력범위 빈도그래프의 빈도가 흡어져 있을 때는 Beta 분포보다 Chi-square 분포가 잘 적합된다는 것을 알 수 있으며 B선의 경우는 C선에 비해 응력범위의 최대치와 등가응력범위가 낮음을 알 수 있다.

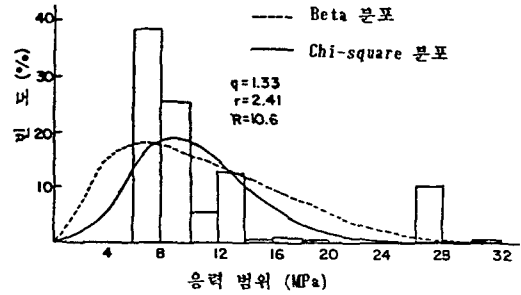
4.2 피로파손위험도 분석과 잔존수명의 평가

그림 4는 체계신뢰성 이론에 의해 근사적인 방

법으로 구한 상재부위와 구조체계에 대한 두 대상교량의 피로파손위험도 분석결과이다. 여기서 각 교량에서 주요부위의 파손위험과 체계파손위험은 유지조사효과와 재하력의 변화를 고려하지 않고 계산된 결과이다.



(a) B 선



(b) C 선

그림 3 응력범위 빈도그래프

당연한 결과이지만 그림 4에서 체계파손위험이 상재 부위 파손위험보다 높다는 것을 알 수 있다. 다시 말해서 단일상재부위에 대한 잔존수명은 체계(system)에 대한 잔존수명보다 길다.

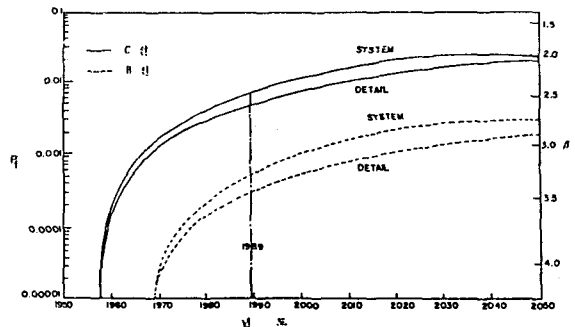


그림 4 요소 및 체계신뢰성의 비교

또한, 그림 4에서 C선의 경우는 B선에 비해 일일평균 열차교통량과 증가응력범위가 상당히 크므로 피로위험도도 B선보다 매우 높음을 보여 준다.

그림 5는 대상교량의 교량유지조사를 고려하여 피로수명을 예측한 것을 나타낸 것으로 두 교량이 1976년, 1985년, 1988년에 3차례 교량유지조사를 실시하여 보수, 보강되었다는 것을 보여준다.

교량의 사용수명(service life)이 늘어남에 따라 피로파손위험도도 증가하여 피로위험도가 허용위험도 2.3%에 도달했을때 균열이 발생한다고 가정하여 교량유지조사를 통해 보수 복구된다.

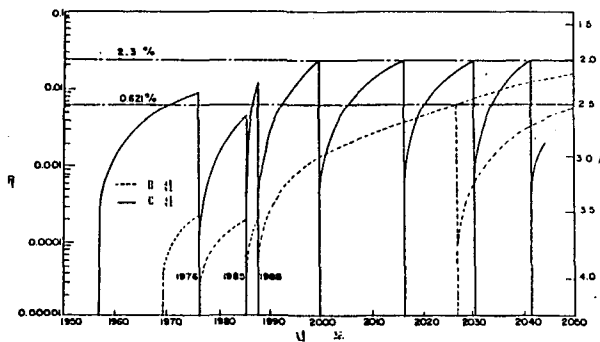


그림 5 교량유지조사의 효과

그림에서 C선은 허용위험도를 2.3%로 선택했을때 약 2000년에 첫번째 균열이 발생된다고 보여지나 허용위험도를 0.621%로 선택하였을 때는 약 1994년에 첫번째 균열이 발생된다고 예측된다 즉, 허용위험도는 피로수명에 매우 큰 영향을 미치며 최적의 허용위험도를 선정하는 것은 대단히 어렵고 중요한 일인 것이다.

또한 유지조사의 간격은 허용위험도의 선택에 따라 매우 민감하며 사용수명이 늘어남에 따라 점차 간격이 좁아짐을 알 수 있다. B선의 경우는 증가응력범위나 ADTT가 매우 낮기 때문에 피로수명도 대단히 길다는 것을 알 수 있다.

여러가지 교통량 변화모델을 고려하여 일계부재에 대한 잔존수명의 결과는 표 3에 주어져 있다. 표 3에서 보는 바와 같이 잔존수명은 ADTT의 증가 즉 교통량 변화모델에 대단히 민감하다는 것을 보여준다.

표 3 잔존수명의 교통량 모델의 효과

교량	일정	선형	구간선형	지수형
B	1524	231	781	777
C	149	79	86	65

일반적으로 교량의 교통량은 지속적으로 증가하다가 교통량이 포화상태에 도달했을 때의 교통량을 한계교통량이라 하며, 이때부터는 더 이상 교통량이 증가하지 않을 것이다. 이와 같은 한계교통량을 고려치 않는 선형 증가모델(4)이나 일

정하다고 보는 모형은 교량의 잔존수명을 지나치게 작거나 크게 평가되기 때문에 실용적이지 못하다. 그러므로 교통량이 지수함수적으로 증가하여 한계교통량에 수렴한다는 한계교통량의 개념을 도입한 지수형 증가모형을 제안하였으며, 지수형 증가모형과 한계교통량까지는 선형적으로 증가하다가 한계교통량부터는 ADTT가 일정하다고 보는 구간선형 증가모형이 잔존수명을 예측하는데 실용적이다.

그림 6에서 응력범위 빈도그래프에 적합시킨 응력범위 분포의 선택을 달리할 경우에도 피로신뢰성 예측이 상당한 영향을 받는다는 것을 보여 준다.

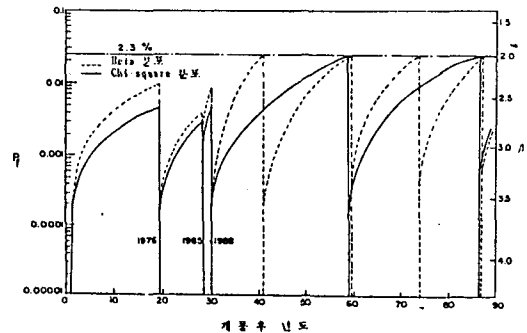


그림 6 응력범위 분포함수의 영향

Chi-square 분포로 가정하여 예측한 피로수명은 Beta 분포로 예측한 피로수명과 비교할때 짧으며 응력범위 빈도그래프의 빈도가 흩어져 있을때는 Chi-square 분포로 적합시키고 피로수명을 예측하는 것이 바람직하다. 그림 6은 C선에 대해 응력범위의 분포를 Beta 분포와 Chi-square 분포로 했을 때의 피로수명을 나타낸 것이다.

4.3 제래적인 방법과의 비교

제안된 모델로 예측한 잔존수명과 제래적인 방법으로의 잔존수명과 비교를 해보자. 제래적인 잔존수명 예측방법으로는 Miner의 선형누적피해 가설식($\sum \frac{n_i}{N_i} = 1.0$)을 사용하여 예측하는 방법과 열차종류별 한차량당의 증가응력범위와 증가피해 반복회수를 사용하여 예측하는 다음과 같이 수정된 Miner 법칙이 실제적으로 실제적으로 널리 사용되고 있다[9]. 수정 Miner 방법에 의하면 철도교의 경우 교량수명동안 s 종류의 열차계가 통과한다고 보면 기준반복회수 N^* 를 2×10^6 회로 증가피로피해 개념에 기초한 철도교의 피로수명(Yr년)는 다음과 같이 유도된다[9].

$$Y_r = 2 \times 10^6 / \sum_{i=1}^s n_{ij} \left(\frac{S_{ij}}{S^*} \right)^{1/m} \quad (16)$$

여기서 n_{ij} = 1년간에 통과하는 각 열차계의 수 ($= 365 \times \text{ADTT}$)
 S_{ij} = j 번째 열차계에 의한 증가응력 범위
 S^* = N^* 에 대응하는 기준응력범위

표 4는 대상교량에서 각각의 방법으로 구한 잔존수명을 나타낸 것이다. 대상교량은 단시간에 걸쳐 측정이 되었으므로 교량을 대표할 수 있는 빈도그래프로 보기 어려우며, 더구나 그림 3에서 보는 바와 같이 빈도그래프는 높은 응력범위에서 흩어져 있고, 높은 응력범위에 의해 잔존수명이 지배되는 Miner의 선형피해가설을 적용하기에는 적절치 못하다. 따라서 본 교량의 응력빈도그래프에 대하여 Miner 식으로 계산해 본 결과, 매우 비정상적인 피로잔존수명 예측결과가 나옴을 확인할 수 있었다.

수정된 Miner방법으로 계산한 대상교량의 잔존수명은 제안한 모델로 구한 잔존수명과 커다란 차이가 있음을 알 수 있다. 특히, B선의 경우에는 설계하중의 절반정도 밖에 안되는 전철이 주종을 이루고 있어 피로수명이 문제가 되지 않는 교량임을 계산결과로 쉽게 알 수 있다.

따라서 재래적인 방법과 피로신뢰성에 의한 방법으로 구한 잔존수명을 비교해 볼때 피로신뢰성에 의한 방법으로 교량의 잔존수명을 예측하는 것이 측정 데이터가 빈약한 경우에도 합리적인 결과를 주는 실용적인 방법임을 알 수 있다.

표 4 재래적인 방법과의 비교

교량	Miner식	수정 Miner식	제안모델
B	—	7145	777
C	4068	150	65

5. 결 론

본 논문에서는 피로파손위험의 평가와 잔존수명의 예측을 위해 간단한 피로신뢰성 모형을 사용하여 적용하였다.

본 연구에서 얻은 결론은 다음과 같다.

1. 철도교량의 피로수명예측은 유지조사의 효과, 교통량변화모델, 허용위험도의 선정, 신뢰성 해석방법 등에 따라 대단히 민감하다.
2. 대부분의 경우 잔존수명 예측으로 재래적인 방법보다는 제안된 간단한 피로신뢰성 방법에 의한 것이 측정 데이터가 빈약한 경우에도 합리적인 결과를 주는 실용적인 방법임을 알 수 있다.
3. 철도교량의 피로신뢰성 해석에 있어서 체계신뢰성 방법, 실제적인 열차교통량모델, 유지조사의 효과 등은 실제적인 파손위험을 평가하는데 중요한 요인이 된다.

참 고 문 헌

1. ASCE, The Comm. on Fatigue and Fracture Reliability of the Committee on Structural Safety and Reliability of the Structural Division, "Fatigue Reliability : 1-4, J. of the Structural Div., ASCE, Vol. 108, No. ST1, Jan. 1982, pp. 3-8
2. 조효남, 장동일, "Assessment of Fatigue Reliability and Remaining Life of Steel Bridges", 한-일 공동 세미나, 1988.11. pp. 172-181
3. Ang, A.H-S., "Bases for Reliability Approach to Structural Fatigue", 2nd International Conference on Structural Safety and Reliability, Munich, Sep. 1977
4. Shaaban, H. and Albrecht, P., "Fatigue Rating of Steel Highway Bridges", Research Report, Univ. of Maryland, Maryland, May 1985
5. Yazdani, N and Albrecht, P., "Risk Analysis of Fatigue Failure of Highway Steel Bridges", J. of Struc. Engineering, Vol. 113, No. 3, Mar. 1987, pp. 483-500
6. Quek, S.T. and Ang, A.H-S., "Structural System Reliability by the Method of Stable Configuration", SR Series No. 529, Dept. of Civil Eng., Univ. of Ill., Urbana-Champaign, Ill., Nov. 1987
7. Nolan, C.S. and Albrecht, P., "Load and Resistance Factor Design of Steel Structures for Fatigue", Research Report, Univ. of Maryland, Maryland, Jun. 1983
8. 최성권, "Computer Simulation에 의한 단선교의 응력에 관한 연구", 석사학위논문, 한양대학교, 1988. 12
9. 장동일, 이종득, 이희현, "강철도교의 등가 피로피해에 관한 연구", 토목학회 논문집, 1982. 12