

# 캠틸레버 시공법에 의한 프리스트레스트 콘크리트 교량의 장기 거동 해석

Time-Dependent Behavior of Prestressed Concrete Bridges Constructed by the Segmental Cantilever Method

오 병 환                    최   계   식                    이   상   희  
Oh Byung Hwan        Choi Key Shik        Lee Sang Hee

## ABSTRACT

A numerical procedure is developed to analyze the time-dependent behavior of prestressed concrete bridges constructed by the segmental cantilever method. The developed computer program accounts for the time dependent properties of prestressed concrete materials due to the varying modulus of elasticity, creep and shrinkage of concrete and the stress relaxation of prestressing steel. It also accounts for the stiffness increase due to the presence of the steel reinforcements and the effects of the shear deformation of the prestressed concrete bridge girders. The program is applied to a multi span continuous segmental prestressed concrete bridge to demonstrate its capabilities.

### 1 서론

캠틸레버 공법은, 동바리를 설치하지 않고 교각으로부터 좌우로 균형을 맞추면서 이동식 작업차(Farm Traveler)를 이용하여 3~5m길이의 세그먼트를 순차적으로 시공한 후 경간 중앙에서 캠틸레버 기둥을 연결시키는 공법이다. 이 공법은 지면으로부터의 동바리 설치가 곤란한 깊은 개곡이나 하천, 해상 등에 장경간의 교량을 건설할 경우에 적합한 공법으로서, 세계적으로 수 많은 교량이 이 공법에 의해서 시공되었으며 국내에서는 1980년에 원호 대교가 이 공법에 의해 시공된 이래 4~5개의 교량이 시공되었거나 시공중에 있다.

캠틸레버 공법에 의한 교량은 시공 단계에 따라 구조계가 변경되면서 서로 독립된 정적 구조물이 집합되어 하나의 연속된 부정정 구조물이 되고, 더우기 구조물 각 부분의 재령 차이 및 콘크리트의 크리프에 의해 응력이 재분배되는 과정을 겪으면서 복잡한 거동을 하게 된다. 이를 정확히 해석하기 위해서는 일반 구조 해석 프로그램으로는 곤란하며 캠틸레버 시공법의 특성을 효과적으로 고려할 수 있는 전용 프로그램의 개발이 필수적이다.

현재 국내에서 시공되었거나 시공중인 캠틸레버 공법에 의한 교량의 해석은 대부분 외국 전문회사의 기술 지원하에 이루어지고 있는 실정인데, 이들이 사용하는 프로그램은 분할 시공 과정을 자동적으로 고려할 수 있으며 간단한 크리프 모델을 이용하여 선형 탄성 해석을 할 수 있는 것이지만, 철근의 영향을 고려하지 않을 뿐 아니라 재령의 길이에 따른 콘크리트 탄성 계수의 변화를

고려하지 않는다(7). Dilger 등은 세그먼트의 재령 차이 및 다단계 프리스트레싱을 고려하여 시공 단계별로 순차적으로 응력 및 처짐을 변위법에 의해 계산하였으나, 프리스트레싱의 초기 손실을 계산하지 않고 PS 강재의 전 길이에 걸쳐 일정한 값으로 가정한 초기 유효 프리스트레싱을 이용한 계산하였다(3). Ketchum 은 이러한 점을 보완하여 보다 정확한 해석 프로그램을 개발하였으며, 이를 이용하여 분할 시공 콘크리트 교량의 응력 재분배에 대해 상세히 설명하였다. 그러나 이 연구에서는 교량 상부구조의 전단 변형을 고려하지 않았기 때문에 교각 등 지지부 주위의 비교적 두꺼운 부재로 인한 영향을 합리적으로 고려하기 어려워 정확성이 떨어질 수 있는 단점을 지니고 있다(2).

본 연구의 목적은 기존 연구에서의 이러한 문제점들을 보완하여, 캠틸레버 시공법에 의한 프리스트레스트 콘크리트 교량의 장기 거동을 정확하게 해석할 수 있는 이론 모델과 프로그램을 개발하고, 이를 설계 그리고 시공시의 처짐 계산과 관리에 정확하게 응용하도록 하는데 있다.

### 2 콘크리트 재료 성질의 시간에 따른 변화

콘크리트는 시간에 따라 물리적·화학적 성질이 변화되면서 사용 하중하에서도 변형과 강도가 계속적으로 변하는 복잡한 재료이다. 콘크리트 재료 성질의 이러한 시간 의존 현상이 캠틸레버 시공법에 의한 교량의 거동에 크게 영향을 끼친다. 캠틸레버 시공법에 의한 교량의 응력 및 처짐을 정확하게 계산하기 위해서는 콘크리트 재료 성질의 시간에 따른 변화를 정확하게 고려하는 것이 필수적이다.

\*     정회원, 서울대학교 토목공학과 부교수  
\*\*    정회원, 데립산업(주) 상무이사  
\*\*\*  데립산업(주) 기술연구소  계장

## 2.1 콘크리트의 변형률

콘크리트 구조물의 시간에 따른 장기 거동을 해석하는 데 있어서, 콘크리트의 총변형률은 여러 요인들에 기인하는 개별 변형률들의 합으로 간주한다. 엄밀히 말해 개별 변형률들이 서로 영향을 주지만, 콘크리트 변형률에 대한 이러한 중첩의 원리는 사용 하중 하의 콘크리트 구조물의 해석에 널리 적용된다.

시간  $t$ 에서 콘크리트의 총변형률  $\epsilon(t)$ 는 식 <2.1>과 같으며, 이를 도식하면 그림 <1>과 같다 (1)(2).

$$\epsilon(t) = \epsilon_{el}(t) + \epsilon_{cr}(t) + \epsilon_{sh}(t) \quad <2.1>$$

여기서,  $\epsilon_{el}(t)$  : 탄성 변형률  
 $\epsilon_{cr}(t)$  : 크리프 변형률  
 $\epsilon_{sh}(t)$  : 건조수축 변형률

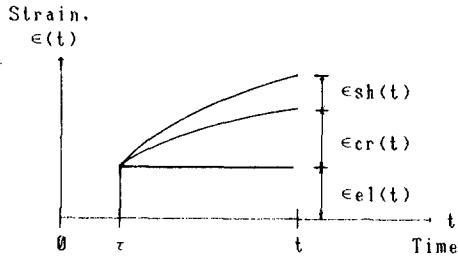


그림 <1> 콘크리트의 변형률

콘크리트의 탄성 변형률 및 크리프 변형률은 응력의 작용에 기인하는 변형률로서, 크리프 변형률이 작용 응력에 비례한다는 가정하에 다음과 같이 적분식을 이용하여 나타낼 수 있다(1).

$$\begin{aligned} \epsilon_{cr}(t) &= \epsilon_{el}(t) + \epsilon_{cr}(t) \\ &= \int_0^t \frac{1+\nu(t, \tau)}{E(\tau)} d\sigma(\tau) d\tau \quad <2.2> \end{aligned}$$

여기서,  $\nu(t, \tau)$  :  $\tau$ 일에 도입된 지속 응력으로 인한  $t$ 일에서의 크리프 계수

## 2.2 콘크리트의 시간에 따른 재료 특성 모델

콘크리트 구조물의 시간에 따른 변형을 해석하기 위해서는 재료 성질에 대한 많은 실험 데이터가 요구된다. 그러나 필요한 모든 데이터를 매번 실험에 의해 구하기는 어렵기 때문에, 경험적인 예측 모델을 이용한다. 수 많은 연구자들에 의해 여러 예측 모델들이 제안되었는데, 일반적으로 ACI 모델, CEB-FIP 모델, BP 모델 등이 널리 이용된다. 본 논문에서는 국내 도로교 시방서에 적용되고 있는 CEB-FIP'78 모델을 이용한다. 이 모델에서는 28일탄성 계수를 기준으로 하는 크리프 계수를 사용하며, 표와 그래프로부터 그 값을 결정하도록 되어 있기 때문에 이 모델을 컴퓨터 해석에 효율적으로 적용하기 위해서는 함수식으로 표현해야 한다(6).

## 2.3 PS 강재의 리락세이션

리락세이션이란 일정 변형이 지속될 때 응력이 감소하는 현상으로서, PCI의 Prestress Loss Committee에 의하면, 두 고정점 사이에서  $\tau$ 일에 긴장된 텐던의  $t$ 일에서의 리락세이션은 다음과 같이 표현된다(4).

$$\begin{aligned} f_{ro}(t, \tau, f_{ps0}) &= K \cdot f_{ps0} \cdot \left( \frac{f_{ps0}}{f_{psy}} - 0.55 \right) \cdot \\ &\log \left( \frac{24 \cdot t + 1}{24 \cdot \tau + 1} \right); f_{ps0} \geq 0.55 f_{psy} \quad <2.3> \end{aligned}$$

여기서,  $f_{ps0}$  : 초기응력  
 $f_{psy}$  : 항복강도  
 $K$  : 상수

식 <2.3>은 변형이 일정하며 작용 하중이 초기 긴장력 뿐이라는 가정에 바탕을 두고 있는데, 실제 프리스트레스트 콘크리트 구조물에서 PS 강재의 긴장력 및 길이가 크리프, 건조수축 등으로 인해 계속적으로 변화되면서 리락세이션 값은  $f_{ro}$ 보다 작은 감소 리락세이션 (Reduced Relaxation)  $f_{ri}$ 이 된다.

## 3 장기거동 해석

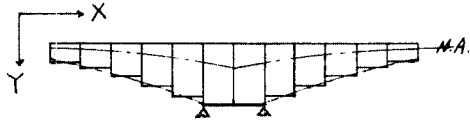
### 3.1 구조 해석 모델

교량의 거더를 직선의 등단면 부재 요소들이 서로 절점을 통해 연결되어 있는 평면 뼈대 구조로 이상화시키고, 절점은 단면의 중심축 상에 둔다(그림 <2>(a)). 거더의 단면은 콘크리트, PS 강재, 그리고 철근으로 구성되는 복합 단면이며, 계산 시점에서 각 재료 사이의 탄성 계수비에 의해 콘크리트로 환산한 단면 성질을 이용한다.

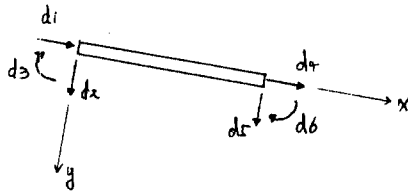
그림 <2>(b)와 같은 보조소의 강도 매트릭스  $[k]$ 에는 식 <3.1>과 같이 전단 변형의 영향을 포함시킨다(5).

$$[k] = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3(1+\nu)} & \frac{6EI}{L^2(1+\nu)} & 0 & -\frac{12EI}{L^3(1+\nu)} & \frac{6EI}{L^2(1+\nu)} \\ 0 & \frac{(4+\nu)EI}{L^2(1+\nu)} & \frac{6EI}{L(1+\nu)} & 0 & -\frac{6EI}{L^2(1+\nu)} & \frac{(2-\nu)EI}{L(1+\nu)} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3(1+\nu)} & \frac{6EI}{L^2(1+\nu)} & 0 & \frac{12EI}{L^3(1+\nu)} & \frac{6EI}{L^2(1+\nu)} \\ 0 & \frac{(4+\nu)EI}{L^2(1+\nu)} & \frac{6EI}{L(1+\nu)} & 0 & \frac{(4+\nu)EI}{L^2(1+\nu)} & \frac{(2-\nu)EI}{L(1+\nu)} \end{bmatrix} \quad <3.1>$$

여기서,  $E$  : 콘크리트의 탄성 계수  
 $A$  : 환산 단면적  
 $I$  : 환산 단면 2차 모멘트  
 $L$  : 보조소의 길이  
 $\nu = 12EI/G \cdot Ay \cdot L^2$   
 : Shear Deformation Parameter  
 $G = E/(1+\nu)$ , 전단 탄성 계수  
 $\nu$  : Poisson's Ratio  
 $Ay$  : 전단 유효 단면적



(a) 구조 모델



\$d\_1, \dots, d\_6\$ : 절점 변위

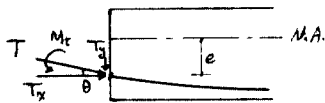
(b) 보 요소의 변위 자유도

그림 <2> 구조 해석 모델

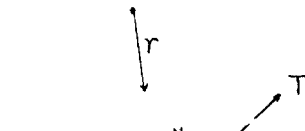
### 3.2 프리스트레스의 해석

PS 강재의 긴장력은 정착시의 정착구 활동 및 덱트 내에서의 마찰에 기인하는 초기 손실을 먼저 계산한 후의 유효 프리스트레스가 콘크리트 단면에 외력으로 작용되게 한다. 그림<3>으로부터 프리스트레스로 인해 콘크리트 단면에 작용되는 등가 외력은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \text{축 방향력, } T_x &= T \cdot \cos\theta \\ \text{전단력, } T_y &= T \cdot \sin\theta \\ \text{모멘트, } M_t &= T_x \cdot e \\ \text{복원력, } u &= T/r \end{aligned} \quad (3.2)$$



(a) 등가 하중



(b) 곡률부에서의 복원력

그림 <3> 프리스트레스의 작용

시간의 경과에 따라 발생하는 장기손실은 3.3 절에서 설명하는 과정에 따라 자동적으로 고려된

다. PS 강재의 단면은 그라우팅 전에는 고려하지 않고 그라우팅 후에는 부재 단면의 강성 계산에 포함시킨다.

### 3.3 재료별 응력-변형률 관계

응력의 작용이 시간에 따라 변화되기 때문에 시간을 적정한 수의 구간(Interval)으로 나누어 각 구간의 중앙 시각에 응력 변화가 있는 것으로 간주한다. 자중 혹은 프리스트레싱 등의 순간적으로 작용하는 하중은 길이가 영(0)인 해당 구간의 중앙 시각에 작용하는 것으로 가정한다.

\$i\$번째 구간에서의 콘크리트 변형률의 증분 \$\Delta\epsilon\_c(i)\$는, 그 구간에서의 응력 변화로 인한 탄성 변형률과 크리프 변형률, 그 이전 구간들에서의 응력 변화로 인한 크리프 변형률 그리고 그 구간 동안의 건조 수축 변형률을 더하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \Delta\epsilon_c(i) &= \frac{\sigma_c(i)}{E_c(i)} \cdot (1 + \rho(i+\frac{1}{2}, i)) \\ &+ \left[ \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\sigma_c(j)}{E_c(j)} \cdot (\rho(i+\frac{1}{2}, j) - \rho(i-\frac{1}{2}, j)) + \Delta\epsilon_{sh}(i) \right] \end{aligned} \quad (3.3)$$

여기서, \$i+\frac{1}{2}\$ : \$i\$번째 구간의 끝 시각  
\$i\$ : \$i\$번째 구간의 중앙 시각  
\$i-\frac{1}{2}\$ : \$i\$번째 구간의 시작 시각

식<3.3>에서 대괄호 안의 항은 \$i\$번째 구간에서의 응력 변화량 \$\Delta\sigma\_c(i)\$와는 무관하게 그 전 구간까지의 계산 결과로부터 결정 될 수 있다. 이를 \$\bar{\Delta\epsilon}\_c(i)\$로 표시하고, 크리프의 영향을 감안한 유효 탄성 계수를 사용하면 식<3.3>를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Delta\epsilon_c(i) = \frac{\Delta\sigma_c(i)}{E_{ce}(i)} + \bar{\Delta\epsilon}_c(i) \quad (3.4)$$

여기서, \$E\_{ce}(i) = \frac{E\_c(i)}{1 + \rho(i+\frac{1}{2}, i)}\$  
콘크리트의 유효 탄성 계수

PS 강재와 철근에 대해서도 위와 마찬가지로 식을 유도하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \Delta\epsilon_{ps}(i) &= \frac{\Delta\sigma_{ps}(i)}{E_{ps}} + \left[ - \frac{\Delta\sigma_{fr}(i)}{E_{ps}} \right] \\ &= \frac{\Delta\sigma_{ps}(i)}{E_{ps}} + \bar{\Delta\epsilon}_{ps}(i) \end{aligned} \quad (3.5)$$

$$\Delta\epsilon_{rs}(i) = \frac{\Delta\sigma_{rs}(i)}{E_{rs}} \quad (3.6)$$

여기서, \$ps\$ : PS 강재(Prestressing Steel)  
\$rs\$ : 철근(Reinforcing Steel)  
\$\Delta\sigma\_{fr}(i)\$ : \$i\$번째 구간에서의 리락세이션

### 3.5 강도 방정식(Stiffness Equations)

식<3.4> 및 식<3.5>에서 \$\bar{\epsilon}(i)\$는 콘크리트의 크리프와 건조 수축 그리고 PS 강재의 리락세이션에 기인하는 비하중 변형률(Non-mechanical Strains)로서, 이를 등가 하중으로 치환하여 해석한다.

즉  $i$ 번째 구간에서의 보 요소의 강도 방정식(Stiffness Equations)은 다음과같이 나타낼 수 있다.

$$\Delta(r(i)) + \Delta(\bar{r}(i)) = [k] \cdot \Delta(d(i)) \quad <3.7>$$

여기서,  $\Delta(r(i))$  :  $i$ 번째 구간의 중앙 시각에 도입된 외력으로 인한 질점 하중

$\Delta(\bar{r}(i))$  :  $i$ 번째 구간에서의 비하중 변형으로 인한 등가 질점 하중

$[k]$  : 강도 매트릭스(식<3.1>)

$\Delta(d(i))$  :  $i$ 번째 구간에서의 질점 변위량의 증분

#### 4 결론

위에서 기술한 이론 모델에 기초하여 캔틸레버 시공법에 의한 프리스트레스트 콘크리트 교량을 정확히 해석하기 위한 프로그램을 작성하였다. 본 프로그램에서는 시간의 경과에 따른 콘크리트의 크리프, 건조 수축 및 탄성 계수의 변화 그리고 PS 강재의 리락세이션을 고려한다. 그리고 시공 단계별 세그먼트의 발생, 단단계 프리스트레싱 그리고 지점 조건의 변화를 고려한다. 또한 철근으로 인한 단면의 강성 증가를 고려하고 전단변형의 영향을 고려하여 보다 정확하게 해석할 수 있도록 하였다.

#### 5 참고 문헌

- (1) Y. J. Kang, "Nonlinear Geometric, Material and Time-Dependent Analysis of Reinforced and Prestressed Concrete Frames", PhD Dissertation, Division of Structural Engineering and Structural Mechanics, U.C. Berkeley, UCB/SESM -77/01, Jan. 1977.
- (2) M. A. Ketchum, "Redistribution of Stresses in Segmentally Erected Prestressed Concrete Bridges", U.C. Berkeley, UCB/SESM -86/07, May 1986.
- (3) M. K. Tadros, A. Ghali & W. H. Dilger, "Long-term Stresses & Deformation of Segmental Bridges", PCI Journal 24/4, 66-87, 1979.
- (4) PCI, "Recommendations for Estimating Prestress Losses", PCI Journal, July Aug. 1975, 43-75.
- (5) J. S. Przemieniecki, "Theory of Matrix Structural Analysis", McGraw-Hill, 1968.
- (6) A. M. Neville, W. H. Dilger & J. J. Brooks, "Creep of Plane and Structural Concrete", Construction Press, 1983.
- (7) H. Pircher, "User Manual for RM- Program", Austria, 1984.