

비배수 지하굴착의 거동에 관한 수치해석적 방법

요 지

본 연구에서는 유효응력 개념에 기초를 둔 응력-변형을 관계식을 이용하여 비배수 지하굴착 거동을 모델하기 위한 수치해석적 방법이 개발된다. 비배수 조건 시 적용되는 체적불변형 조건은 조건방정식(penalty formulation)의 형태로 공극수압 변수를 이용하여 주어지며 결과되는 유한요소 방정식에 상당히 큰 물의 체적변형 계수를 부여함으로써 이루어진다. 이러한 형태의 조건식은 지하굴착 과정에서 발생하는 비배수 공극수압의 계산을 가능케 한다. 체적불변형 조건 부여 시 발생하는 mesh locking은 그 결과에 상당한 영향을 미치므로 이러한 mesh locking 문제는 \bar{B} -방법에 근거를 둔 selective 적분방법을¹ 적용함으로써 해결될 수 있다. 또한 흙의 거동을 모델하기 위하여 사용된 Cam-Clay 모델과 Drucker-Prager 모델에 새로운 implicit 응력적분 방법을 적용함으로써 효율적인 방법으로 비선형 거동을 해석할 수 있다. 개발된 지하 굴착 해석방법의 적용성을 검증하기 위하여 실제 현장에서 측정된 지하굴착 거동을 예제로 이용하였다.

1. 서론

실제 현장에서 이루어지고 있는 비배수 지하굴착의 거동을 해석하는 과거의 대표적인 수치해석 방법들은 지반상태를 물과 흙의 두가지 상호작용 상태로 고려하지 않고서 지반 전체를 한가지 상태로 고려하여 전단소성 모델을 적용하여 해석하였다.^{2,3} 그러나, 실제 흙의 거동은 유효응력의 함수로서 비배수조건 시 흙의 거동을 실제와 거의 유사하게 모델하기 위해서는 지반 구조상태를 흙과 물의 두가지 상태로 나누어 고려하는 것이 바람직하다. 즉, 비배수 조건 시 흙의 거동을 정확히 모델하기 위하여는 체적불변형 조건이 주어져야 하며 유효응력에 기초를 둔 응력-변형을 관계식이 사용되어야 한다. 이러한 조건을 만

축시키기 위하여 본 연구에서는 공극수압 변수가 도입되어 유한요소 방정식이 체적불변형 조건을 만족할 수 있도록 제한을 두는 형태로 유도된다. 이러한 체적불변형 조건은 상당히 큰 물의 체적변형 계수를 부여함으로써 이루어질 수 있다. 그러나, 이러한 조건을 부여함으로써 각 유한요소 내에는 mesh locking 문제가 발생하게 된다. 이러한 mesh locking 문제는 \bar{B} -방법에 기초를 둔 selective 적분방법을 적용시킴으로써 해결될 수 있다. 또한, 본 연구에서는 Newton의 반복해석방법을 이용하여 지하굴착 해석 시 유도되는 비선형 유한요소 방정식의 해를 구하며 rate-independent 탄소성 응력-변형을 관계식에 새로운 implicit 응력적분법을⁴ 적용시킴으로써 이론적으로 정확하고 효율적인 지하굴착 해석방법을 개발하였다. 개발된 해석방법의 적용성을 검토하기 위하여 실제 현장에서 측정된 지하굴착 거동을 예제로 이용하여 관측된 지반의 거동과 계산된 지반의 거동을 비교하였다.

2. 기본방정식

지반 구조상태를 흙과 물의 두가지 상태로 나누어 고려할 때의 기본적인 편미분 평형 관계식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\nabla \cdot (\sigma + p1) + \gamma_{sat} f = 0 \quad \text{in } \Omega^{wet} \quad (1)$$

그에 상응하는 경계조건들은

$$u = u_g \quad \text{on } \Gamma_g \quad (2)$$

$$n \cdot (\sigma + p1) = h \quad \text{on } \Gamma_h \quad (3)$$

여기서 p 는 공극수압, u_g 는 주어진 변위벡터, h 는 주어진 표면응력, n 은 단위표면수직 벡터를 표시한다. 방정식 (1)-(3)으로부터 그에 상응하는 유한요소 행렬방정식을 유도하면 다음과 같은 형태로 나타난다.

$$(F_{INT})_{n+1} - (F_{EXT})_{n+1} = 0. \quad (4)$$

여기서

$$(\mathbf{F}_{\text{INT}})_{n+1} = \int_{\Omega_{n+1}} \mathbf{B}_{n+1}^T \{\boldsymbol{\sigma} + p\mathbf{1}\}_{n+1} d\Omega \quad (5)$$

는 전체 내부 절점힘의 벡터이고

$$(\mathbf{F}_{\text{EXT}})_{n+1} = \gamma_{\text{sat}} \int_{\Omega_{n+1}} \mathbf{N}_{n+1}^T \mathbf{f} d\Omega + \int_{(\Gamma_h)_{n+1}} \mathbf{N}_{n+1}^T \mathbf{h} d\Gamma \quad (6)$$

는 전체 외부 절점힘의 벡터이며 $n+1$ 은 시간 $t=t_{n+1}$ 일 때의 값들을 표시 한다. 방정식

(4)에 Newton방법을 적용하면 다음과 같은 반복적인 기법으로 변위의 증가분을 구할 수 있다.

$$\mathbf{F}'_{\text{INT}}(\mathbf{d}_{n+1}^k) \Delta \mathbf{d}^k = (\mathbf{F}_{\text{EXT}})_{n+1} - \mathbf{F}_{\text{INT}}(\mathbf{d}_{n+1}^k) \quad (7)$$

$$\mathbf{d}_{n+1}^{k+1} = \mathbf{d}_{n+1}^k + \Delta \mathbf{d}^k \quad (8)$$

여기서 방정식 (7)에 나타나는 Jacobian matrix는 다음식으로부터 구해 진다.

$$\mathbf{F}'_{\text{INT}}(\mathbf{d}_{n+1}^k) = \int_{\Omega_{n+1}} \mathbf{B}_{n+1}^T \mathbf{C}_{n+1}^k \mathbf{B}_{n+1} d\Omega, \quad (9)$$

여기서 탄소성 매트릭스는

$$\mathbf{C}_{n+1}^k = \underbrace{\frac{\partial \{\boldsymbol{\sigma}\}_{n+1}^k}{\partial \{\boldsymbol{\epsilon}\}_{n+1}^k}}_{\mathbf{C}^s} + \underbrace{\{\mathbf{1}\} \left\{ \frac{\partial p_{n+1}^k}{\partial \epsilon_{n+1}^k} \right\}^T}_{\mathbf{C}^w}, \quad (10)$$

이고, 주어진 응력이 다음과 같은 형태로 구해질 수 있다고 가정할 때

$$\boldsymbol{\sigma}_{n+1}^k = \boldsymbol{\sigma}_n + \delta_{n+1}^k(\boldsymbol{\epsilon}_{n+1}^k), \quad (11)$$

유효응력에 기초를 둔 흙의 탄소성 매트릭스는 다음과 같이 계산될 수 있다.

$$\mathbf{C}_{n+1}^k = \frac{\partial \{\boldsymbol{\delta}\}_{n+1}^k}{\partial \{\boldsymbol{\epsilon}\}_{n+1}^k}. \quad (12)$$

또한 공극수압 방정식은 다음과 같은 형태가 된다.

$$p_{n+1}^k = p_n + \lambda_w t r (\epsilon_{n+1}^k - \epsilon_n), \quad (13)$$

여기서 λ_w 는 물의 체적변형계수이며 위의 식으로부터 물의 탄성 매트릭스는

$$C^w = \lambda_w \{1\} \{1\}^T \quad (14)$$

로부터 구해진다. 체적불변형 조건은 상당히 큰 λ_w 값을 부가함으로써 얻어질 수 있다.

3. 지하굴착 방법

위에서 유도된 기본방정식에 지하굴착 방법을 적용시키기 위한 기법은 다음과 같이 설명될 수 있다. 식 (4)에 나타난 두가지 힘의 벡터 F_{EXT} 와 F_{INT} 에 유한요소의 영향을 고려해보자. 여기서 유한요소에 외부절점힘 (즉 h)이 작용하고있지 않다고 가정하면

$$F_{EXT}^e = \gamma_{sat} \int_{\Omega^e} N^T f^e d\Omega^e \quad (15)$$

$$F_{INT}^e = \int_{\Omega^e} B^T \{\sigma + p1\} d\Omega^e \quad (16)$$

로 나타낼 수 있다. 전체영역으로부터 유한요소를 굴착하는 경우 그 유한요소 내에 작용하는 위의 절점힘들의 식에 유효응력, 공극수압, 자중 및 탄소성계수들을 0으로 놓음으로서 그러한 요소의 지하굴착이 모델될 수 있다.

4. 체적불변형 조건

비배수 조건 시 고려되는 체적불변형 조건을 부가하기위하여 상당히 큰 물의 체적변형율을 사용하는 경우 그 결과에 상당히 영향을 미치는 mesh locking이 일어나게된다. 이러한 수치해석 과정 시 야기되는 문제는 물의 체적변형율의 값을 증가시켰을 때 계산되는 변위값의 물의 체적변형율 값에 대한 예민성을 조사함으로써 보여질 수 있다. 그림 1은 비배수 조건 시 발생하는 이러한 mesh locking의 영향을 나타내기위하여 사용된 유한요소 모델을 보여주고있으며 문제의 간편성을 위하여 사용된 흙의 모델은 탄성 이론을 적용하였고 여기서 왼쪽부분의 16개 요소가 지하굴착되고자 하는 요소들이다. 그림 2는 이러한 유한요소 모델을 이용하여 각 λ_w 의 값에 따라 계산된 최대수평 변위(절점 A에서 발생)를 나타내고 있다. 그림에서 보듯이 일반적인 표준 적분방법을 사용하는 경우 λ_w 값이 증가함에 따라

최대변위의 값이 0에 접근함을 알 수 있다. 반면 selective 적분 방법을 사용하는 경우에는 최대변위의 값이 λ_w 값에 관계없이 거의 일정한 값을 나타내고 있다.

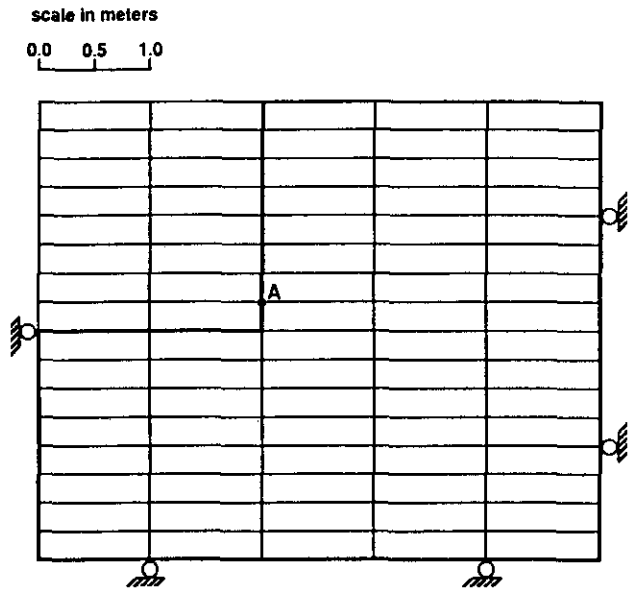


그림1 유한요소모델

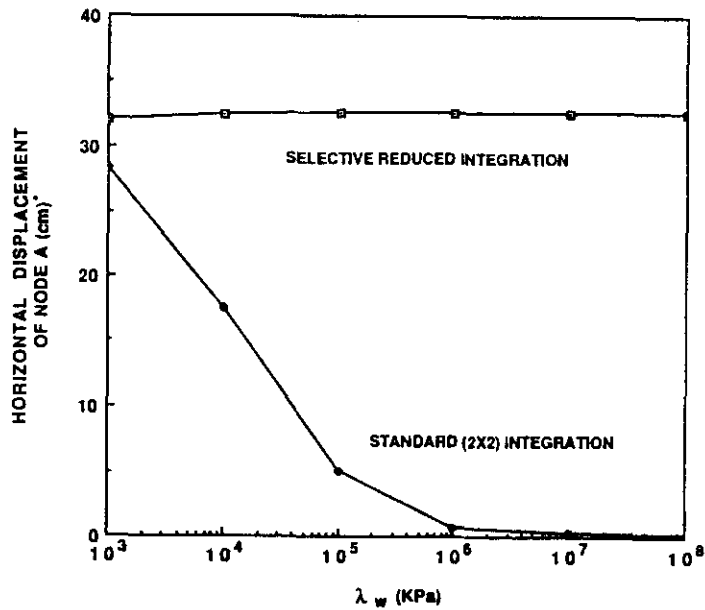


그림2 Mesh locking의 영향

5. 실제 지반거동과의 비교 및 고찰

개발된 지하굴착 해석방법의 적용성을 검증하기 위하여 San Francisco 시내에 높은 사무실 건물을 건축하기 위하여 건설된 실제 비배수 지하굴착의 거동을 예제로 그 결과를 비교 검토하였다. 그림 3은 실제 굴착된 지반의 단면도를 보여주고 있으며 그림 4는 이를 보델하기 위하여 사용된 유한요소 들과 지반의 형태 및 지지구조물을 나타내고 있다.

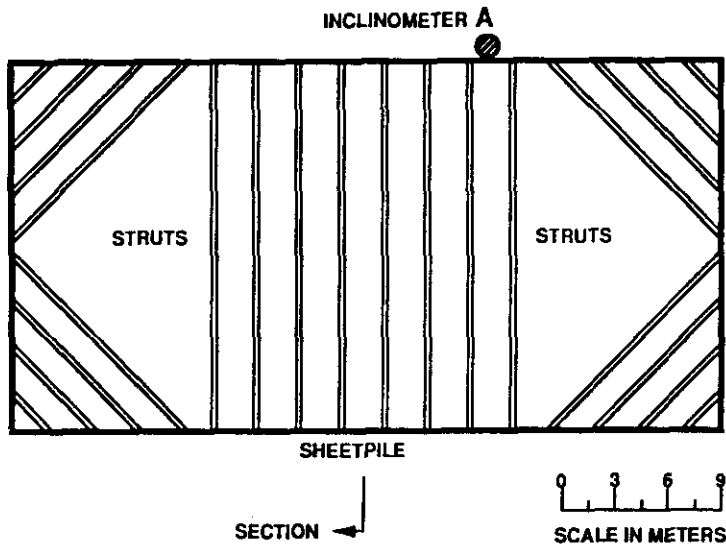


그림3 실제 지하굴착 단면도

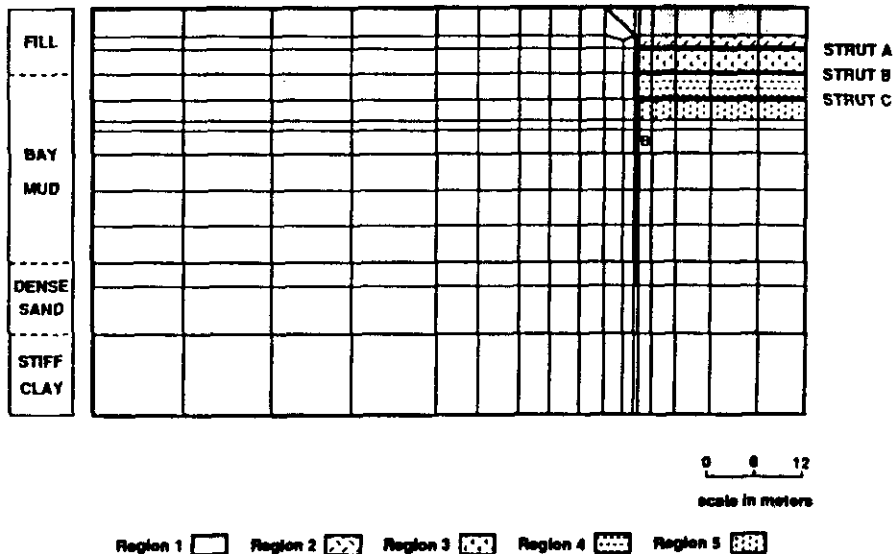


그림4 유한요소모델, 지반구조 및 지지구조물

Bay mud를 제외한 다른 지반은 Drucker-Prager탄소성 이론을 적용하여 모델하였고 Bay mud는 Modified Cam-Clay 이론을 적용하여 모델하였다. 이때 사용되는 각 상수값들은 Mana³에 의해 사용된 상수값과 Bonaparte와 Mitchell⁵에 의해 구해진 Bay mud 의 값들을 사용하였다. 실제 현장에서 사용된 건설과정과 똑같은 다음과 같은 방법이 유한요소 해석과정에 모델되었다.

- 1) 영역 1을 지하굴착한 후 Sheet pile을 설치
- 2) Inclinator A 설치
- 3) 영역 2를 지하굴착한 후 Strut A를 설치
- 4) 영역 3을 지하굴착한 후 지반의 변위를 측정
- 5) Strut B를 설치
- 6) 영역 4를 지하굴착한 후 Strut C를 설치
- 7) 영역 5를 지하굴착
- 8) 최종단계의 지반변위를 측정

그림 5는 각 λ_w 값에 따른 계산된 최대 수평변위(결점 B에서 발생)값을 나타내며 표준 적분법을 사용하는 경우 역시 Mesh locking의 문제가 발생되었다.

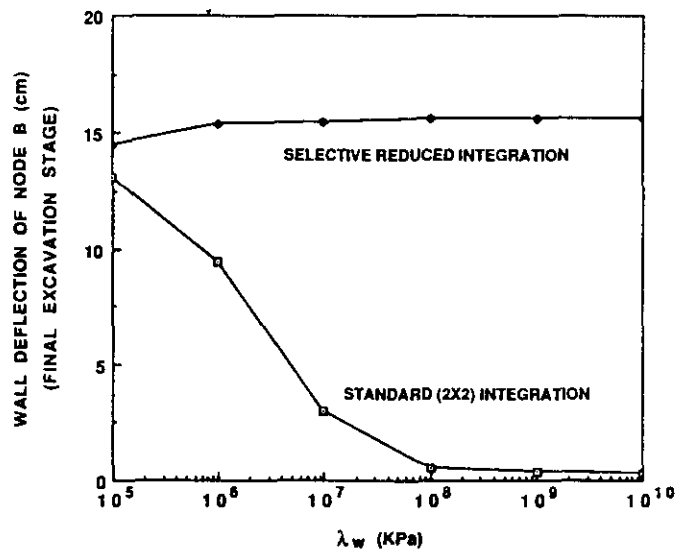
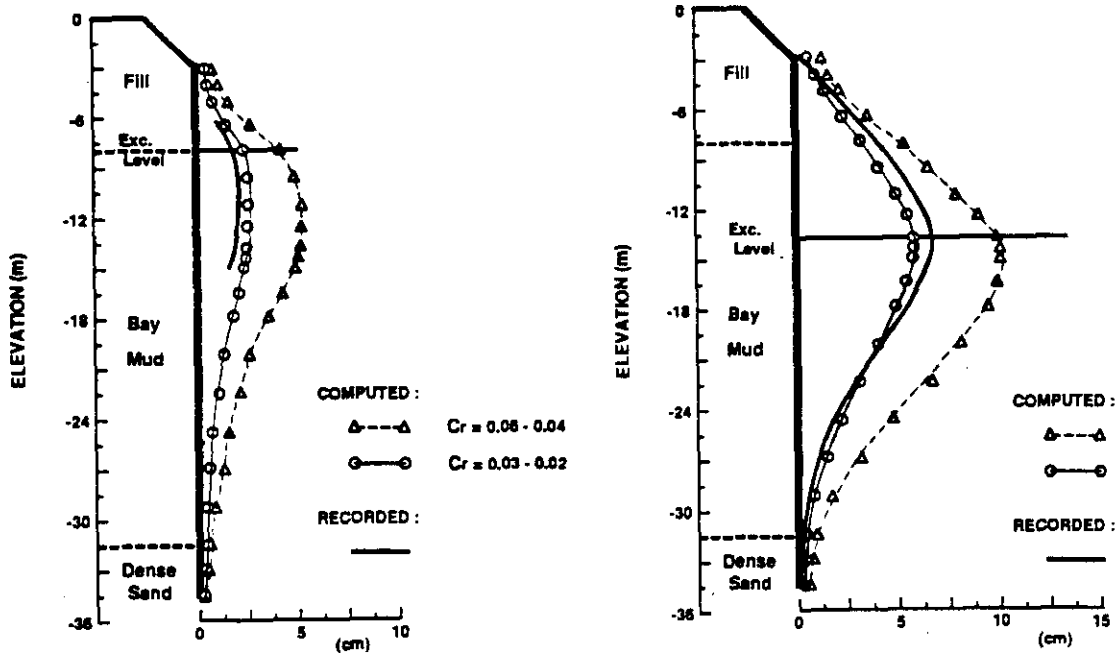


그림5 Mesh locking의 영향

따라서 그림 6은 Selective 적분방법을 사용하여 계산된 최대 수평변위를 나타내고 있으며 그림 6(a)는 건설과정 단계 4 후의 변위를 나타내며 그림 6(b)는 최종단계 후의 변위를 나타내고 있다. 비교로서 C_r (맹장지수)값에 따라 계산된 각 수평변위의 값들이 상당한 차이를 나타내고 있다는 것을 보여주고 있으며 C_r 값이 0.03-0.02일 경우에 실제 관측된 변위와 가장 근사한 변위를 보여주고 있다. 그림 7은 최종단계 후에 나타난 변위들을 보여 주고 있으며 그림 8은 최종단계 후에 나타난 소성영역을 보여주고 있다. 또한 그림 9는 최종단계 후에 발생하는 비배수 공극수압의 분포도를 나타내고 있다. 수평변위가 일어난 방향의 높은 공극수압과 그 반대방향의 공극수압 감소를 잘 나타내주고 있으며 Sheet pile 첨단에서의 높은 공극수압 발생을 잘 보여주고 있다.



(a) after Construction Step 4

(b) after Construction Step 8

그림6 Sheet pile의 단계별 변위

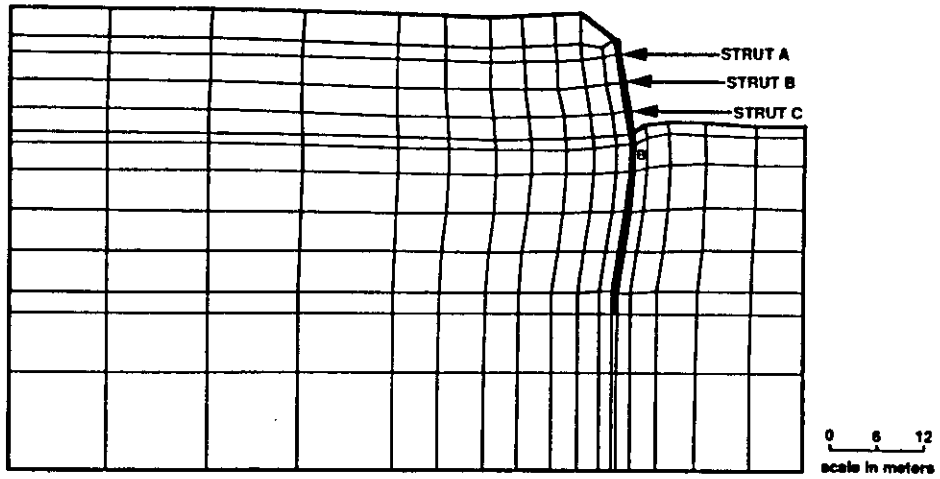


그림7 최종단계 후의 변위도

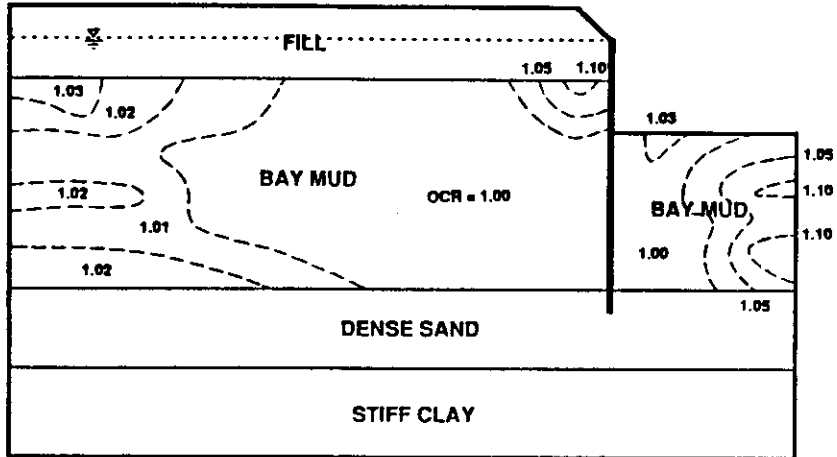


그림8 최종단계 후의 소성영역

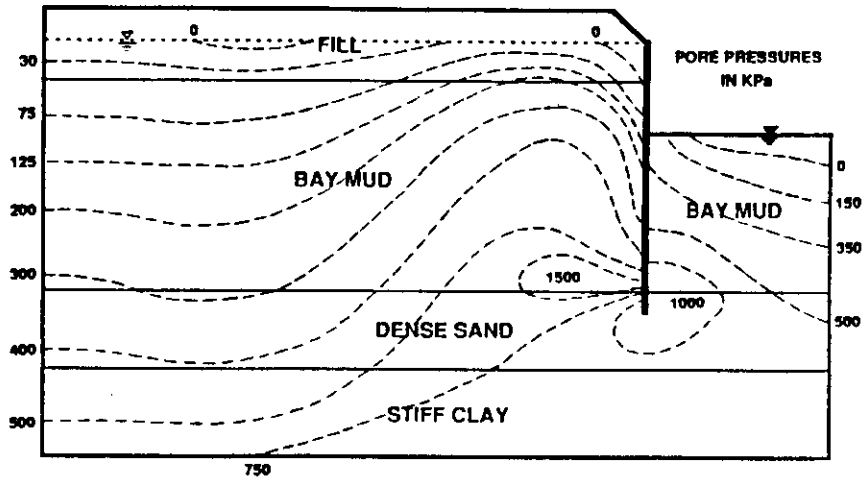


그림9 최종단계 후의 공극수압 분포도

6. 결론

본 연구에서는 유효응력 개념에 기초를 둔 응력-변형을 관계식을 이용하여 비배수 지하굴착 거동을 모델하기 위한 수치해석적 방법이 개발되었다. 비배 수조건 시 발생할 수 있는 Mesh locking 문제는 \bar{B} -방법에 근거를 둔 Selective 적분방법을 이용하여 해결하였으며 흙의 거동을 모델하기 위하여 사용된 Cam-Clay 모델과 Drucker-Prager 모델에 새로운 Implicit 응력 적분방법을 적용하여 효율적이고도 이론적으로 정확한 비선형 지하굴착 해석방법을 개발하였다. 개발된 수치해석 방법을 이용하여 계산된 지반의 거동과 실제 지하굴착 시 관측된 지반의 거동을 비교 고찰한 결과 지반의 거동은 그 지반의 성질을 나타내는 상수(특히 C_r)값에 따라 상당히 예민한 결과를 나타내고 있다. 따라서 수치해석 방법을 이용하여 지반굴착 시 지반의 거동을 해석하는 경우 그 지반의 성질을 대표하는 모델상수값들의 정확하고도 신빙성있는 실험값들이 요구된다.

참고문헌

1. T.J.R.Hughes, "Generalization of selective integration procedures to anisotropic and nonlinear media", Int. J. Num. Meths. Engrg., Vol 15, 1413-1418 (1980).
2. C.S.Desai and S.Sargand, "Hybrid FE procedure for soil-structure interaction", J. Geotech. Eng.(ASCE), Vol 110, 473-486 (1984).
3. A.I.Mana, "Finite element analysis of deep excavation behavior", ph.D Thesis, Stanford University (1978).
4. J.C.Simo and R.L.Taylor, "Consistent tangent operator for rate independent elastoplasticity", Comp. Meths. Appl. Mech. Eng., Vol 48, 101-118 (1985).
5. R.Bonaparte and J.K.Mitchell, "The properties of San Francisco bay mud at Hamilton air force base, CA", Geotechnical Engineering Report, Univ. of California, Berkeley (1979).