

# 진원형 정수압 베어링의 해석

문 호지, 한 동철

## Analysis of Cylindrical Hydrostatic Bearing

Ho-Jee Moon and Dong-Chul Han

### Abstract

This paper analyzes the stiffness, damping coefficient, friction force and flow coefficient of externally pressurized oil journal bearing, including the effect of journal rotation according to the Sommerfeld number.

This paper assumed that the oil in the whole pocket has constant pressure, and that the oil in the whole bearing region has constant viscosity, temperature and density.

Reynolds equation is derived from Navier - Stokes equation and continuity equation. And solved bearing pressure by ADI method for whole bearing region and fitted with out flow rate of pocket region.

The model for numerical simulation is hydro - static oil journal bearing for high-speed, high-accuracy lathe spindle.

### 기호설명

R : 축반지름

$\phi$  : 원주 과표값

h : 베어링과 축과의 간격

$\Delta R$  : 베어링 반경과 축반경의 차

P : 베어링 면의 압력

$\omega$  : 회전 각속도

$\eta$  : 사용 오일의 점도

H : 무차원화된 베어링과 축과의 간격

$\psi_{min}$  : 무차원 반경계수 ( $\Delta R/R$ )

$\eta^*$  : 무차원 점도계수 ( $\eta/\eta_o$ )

$\Pi$  : 무차원 압력계수 ( $P \cdot \psi_{min}^2 / \eta \cdot \omega$ )

$\bar{Q}$  : 무차원 유량계수 ( $\bar{Q}/R^3 \omega \psi_{min}$ )

$\bar{z}$  : z/R

$\phi$  :  $\omega t$

B : 베어링 폭

$B_f$  : 베어링의 포켓 폭

D : 베어링 지름

$S_0$  : Sommerfeldnumber ( $= F_{min} \phi_{min}^2 / (B \cdot D \cdot \eta \cdot \omega)$ )

$P_{in}$  : 베어링 공급압력

$P_T$  : 베어링 포켓의 압력

KB : 유량 계수

$\bar{KB}$  : 무차원 유량 계수 ( $KB/\bar{P}_{in}^2$ ) ( $\eta_o/\Delta R^3$ )

$A_1$  : 오리피스 구멍의 면적

$A_o$  : 오리피스 공급구멍의 면적

$\rho$  : 오일의 밀도

### 1. 서론

최근들어 베어링 내면이나 폴리곤미러와 같은 정밀가공을 요구하는 정밀 부품들의 수요가 증대되고 있다. 가공 공작물의 정밀도 향상을 달성하기 위해서는 공작기계 주축의 고속화 및 저진동화가 필요하며, 이는 지지베어링의 성능향상을 통하여 달성할 수 있다.

기존의 주축계에 사용되었던 보울, 또는 로울리베어링은 높은 강성을 가지고 있는 반면, 강체 접촉에 기인한 높은 진동과 뎀핑의 결여, 그리고 저속 작동용의 제한이 있다. 이에 반하여, 정수압(Hydro static)베어링은 보울이나 로울리베어링이 갖는 높은

강성을 지니고 있을 뿐만 아니라, 지진동 및 높은 뱀뱀 동의 특성을 가지고 있어 공작물의 가공용으로 인한 외부의 하중 교환에 매우 안정된 작용을 한다. 더욱이, 뱀뱀 효과의 증대로 인하여 주축의 고속회전이 가능해졌다.

이에 따라 정수압베어링은 공작기계 뿐만 아니라 레이더용 안테나, 터빈 발전 장치 등에 사용되고 있으며, 점차 그 사용분야가 확대되고 있다.

본 연구에서는 고속 및 고정밀도를 요구하는 절삭선반의 주축 시스템의 구성에 사용된 정수압베어링의 작동특성에 대하여 고찰해본다.

Rowe[1]는 여러가지 인자에 대한 일반적 지이널 베어링의 설계자료를 제공하였고 Pinkus and Sternlicht [5] 및 Cameron[6]에서 일반적인 윤활이론을 기술하고 있다. Han[2]은 여러 형상들에 대한 정 및 동특성을 기술하였다.

본 연구에서는 유체의 흐름에 대한 연속방정식과 Navier-Stokes 방정식으로부터 비압축성(incompressible) 레이놀즈 방정식을 유도하여 무차원화 시킨 후 유막 두께의 미소 교환함에 대하여 정적 평형방정식과 동적 교환 미분방정식을 구하였다.

Newton-Raphson 반복 계산법을 이용한 비선형 정적 평형 방정식의 해석을 통하여 베어링의 압력분포, 유량 및 마찰력을 구하였으며 동적 교환 미분방정식의 선형해석을 통하여 베어링의 강성 및 뱀뱀계수를 구하였다.

## 2. 이론적 고찰

### 2-1. 정특성 이론

상대적으로 운동하고 있는 윤활면 사이에 있는 유체의 운동은 연속방정식과 Navier-Stoke's 방정식으로 기술할 수 있다. 이렇게 기술된 식에 다음의 가정을 함으로써 일반적인 레이놀즈 방정식을 (1)식과 같이 이끌어낼 수 있다.

- a) 유체는 뉴우튼 유체이다.
- b) 윤활면의 곡면은 무시한다. 즉 입의의 형상 윤활면 한쪽이 평면이 되도록 전개할 수 있다.
- c) 유체의 흐름은 층류이다.
- d) 관성력은 무시한다.
- f) 베어링 표면에서 미끄럼이 없다.
- g)  $\frac{\partial u}{\partial y}$  와  $\frac{\partial v}{\partial y}$  를 제외한 다른 속도의 미분항을 무시할 수 있다.

$$\frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \psi} \left[ \frac{h^3}{\eta} \frac{\partial P}{\partial \psi} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \frac{h^3}{\eta} \frac{\partial P}{\partial z} \right] = 6\omega \frac{\partial h}{\partial \psi} + 12 \frac{\partial h}{\partial t} \quad (1)$$

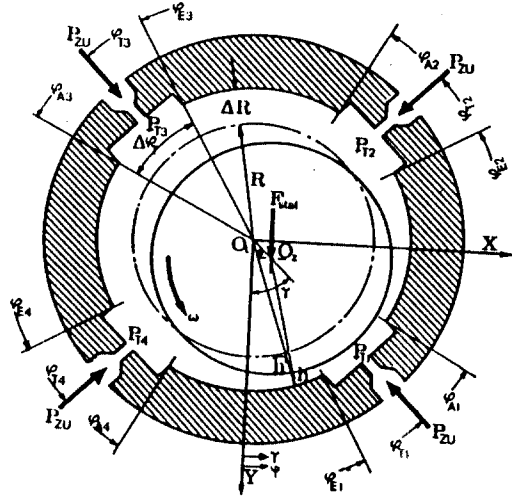


Fig. 1 베어링의 형상

그림1로부터

$$h(\psi) = R + \Delta R - e \cos(\gamma - \psi) - R \sqrt{1 - \frac{c^2}{R^2} \sin^2(\gamma - \psi)} \quad (2)$$

다음과 같이 무차원화 시켰을 때 (1)식은 (3)식과 같게된다.

$$\begin{aligned} H &= \frac{h}{\Delta R} \\ H_T &= \frac{h_T}{\Delta R} \\ \varphi_{\min} &= \frac{\Delta R}{R} \\ \eta^* &= \frac{\eta}{\eta_0} \\ H &= P \cdot \frac{\varphi_{\min}^2}{\eta_0 \omega} \\ \bar{Q} &= \frac{\dot{Q}}{R^3 \omega \varphi_{\min}} \\ \bar{z} &= \frac{z}{R} \\ \phi &= \omega t \\ \frac{\partial}{\partial \psi} \left[ \frac{H^3}{\eta^*} \frac{\partial H}{\partial \psi} \right] + \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left[ \frac{H^3}{\eta^*} \frac{\partial H}{\partial \bar{z}} \right] &= 6 \frac{\partial H}{\partial \psi} + 12 \frac{\partial H}{\partial \phi} \end{aligned} \quad (3)$$

경계조건은 다음과 같다.





$$\begin{aligned} \dot{\gamma}_{12} &= \frac{1}{4B/D} \sum_{i=1}^s \int_{\psi_M}^{\psi_B} \int_{-B/D}^{B/D} \frac{\partial \Pi}{\partial x} \cos \psi \cdot dz \cdot d\psi + \sum_{i=1}^s a_i \cdot \frac{\partial \Pi_{Ti}}{\partial Y_{Ti}} \cdot a_{2i} \\ \dot{\gamma}_{21} &= \frac{1}{4B/D} \sum_{i=1}^s \int_{\psi_M}^{\psi_B} \int_{-B/D}^{B/D} \frac{\partial \Pi}{\partial y} \sin \psi \cdot dz \cdot d\psi + \sum_{i=1}^s a_i \cdot \frac{\partial \Pi_{Ti}}{\partial Y_{Ti}} \cdot a_{2i} \\ \dot{\gamma}_{22} &= \frac{1}{4B/D} \sum_{i=1}^s \int_{\psi_M}^{\psi_B} \int_{-B/D}^{B/D} \frac{\partial \Pi}{\partial y} \cos \psi \cdot dz \cdot d\psi + \sum_{i=1}^s a_i \cdot \frac{\partial \Pi_{Ti}}{\partial Y_{Ti}} \cdot a_{3i} \\ \dot{\beta}_{11} &= \frac{1}{4B/D} \sum_{i=1}^s \int_{\psi_M}^{\psi_B} \int_{-B/D}^{B/D} \frac{\partial \Pi}{\partial x} \sin \psi \cdot dz \cdot d\psi + \sum_{i=1}^s a_i \cdot \frac{\partial \Pi_{Ti}}{\partial Y_{Ti}} \cdot a_{1i} \\ \dot{\beta}_{12} &= \frac{1}{4B/D} \sum_{i=1}^s \int_{\psi_M}^{\psi_B} \int_{-B/D}^{B/D} \frac{\partial \Pi}{\partial x} \cos \psi \cdot dz \cdot d\psi + \sum_{i=1}^s a_i \cdot \frac{\partial \Pi_{Ti}}{\partial Y_{Ti}} \cdot a_{2i} \\ \dot{\beta}_{21} &= \frac{1}{4B/D} \sum_{i=1}^s \int_{\psi_M}^{\psi_B} \int_{-B/D}^{B/D} \frac{\partial \Pi}{\partial y} \sin \psi \cdot dz \cdot d\psi + \sum_{i=1}^s a_i \cdot \frac{\partial \Pi_{Ti}}{\partial Y_{Ti}} \cdot a_{2i} \\ \dot{\beta}_{22} &= \frac{1}{4B/D} \sum_{i=1}^s \int_{\psi_M}^{\psi_B} \int_{-B/D}^{B/D} \frac{\partial \Pi}{\partial y} \cos \psi \cdot dz \cdot d\psi + \sum_{i=1}^s a_i \cdot \frac{\partial \Pi_{Ti}}{\partial Y_{Ti}} \cdot a_{3i} \\ a_i &= \frac{B/D + B_{Ti}/D}{4B/D} \end{aligned}$$

$$a_{1i} = \Delta \psi_{Ti}/2 - \left( \sin^2 \psi_M - \sin^2 \psi_{Ei-1} \right)/4$$

$$a_{1i} = \left( \sin^2 \psi_{Ei-1} - \sin^2 \psi_{Ei-1} \right)/2$$

$$a_{3i} = \Delta \psi_{Ti}/2 + \left( \sin^2 \psi_M - \sin^2 \psi_{Ei-1} \right)/4$$

### 3. 결과의 고찰

점수압 제어된 베이링의 정복성은 회전축이 일정한 편심량  $\epsilon$ 을 유지하며 안정된 상태에 있을 때의 베이링의 각종 특성으로, 하중지지용량, 마찰력, 출력용량 등으로 표시된다. 하중지지용량은 베이링이 주어진 편심량  $\epsilon$ 하에서 지지할 수 있는 외력으로 이 값은 그림4와 같이 Sommerfeld 계수로 표시할 수 있다.

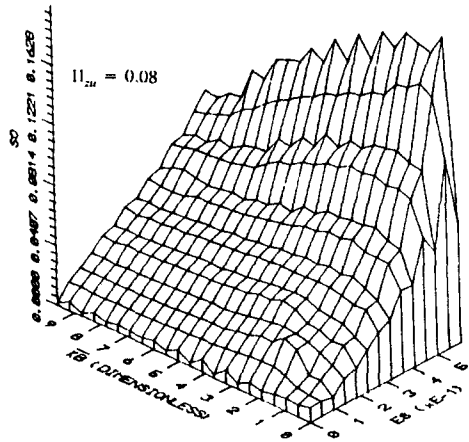


Fig. 4 편심률(ES)과 유량계수( $\overline{KB}$ )에 따른 Sommerfeld 값

그림4에서  $\epsilon$  값과  $\overline{KB}$ 의 값에 대한 So 값을 나타내었다. 그림에 따르면  $\epsilon$  값의 증가에 따라 So 값도 증가하나  $\overline{KB}$ 의 값에 대해서는 일정함을 볼 수 있다.

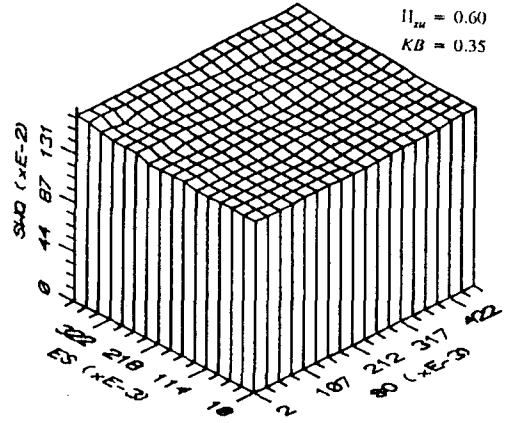


Fig. 5 편심률(ES)과 Sommerfeld 에 따른 무차원 마찰력(SWO)

그림5는 베이링의 마찰력을 Sommerfeld 계수와 편심률의 변화에 따라 표시하였다. 그림에 따르면 베이링의 마찰력은 Sommerfeld 계수나 편심률의 변화에 거의 영향을 받지 않음을 알 수 있다. 그러므로 베이링의 마찰력은 축-베이링의 작동상태에 의존하기보다는 베이링과 축의 표면상태 및 윤활제의 점도 등의 영향을 더 많이 받는다고 볼 수 있을 것이다.

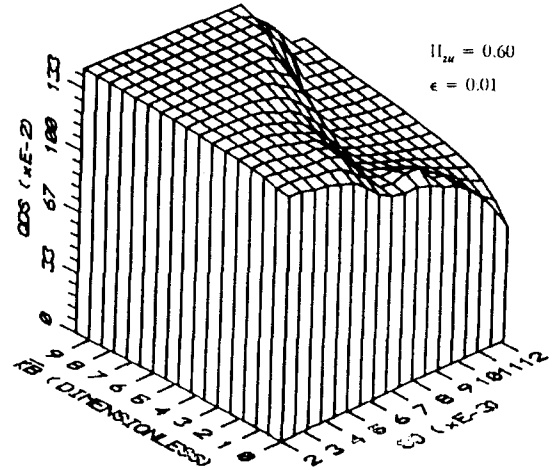


Fig. 6 유량계수(KB)와 Sommerfeld 에 따른 무차원 유량(QDS)

그림6는 베이링 폭으로 흘러나오는 유량을 Sommerfeld 계수와 급유구 유량계수( $\overline{KB}$ )의 변화에 따라 표시하였다. Sommerfeld 계수가 증가함에 따라 유량이 감소하며 이러한 현상은 급유구 유량계수가 낮은 영역에서 더욱 심하게 나타난다. 그러나 급유구의 유량계수에는 별 영향을 받지 않는다고 볼 수 있다.

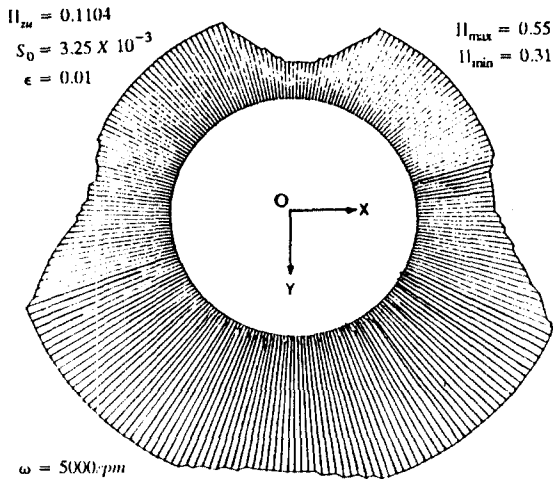


Fig. 7 베어링 원주방향으로의 무차원 압력분포(H)

그림7에서는 베어링의 원주에 따른 압력분포를 나타내었다. 포켓에서의 압력이 주위의 면에서 보다 큰 값을 나타냄을 볼 수 있고 핀선과 회전에 의한 동압이 형성됨으로 인하여 아래쪽의 압력이 위쪽의 압력보다 높게 나타났다.

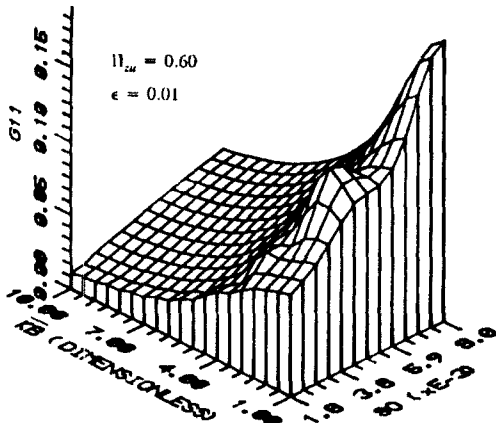


Fig. 8 유량계수( $\bar{K}\bar{B}$ )와 Sommerfeld 에 따른 강성계수

그림8에서는 베어링의 강성을 Sommerfeld 계수와 유량계수로 나타내었다. 그림에서 보는 바와 같이 Sommerfeld 값의 증가에 따라 강성이 증가하나 유량계수의 값과는 반비례함을 볼 수 있다. 특히 이러한 현상은 유량계수의 값이 작을수록 Sommerfeld 값이 작을수록 두드러졌다.

그림9에서는 베어링의 댐핑계수와 Sommerfeld 계수 및 유량계수의 관계를 나타내고 있다. 댐핑계수는 주축의 운동에 있어서 회전속도의 증가에 큰 영향을 미친다. 그림에서와 같이 댐핑계수는 강성계수와 마찬가지로 Sommerfeld 값의 증가에 따라 증가하나 유량계수의 값과는 반비례한다.

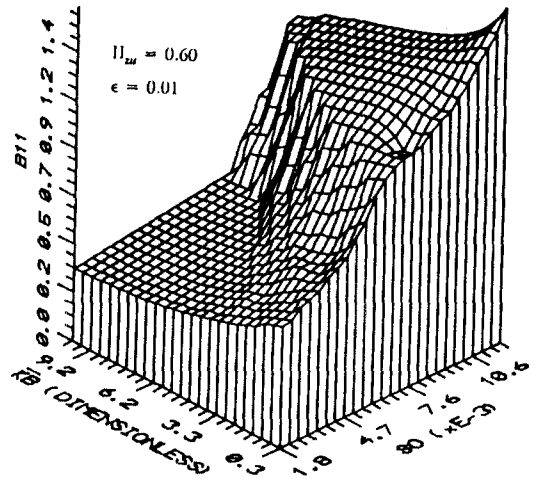


Fig. 9 유량계수( $\bar{K}\bar{B}$ )와 Sommerfeld 에 따른 댐핑계수

#### 4. 결론

- 가. Hybrid인 경우의 진전형 정수압베어링을 해석하였다.
- 나. 강성 및 댐핑계수를 해석하였다.
- 다. 유출유량의 비와 마찰력의 비를 구하였다.
- 라. 압력의 분포를 구하였다.

#### REFERENCE

- [1] W. R. Rowe, Hydrostatic and hybrid bearing design, Butterworth & Co, Ltd, 1983
- [2] D. C. Han, Statische und Dynamisch Eigenschaften von Gleitlagern bei hohen Umfangsgeschwindigkeiten und bei Vrkantung, Unoversitat Karlsruhe, 1979
- [3] D. C. Han, Theoretische Ermittlung der Kennlinien und Stabilitatseigenschaften hochtouriger Hybridlager, Universitat Karlsruhe, 1983
- [4] K. urlichs, Turbinenlager mit Olfuhrungseinflu, Universitat Karlsruhe, 1984
- [5] Pinkus and Sternlicht, The theory of Hydrodynamic Lubrication, McGraw-Hill, 1961
- [6] A. Cameron, The Principle of Lubrication, Longmans green & Co, Ltd, 1967
- [7] 윤철 공학의 기초와 응용, 한국과학기술원 신아 협동 공개자료, 1984
- [8] Stanley B. Malanowski & Alfred M. Loeb, the Effect of the Method of Compensation on Hydrostatic Bearing stiffness, Basic Eng., June, 1961
- [9] G. Caprizi & G. Cimaffi, Partial Lubrication of Full Cylindrical Bearings, ASME, 1983
- [10] W. B. Rowe, Dynamic and Static Properties of Recessed Hydrostatic Journal Bearings by small Displacement Analysis, Journal of Lubrication Technology
- [11] Marvin T. S. Ling, On the Optimization of the stiffness of Externally Pressurized Bearings, Journal of Basic Engineering, 1962
- [12] Richard S. Varga, Matrix Iterative Analysis, Prentice-Hall, INC, 1962