

**기계평면시일의 기하학적 형태가  
압력분포에 미치는 영향에 관한 연구**  
(Geometric Effects on Pressure Distribution in Mechanical Face seals)

김 청 근\*, 이 밀 권\*\*, 서 태 석\*\*

\*홍익대학교 공과대학 기계공학과 \*\* 홍익대학교 대학원 기계공학과

## 1. 서 론

누설방지를 목적으로 산업용 기계에서 많이 사용되고 있는 기계평면시일(mechanical face seal)은 기능상 높은 신뢰도를 요구하고 있다. 이를 위하여 동적 안정성이 커야 되고, 밀봉된 유체의 누설을 최소화시킬 수 있는 정도에서 시일의 수명을 결정해야 한다. 이와같이 상반된 성질을 동시에 만족시키기 위하여 시일 성능에 영향을 미칠 수 있는 기하학적 요인들을 고려하여 해석해야 한다.

일반적으로 미끄럼 접촉운동을 하고 있는 시일에서 시일링 간극(sealing gap)이 수 micron 단위라는 점을 고려할때 시일 조립시 중심맞추기(alignment) 정밀도 결여 및 회전축의 자중량 등에 의한 기계적 변형(mechanical distortion), 특히 고온의 분위기에서 작동되고 있는 시일의 열변형(thermal distortion)은 시일의 경사짐에 커다란 영향을 주고 있다[1]. 또한 누설을 최소화시킬 목적으로 시일 링(seal ring)을 축방향으로 밀어주고 있는 스프링의 강성도를 증가시키면 상대 미끄럼 운동을 하고 있는 접촉면이 건조마찰에 의한 마멸이 진행되어 코닝(coning)현상이 생긴다. 시일 평면에서 코닝 현상은 시일의 축방향 분리력(axial separating force)과 경사 모우멘트(tilting moment)에 커다란 영향을 주고 있는 것으로 알려지고 있다[2 - 4]. 이들의 연구는 주로 경사진 시일평면에 시일근사치이론(seal approximation theory)[5]을 이용하여 1차원 비압축성에 관한 시일 성능을 해석하였다.

본 연구에서는 비압축성 유체의 점성이 온도에 의하여 변화를 일으키는 조건하에서 경사진 회전시일에 코닝이 발생되었을때 시일링 간극에서의 압력분포를 2차원인 경우에 대하여 수치적으로 해석을 하였다.

## 2. 이론 및 수치적 해석

기계평면시일의 미소간극 시일링면에서 층류유동에 관한 운동량 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial}{\partial z} \left[ \mu \frac{\partial v_r}{\partial z} \right] = \frac{\partial p}{\partial r} \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \left[ \mu \frac{\partial v_\theta}{\partial z} \right] = \frac{\partial p}{\partial \theta} \quad (2)$$

여기서 시일링 간극내 유체의 점성이 온도만의 함수로 주어진다면

$$\mu = \mu_r e^{\alpha^* [T_r - T]} \quad (3)$$

로 주어지고  $\alpha^*$ 는 온도-점성계수로 참고문헌[6]에서 주어진다.

정상상태 에너지 방정식에서 Graetz 수가 작은 경우 대류항은 무시할 수 있기 때문에 [7] 시일링 간극에서 온도분포는 다음의 식으로 부터 구할 수 있다.

$$\frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial Z^2} = 0 \quad (4)$$

식(4)의 해를 구하기 위한 경계조건은

$$\bar{T} = 0, \quad \text{at } Z = Z_u \quad (5b)$$

$$\bar{T} = 1, \quad \text{at } Z = Z_l \quad (5a)$$

여기서 무차원 온도  $\beta = T/T_l$ 으로 정의하고 에너지 방정식(4)의 해를 구하면

$$\beta = 1 + \frac{[z - z_l]}{h} [\beta_A - 1] \quad (6)$$

과 같다. 여기서  $\beta_A = T_u/T_1$

식(3)에 시일링 면의 온도분포에 관한 식(6)을 대입시킨후 무차원 점성계수는

$$\mu/\mu_r = \bar{\mu} = e^{\alpha_1 - \frac{\alpha_2(z - z_1)}{h}} \quad (7)$$

로 주어지고, 여기서  $\alpha_1 = \alpha^* T_r [1 - A_1]$ ,  $\alpha_2 = \alpha^* T_r A_1 [\beta_A - 1]$

그리고, 시일링 간극내 유체의 속도분포는 경계조건,  $z = z_u$  와  $z = z_1$  에서  $v_r = 0$ ;  $z = z_u$  에서  $v_\theta = U$ ,  $z = z_1$  에서  $v_\theta = 0$  을 이용하여 식 (1)과 (2)를 풀면 다음과 같다.

$$v_r = \frac{h^2}{\mu_r} \left[ \frac{\partial p}{\partial r} \right] f(\beta) \quad (8)$$

$$v_\theta = \frac{h^2}{r\mu_r} \left[ \frac{\partial p}{\partial \theta} \right] f(\beta) + U g(\beta) \quad (9)$$

여기서

$$f(\beta) = \frac{e^{\alpha^* T_r [A_1 - 1]}}{\alpha_2 [1 - e^{-\alpha_2}]} \left\{ 1 - e^{\alpha^* T_r A_1 (\beta - 1)} \left[ 1 + \left[ e^{-\alpha_2} - 1 \right] \frac{\beta - 1}{\beta_A - 1} \right] \right\}$$

$$g(\beta) = \frac{1 - e^{\alpha^* T_r A_1 (\beta - 1)}}{1 - e^{\alpha_2^*}}$$

비 압축성 유체, 점성이 온도에 관한 함수로 주어지는 경우의 레이놀즈 방정식은 식 (8)와 (9)를 연속방정식에 대입하여 적분하면 구해진다.

$$\frac{\partial}{\partial r} \left[ r h^3 \frac{\partial p}{\partial r} \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[ h^3 \frac{\partial p}{\partial \theta} \right] = \mu_r \frac{r_2}{r_1} \frac{\partial h}{\partial \theta} \quad (10)$$

여기서 상대 미끄럼 접촉면의 표면온도  $T_1$ 와  $T_2$ 는 일정하게 유지된다고 가정을 하였다

$$r_1 = \frac{e^{\alpha_1^*} r_1^* [A_1 - 1]}{\alpha_2 [1 - e^{-\alpha_2}]} \left\{ 1 + \frac{1}{\alpha_2} [1 - e^{-\alpha_2}] \left[ 1 - e^{-\alpha_2} \right] \right\}$$

$$r_2 = - \left[ \frac{1}{\alpha_2} + \frac{1}{1 - e^{-\alpha_2}} \right]$$

레이놀즈 방정식 (10)은 대단히 복잡한 형태의 간극  $h$ 를 갖고 있기 때문에 수학적 엄밀해는 구할 수 없고, 시뮬 근사치이론을 이용하여 1차원 선형 레이놀즈 방정식의 수학적 해를 구한 경우[2,3]와 멱급수 해법(power series method)을 이용하여 1차원 선형 및 비선형 레이놀즈 방정식 해를 구한 경우[8]가 있다. 그래서 레이놀즈 방정식의 수치적해법을 구하기 위하여 식 (10)을 무차원화 시킨후 유한차분법(finite difference method)을 이용하면 된다. 즉,

$$\frac{\partial}{\partial R} \left[ R' \hat{H}^3 \frac{\partial P}{\partial R} \right] + \frac{(1-\bar{R})^2}{R'} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[ \hat{H}^3 \frac{\partial P}{\partial \theta} \right] = \frac{r_2}{r_1} R' \frac{\partial \hat{H}}{\partial \theta} \quad (11)$$

여기서

$$\hat{H} = \frac{h}{\bar{h}} \quad \bar{R} = \frac{r_i}{r_o} \quad R' = \frac{r}{r_o} \quad P = \frac{\bar{h}^2 p}{\mu_r \omega (r_o - r_i)^2}$$

무차원식 (11)의 해를 구하기 위한 경계조건 및 주기조건은 다음과 같다.

$$P(0, \theta) = P_i \quad (12a)$$

$$P(1, \theta) = P_o \quad (12b)$$

$$P(R, \theta) = P(R, \theta + 2\pi) \quad (12c)$$

시일이 그림 1과 같이 경사진 시일면에 코닝현상이 일어난 경우 시일간극  $\hat{h}$ 는 다음과 같다.

$$\hat{h} = 1 + \frac{r \cdot r}{\bar{h}} \cos \theta + \frac{h_c}{\bar{h}} \quad (13)$$

여기서 코닝현상이 처음 일어나는 임의의 반경  $r_c$ 에서 선형 코닝을 Fourier급수로 표현하면 다음과 같다.

$$h_c = r_o \left\{ \frac{1}{2} \left[ 1 - \frac{r_c}{r_o} \right]^2 + \frac{2}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{(-1)^n - \cos \left[ \frac{n\pi r_c}{r_o} \right]}{n^2} \cos \frac{n\pi r}{r_o} \right] \right\} \quad (14)$$

레이놀즈 방정식의 해는 유한차분법과 Gauss-seidel법을 이용하여 구하였다. 시일의 압력분포를 구하기 위한 기본적인 격자점은 그림 2와 같고,  $i$ 는 반경방향의 격자점을,  $j$ 는 원주방향의 격자점을 나타낸다. 압력분포식은 다음과 같다.

$$P_{i,j} = A_0 + A_1 P_{i+1,j} + A_2 P_{i-1,j} + A_3 P_{i,j+1} + A_4 P_{i,j-1} \quad (15)$$

여기서  $A_0, A_1, \dots$  은 격자점에 의하여 결정되는 값이다. 압력의 계산은 허용오차  $\epsilon$  보다 작을 때까지 수행하였다. 즉,

$$\sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n \left| \frac{P_{i,j}^{(k)} - P_{i,j}^{(k-1)}}{P_{i,j}^{(k)}} \right| < \epsilon \quad k = 1, 2, 3 \dots \quad (16)$$

### 3. 수치해석 결과 및 논의

시일의 수치적 해석을 위하여 일반적으로 사용된 지수 및 작동조건은 표 1에서 주어진다. 반경방향의 무차원양  $R = (r-r_i)/(r_o-r_i)$  는 0 - 1의 값을 가지며, 원주방향  $\theta$ 는 0 - 2의 범위에 대한 계산 결과이다. 그림 3 - 17까지의 R 방향 데이터 값은  $\pi$  배 확대시킨 값이다.

그림3 - 그림6은 경사진 코닝시일의 내, 외부 압력이 영(zero)인 상태에서 평균 시일링 간극이 20  $\mu\text{m}$ , 30  $\mu\text{m}$ , 40  $\mu\text{m}$ , 50  $\mu\text{m}$ 인 경우의 계산 결과이다. 그림3과 그림4에서 보여주는 것과 같이 평균 시일링 간극이 작을수록 축소되는 면에서 양의 압력이 발생되고, 확대되는 면에서 음의 압력이 형성된다. 이와같은 압력분포는 시일의 wobbling 현상을 일으키고, 때로는 캐비테이션 현상이 발생되면서 시일은 더욱 불안정성(instability)이 증대된다. 반면에 평균 시일링 간극이 어떤 임계값을 넘게되면 그림5와 그림6에서 보여주는 바와 같이 양의 압력만이 발생되어 압력전폭이 작아지는 경향을 보여주고 있다. 평균 시일링 간극이 증가될수록 시일의 안정성(stability)에는 도움을 주나 누설이 문제가 되기 때문에 설계시 항상 최적 시일링 간극을 찾아야 한다.

그림7 - 그림13은 시일 접촉면의 코닝이 없는 경우, 시일이 경사질수 있는 최대값  $= 0.022^\circ$ 를 100%로 볼때 경사각의 변화에 따른 압력분포를 나타내고 있다. 그림7에서 보여주고 있는 것과 같이 시일의 경사각이 기하학적으로 최대치일때 최소 시일링 간극 부근에서 양의 압력과 음의 압력 전폭이 크게 나타난다. 반면에 그림12의 결과처럼

표 1 시일 데이터

내 경, $r_i$	0.045 m	내부의 압력, $P_i$	0
외 경, $r_o$	0.05 m	외부 압력, $P_o$	0
최초 코닝 반경, $r_c$	0.0475 m	시일 링 온도, $T_l$	24 $^\circ\text{C}$
시일 경사각,	$0.022^\circ$	시일 시프 온도, $T_u$	149 $^\circ\text{C}$
코닝 각도,	$0.022^\circ$	온도-점성 계수, $\alpha^*$	0.036 $1/^\circ\text{K}$
시일링 간극, $\bar{h}$	20 $\mu\text{m}$		

림 시일의 경사각이  $0.003^\circ$  (최대 경사각의 13.6 %에 해당)인 경우의 압력분포는 양의 압력만 나타내며 그 진폭도 대단히 줄어들고 있음을 보여주고 있다. 또한 시일의 경사각도가 증가될수록 최대 및 최소 압력은 반경방향에서는 중심부근에서 외경쪽으로 옮겨가고 있고, 원주방향에서는 최소 시일링 간극, 즉  $180^\circ$  부근으로 이동하고 있음을 잘 보여주고 있다.

시일의 최소 유막을 지나면서 급격한 압력강하는 유체 캐비테이션 현상의 원인으로 시일의 안정성에 커다란 문제점을 제기한다. 이들 결과는 시일 경사가 압력분포에 대단히 큰 영향을 주고 있음을 잘 나타내고 있다.

경사진 시일의 회전 미끄럼 접촉운동시 발생하는 마찰열은 정지하면서 미끄럼운동을 하는 시일 시이트에 축적되고, 회전운동인 시일링에 전달되는 마찰열은 비교적 소산이 잘되기 때문에 일반적으로 두 마찰면 사이의 온도차가 벌어진다[9]. 여기서 정지면의 온도  $T_1$ 가 회전운동 마찰면의 온도  $T_2$ 보다 높은 경우의 압력분포를 그림 14 - 그림 17 까지 주고 있다. 이들 그림에서 알 수 있듯이 상호 접촉면의 온도차가 클수록 압력분포의 진폭이 증대되므로 시일의 불안정성은 그만큼 커지고 있음을 보여주고 있다. 반면에 접촉면에서 열축적 현상이 아니라 마찰표면이 등온상태로 가면 압력차가 현저하게 줄어들기 때문에 시일의 성능은 크게 안정된다.

#### 4. 결 론

기하학적으로 경사진 코닝 시일의 압력분포를 비압축성 유체, 점성이 온도의 함수로 주어진 경우에 대하여 유한차분법과 Gauss - Seidel 방법을 이용하여 수치적으로 해석하였다. 평균 시일링 간극이 증대될수록 시일의 안정성에는 도움이 되나 누설상의 문제점을 제기한다. 경사진 시일의 최소 간극부근에서 커다란 압력차는 작동중인 시일의 최소-최대 간극을 연결하는 선을 중심으로 Wobbling 현상이 생기게 되므로 동적 불안정성은 크게 증가된다. 시일의 미끄럼 마찰면 사이의 온도차가 클수록 압력 진폭이 커지므로, 시일면의 미끄럼 접촉시 국부적인 열축적 현상이 안 일어 나도록 설계를 하여야 하고, 마찰열에 의한 압력 진폭을 줄이기 위하여 마찰표면을 등온상태로 유지시켜야 한다.

## 참고문헌

1. Li, Chin - Hsiu, "Thermal Deformation in a Mechanical Face Seal," ASLE Trans., Vol. 19, Apr. 1976, pp. 146 - 152.
2. Etsion, I. and Sharoni, A., "Performance of End Face Seals With Diametral Tilt and Coning-Hydrostatic Effects,"
3. Sharoni, A. and Etsion, I., "Performance of End Face Seals With Diametral Tilt and Coning-Hydrodynamic Effects,"
4. Etsion, I. and Sharoni, "The Effect of coning on Radial Forces in Misaligned Radial Face Seals," J. of Lub. Tech., Vol. 102, Apr. 1980, pp. 139 - 144.
5. Etsion, I., "The Accuracy of The Narrow Seal Approximation in Analyzing Radial Face Seals," ASLE Trans., Vol. 23, No. 2, Apr. 1980, pp. 208 - 216.
6. Gupta, P. K., Flamand, L., Berthe, D., Godet, M., "On the Traction Behavior of Several Lubricants," J. of Lub. Tech., Vol. 103, pp. 55 - 64, 1981.
7. Constantinescu, V. N., Smith, R. N. and Pascovici, M. D., "Note on the Influence of Unequal Surface Temperatures in Liquid Lubrication," Rev. Roum. Sci. Techn. - Mec. Appl., Tome 25, No. 1, pp. 113 - 124, 1980.
8. Kim, C. K., "Estimation of the Leakage for Compressibl Gases in High-Speed Shaft Seals," KSME J., Vol. 2, No. 1, pp. 3 - 8, 1988.
9. Georgopoulos, E. and Burton, R. A., "Thermal Convection in Short Bearing Films," J. of Lub. Tech., Vol. 102, pp. 119 - 123, 1980.



# List of Figures

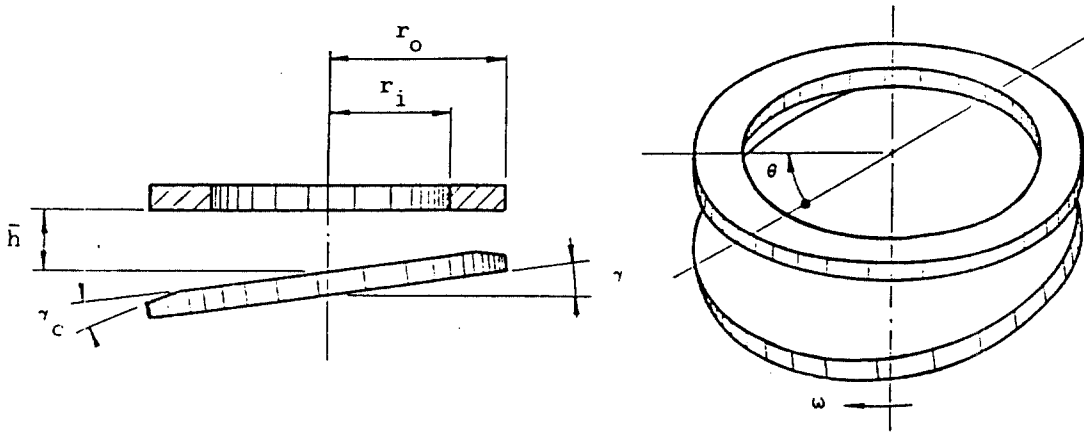


Fig. 1 Misaligned faceseals with coning

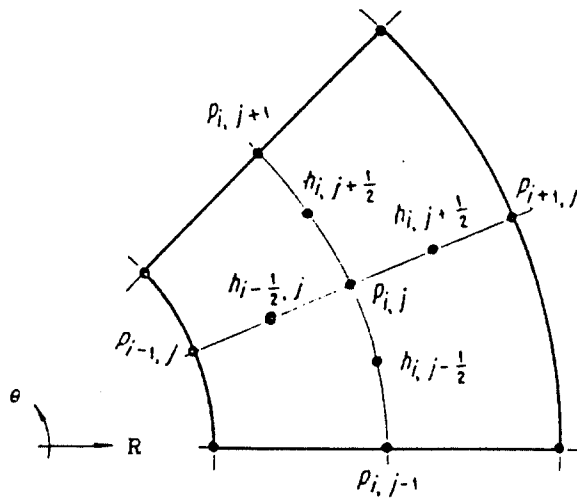


Fig. 2 Grid for finite difference solution

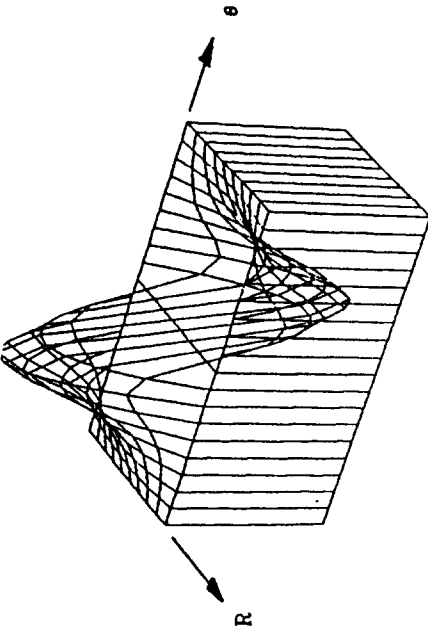


Fig. 3 Sealing gap pressure for  $\bar{h}=20 \mu\text{m}$ .  
The amplitude of pressure is 1.95

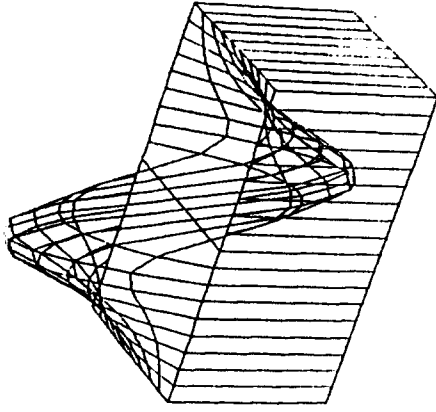


Fig. 4 Sealing gap pressure for  $\bar{h}=30 \mu\text{m}$ .  
The amplitude of pressure is 1.53

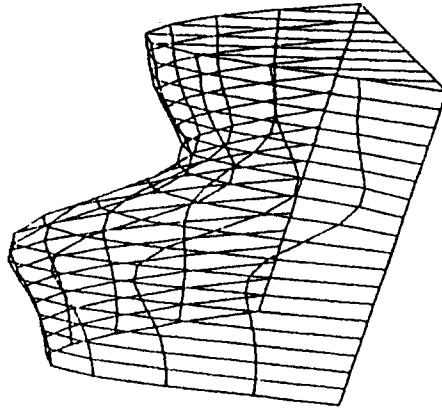


Fig. 5 Sealing gap pressure for  $\bar{h}=40 \mu\text{m}$ .  
The amplitude of pressure is 0.455

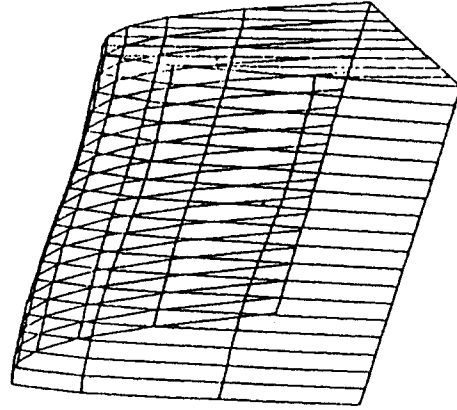


Fig. 6 Sealing gap pressure for  $\bar{h}=50 \mu\text{m}$ .  
The amplitude of pressure is 0.366

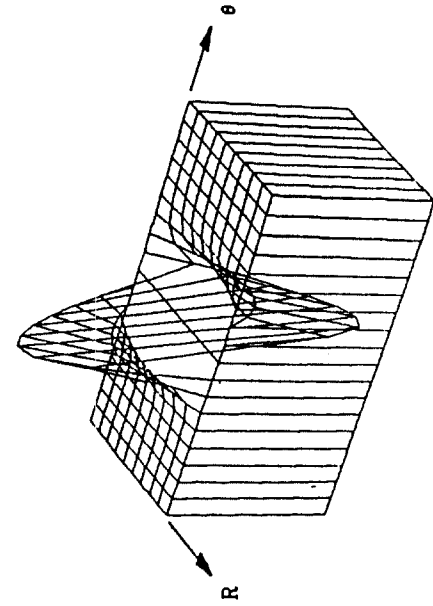


Fig. 7 Sealing gap pressure for  $\nu=0.022$  (100 %) The amplitude of pressure is 397

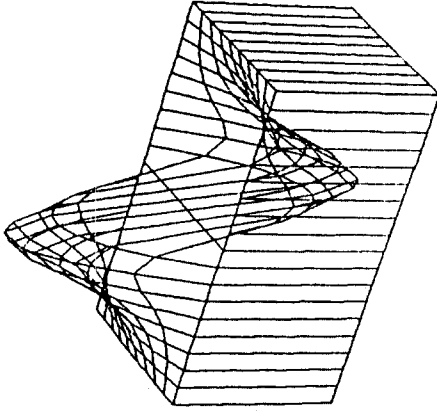


Fig. 8 Sealing gap pressure for  $\nu=0.011$  (50 %) The amplitude of pressure is 5.44

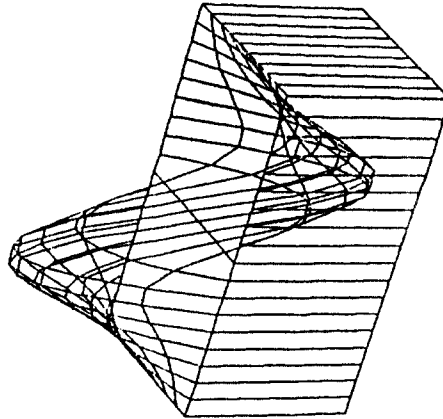


Fig. 9 Sealing gap pressure for  $\nu=0.008$  (36.4 %) The amplitude of pressure is 2.72

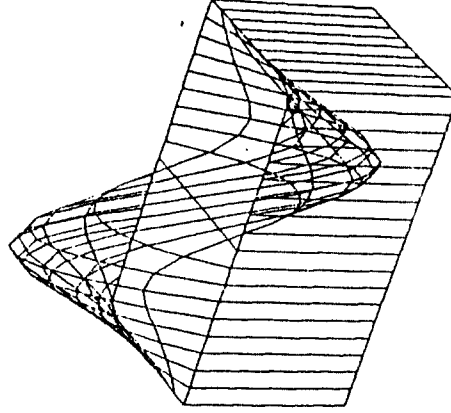


Fig. 10 Sealing gap pressure for  $\nu=0.006$  (27.3 %) The amplitude of pressure is 1.77

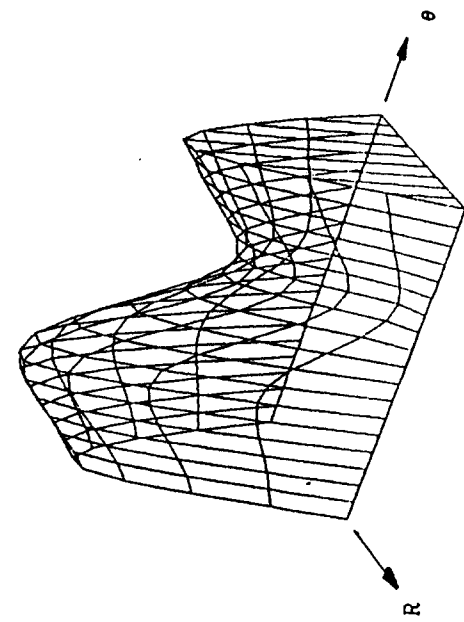


Fig. 11 Sealing gap pressure for  $\nu=0.005$  (22.7 %). The amplitude of pressure is 0.58

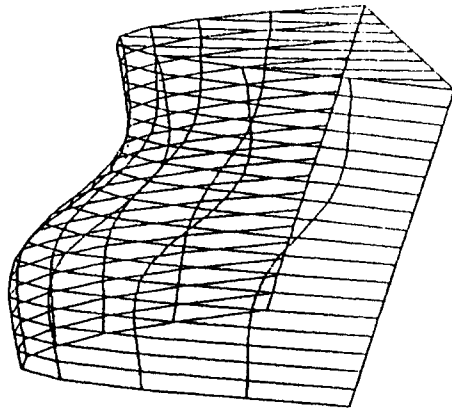


Fig. 12 Sealing gap pressure for  $\nu=0.003$  (13.6 %). The amplitude of pressure is 0.21

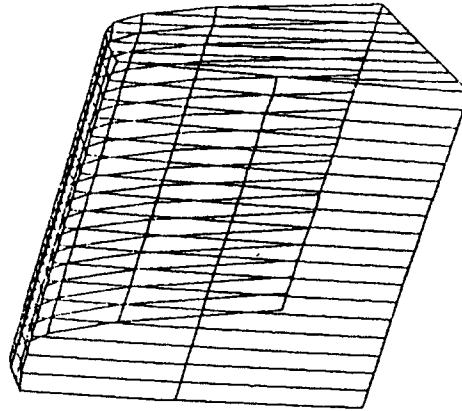


Fig. 13 Sealing gap pressure for  $\nu=0$  (0 %). The amplitude of pressure is 0

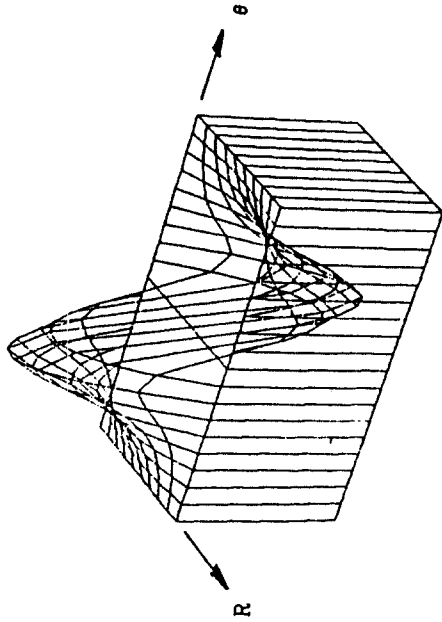


Fig. 14 Sealing gap pressure for  $T_l=422$  K and  $T_u=297$  K. The amplitude of pressure is 1.95

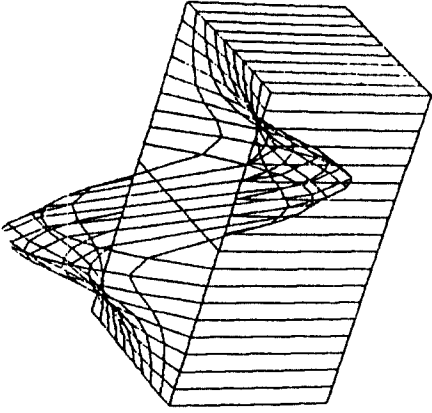


Fig. 15 Sealing gap pressure for  $T_l=422$  K and  $T_u=305$  K. The amplitude of pressure is 1.67

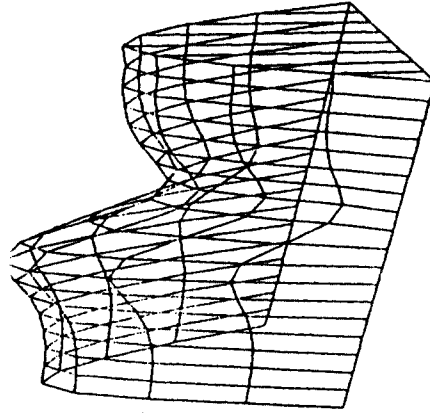


Fig. 16 Sealing gap pressure for  $T_l=422$  K and  $T_u=322$  K. The amplitude of pressure is 0.44

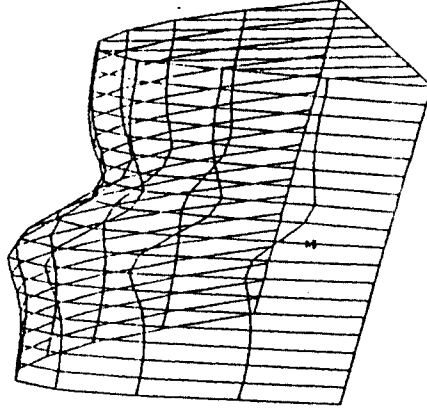


Fig. 17 Sealing gap pressure for  $T_l=422$  K and  $T_u=344$  K. The amplitude of pressure is 0.23