

시설배치문제의 의사결정지원 시스템
- 그래프이론의 접근

A Decision Support System for Facility Layout Problem
- Graph-Theoretic Approach

이 호준
금성생산기술연구소

Ho Joon Lee, Ph.d.
Goldstar Production Engineering Research Lab.

ABSTRACT

The purpose of this research entails the study of the multicriteria graph-theoretic Facility Layout Problem (FLP), the development of a Decision Support System (DSS), and a sensitivity analysis for graph theoretic heuristics. The graph theoretic FLP Decision Support System gives decision makers or planners more information as a guide in producing their final layouts. This information is provided by a variety of final result scores, so called upper bound values, based on different options and different criteria. The increased information provided will give decision makers more confidence in design a block plan. One case is presented to demonstrate the applicability of the system to real-world problem. Finally, applicabilities of the DSS to other format layouts, such as GT layout and JIT's U-line, are briefly mentioned.

1. 서론

시설배치문제는 지난 수십년에 걸쳐 경영과학/산업공학 분야에 중요한 문제로 연구되어 왔다. 주로 잡샵(Job Shop) 이나 제조공장 설계에 이용되어왔으며, 또한 사무실, 병원, 은행, 대학 캠퍼스, 도서관, 소방소 등의 설계에도 적용되어왔다.

시설배치문제에 대한 해결 접근방안을 역사적으로 고찰해 보면 1) 구성적 접근방안(Schematic Methods), 2) 체계적 구성방안(Systematic Methods), 3) 컴퓨터화된 배치방안(Computer Aided Method), 그리고 4) 그래프이론 접근방안(Graph-Theoretic Method)으로 변화해 왔다. 구성적 방법(Schematic Methods)이란 분석하는 사람 자신의 설계하고자 하는 시스템에 대한 지식이나 느낌을 이용한 것으로 최초의 시도였고, 그후 체계적 방법(Systematic Methods)이라 불리는 좀더 객관성을 띤 방법을 사용하게 되었는데, 그 예로는 이동계획표(Travel Charting), 서열분석(Sequence Analysis), 또는 체계적 배치계획(Systematic Layout Planing (SLP))의 기법들이 있다.

그후 2차대전 이후 OR 분야의 발전과 컴퓨터 기술의 급속한 발전으로 컴퓨터화된 배치 방법(Computer Aided Method)이 등장하게 되는데, 이는 크게 두가지 접근방식으로 나눌수있다. 하나는 개선방식(Improvement Routine Method)으로 첫배치도(Initial Layout)를 가지고 만족할때까지 조금씩 개선해가는 방법이며, CRAFT, COFAD 가 여기에 속하고, 다른 하나는 구축방식(Construction Routine Method)으로 말 그대로 백지에서 시작하여 배치도를 작성해 주는 방법이다. PLANET, CORELAP 그리고 SLDEP 이 여기에 속하는데 이 두가지 컴퓨터화된 배치방법을 동시에 잘 이용하면 효과적인 배치도를 얻을수 있다. 예를들면 구축방식을 이용하여 첫배치도를 얻은 후 개선방식을 이용하여 최종배치도(Final Layout)를 얻으면 더 효율적인 배치를 얻을수있는 것이다. 컴퓨터화된 배치방법에 대해 Tompkins and White(1984)는 자세히 그내용을 다루고있다.

이 논문의 주된 내용은 그래프이론을 이용하여 복수기준모델(Multicriteria Model)을 만들고, 기존 두가지 단일기준모델(single criteria model)과 함께 이를 바탕으로 의사결정 상황에 따라 정성적접근방법(qualitative approach), 정량적접근방법(quantitative approach)또 복수기준모델접근방법(multicriteria approach)을 사용하여 각 방법에서 도출된 배치도와 동시에 정량화되어 나타나는 수치(= upper bound)를 바탕으로 각 대안을 비교 검토할수 있게 하여 의사결정자의 의사결정에 도움이 될수있는 의사결정지원 시스템의 개발을 그 목적으로 한다. 다음은 본 논문의 주요내용인 그래프이론 방법에 대해 자세히 살펴보고자한다.

2. 그래프이론 방법

최근 시설배치문제에 대한 접근방법으로 두가지 공식화된방식(Formulation)이 있다. 첫째가 이차계획법(Quadratic Assignment Problem (QAP)) 방식인데, 이 방법은 현존하는 배치도를 개선할때나, 시설들의형태가 주어진 상황에서 더욱 적합하며, 둘째가 그래프이론방식으로, 새로운 배치를 설계할때와, 시설들의 형태가 결정되지 않았을때에 더 적합하다고 알려져 있다. QAP에 대한 자세한 설명은 본 논문에서는 생략하고, 그래프이론 공식에 대해 간단히 설명하면, 그래프 G 는 (V, E) 세트(sets)들의 서열순으로된 쌍(ordered pair)으로 구성되며, V 는 비어있지않고(nonempty), 정점(Vertex)들의 유한집합(finite set)이고 E 는 V 의 정점들의 edges 라고 불리우는 비서열순의 쌍(unordered pairs)들의 집합이다. E 안의 각 edge는 (P_i, P_j) 로 표현되며, 이는 P_i 와 P_j 가 adjacent 되어 있고 각기는 (P_i, P_j) 에 incident 함을 나타낸다. 한 정점의 degree는 그 정점과 incident하고 있는 라인(lines)의 수를 말한다. 만약 $V' \subseteq V$, $E' \subseteq E$ 이고 (V', E') 가 그래프이면 (V', E') 는 G 의 썬브그래프(subgraph)이라 불리운다. 한 그래프를 평면(plan)에 그의 라인이 서로 교차

없이 그릴수 있으면 그 그래프를 planar 그래프 라하며, 만약 더이상의 라인을 첨가 하였을 때 더 이상 planar 의 성격을 갖을수 없는 planar graph 를 maximal planar graph 이라 부른다. G 는 그래프(V, E) 이고 w 는 다음과 같은 function 일때, $w : E \rightarrow R$ (즉 G 의 라인에 상수 (real number)가 부가되는), (G, w) 의 ordered pair 를 Weighted graph 이라 한다. Weighted planar graph 의 각 라인(P_i, P_j) 에는 weight, $w((P_i, P_j))$ 을 갖는데 보통 W_{ij} 나 $W(i, j)$ 으로 표시한다.

그러므로 그래프이론공식 에서는 시설배치문제를 maximal weighted planar subgraph 으로 공식화하는것이다. 시설배치에 관한 그래프이론방식을 이용한 접근은 Levin 에 의해 1964년 처음으로 언급이 되었으며, 첫번째 그래프이론 휴리스틱(heuristic)은 Krejcirik 에 의해 1969년 RUGR 알고리즘(algorithm)이 소개되었다. 내용으로는 Maximal planar graph, $G(V, E)$ 을 찾은후, 이것을 듀얼(dual) 형태로 바꾸어 원하는 블록 배치도(block layout) 를 얻어내는 것이다. 그래프이론방법을 이용하여 시설배치문제의 Maximal Weighted Planar Subgraph을 얻는 과정에서 하나의 어려움은 Planarity Testing 이다. 이런 어려움을 극복하기위해 최적해에 가까운 휴리스틱(near optimal heuristic) 이 두가지 방법으로 연구되었는데 하나는 델타헤드론(Deltahedron) 휴리스틱, 다른 하나는 스트링(string)으로 표현된 그래프를 조작하여 삼각형을 늘려가는(triangularization)방법이다. 본 논문에서는 델타헤드론 휴리스틱을 이용한다.

델타헤드론 휴리스틱에 두가지 방법이 있다 ; S 구축법(construction) 과 R 구축법(construction). 이두가지방법 모두 두 단계로 구성되어 있는데 초기(Initialization) 단계 와 삽입(Insertion) 단계로 이루어져있다 (Foulds and Robinson(1978)).

S 구축방법으로는 먼저 $M(u) = \sum W(uv)$ 계산한뒤, M 의 값이 작아지는 순서대로 정점들을 배열하며, 순서에 입각하여 한번에 하나의 정점을 inserted edge의 합이 최대(maximum)가 될수있도록 기존 삼각형(triangle)에 집어 넣는다.

S 구축방법은 적용하기 용이하나 어떤경우 최초의 테트라헤드론(initial tetrahedron)의 선택이 가능한 최고의 값(best possible solution)으로 유도되지않을수도 있다. 이 대안으로 R 구축 방법이 제시되었는데 이방법은 처음 정점들의 순서를 정하지 않고,

- a) 그의 worst edge가 가능한 높은 benefit를 갖는 최초의 테트라헤드론을 찾고,
- b) 각기 정점에 대해 각 삼각형에 집어 넣어 가장 높은 benefit 증가와 다음으로 높은 benefit증가의 차이를 구한다.
- c) 가장 높은 benefit증가 차이를 갖는 정점을 택해 가장 높은 benefit증가를 나타내는 삼각형에 집어 넣는다.
- d) 그 삼각형은 3개의 새로운 삼각형들로 대체된다.

R 구축법은 가능한 최고의 값으로 유도되는 최초의 테트라 헤드론은 보장할수 있지만, 전 과정에서 많은 계산이 요구되므로 수행(Implementation)에 무리가 있어 주로 S 구축법이 사용되고 있다.

시설배치문제 공식의 목적함수로는 먼저 정성적방법(qualitative approach)이 사용되었는데, 이것은 주관적인 기준으로 작성된 closeness rating 을 근거로 전체 closeness rating 을 극대화 하는 것이고, 다음은 정량적방법(quantitative approach)으로 시설들간의 전체 이동 코스트를 극소화하는 것이다. 이들의 모델을 소개하면 다음과 같다.

1) Closeness Rating의 극대화(Foulds and Robinson(1978))

문제는 아래와 같은 total closeness rating을 갖는 maximal planar graph를 구하라.

$$\begin{aligned} \text{Max. } Z &= \sum R_{ij} X_{ij} \\ \text{Subject to : } X_{ij} &= 1 \text{ if edge}(i,j) \text{ 가 선택되면} \\ &= 0 \text{ otherwise} \\ \text{결과는 Planar graph 이어야함} \\ \text{Where } R_{ij} &= \text{시설 } i \text{ 와 } j \text{ 사이에 Closeness Rating} \\ Z &= \text{전체 closeness rating} \end{aligned}$$

이문제의 단점으로는 모든 고려대상이 오직열에 위치하고 있는 시설들에게만 국한되어있다. 이런 문제를 보완하기 위해 열에 있지않지만 가까이 있는것도 고려대상이 되는 방법이 전체 이동 코스트의 극소화이다.

2) 전체 이동코스트의 극소화(Foulds and Giffin(1985))

$$\begin{aligned} \text{문제는 Minimizing } T(1) &= \sum W_{ij} D_{ij} \\ W_{ij} &= \text{단위이동거리당 코스트} * \text{시설 } i \text{ 와 } j \text{ 사이에 왕복횟수} \\ D_{ij} &= \text{시설 } i \text{ 와 } j \text{ 사이의 이동거리} \\ T(1) &= \text{전체 이동코스트} \end{aligned}$$

이상과 같이 그래프이론방법에서 정성적, 정량적의 두 방법이 사용되어 왔지만, QNP에서처럼 복수기준모델은 제시되지 못했다. QNP의 복수기준모델에 대해서는 LEE(1988)의 논문이 정리되어있다. 그래프이론 공식에 복수기준모델로는 다음과 같은 휴리스틱들을 제안한다.

3. 제안방법

복수기준모델로 제안된 휴리스틱들은 다음과 같다.

(1) 휴리스틱 SCIT

Closeness rating 의 합을 기준으로하여 정점을 선택하여 전체이동코스트가 극소화 되는 삼각형에 집어넣는다.

(2) 휴리스틱 SVTIT and SVCIT

휴리스틱 SVTIT : 이동코스트의 분산(variance)을 기준으로 정점을 선택하여 전체이동코스트가 극소화되는 삼각형에 집어넣는다.

휴리스틱 SVCIT : Closeness Rating 의 분산(variance)을 기준으로 정점을 선택하여 전체이동코스트가 극소화되는 삼각형에 집어넣는다.

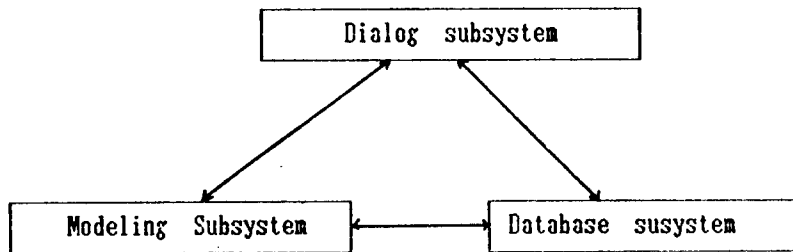
위에 세 휴리스틱을 테스트해 본결과(LEE (1988)), 복수기준모델에서는 휴리스틱 SCIT 가 가장 좋은것으로 증명되었다. 이에 시설배치 의사결정지원시스템에는 전체 Closeness rating의 극대화, 전체이동코스트의 극소화의 두개의 단일기준모델들과 복수기준모델로는 휴리스틱 SCIT를 이용하였다.

또한 의사결정지원시스템도 테스트해본결과 문제없이 일을 수행하였고, 민감도 분석(Sensitivity Analysis)한 결과 Closeness Rating 값과 이동코스트값 간에 high negative correlation이 있는 경우를 제외하고는 모든 최종해를 일정하게 얻어질수 있음을 알아냈다.(LEE(1988))

4. 시설배치문제 DSS

시설배치 의사결정지원 시스템의 필요성으로는 시설배치문제가 NP-complete 문제로서, 이런문제의 한 접근 방법으로 휴리스틱 모델링(Modelling)이 사용되어지며, 휴리스틱 모델이 많은 분야에서 의사결정지원 시스템설계의 기본이 되고 있기때문이다. 시설배치 의사결정 지원시스템의 구성은 아래 그림과 같고, 각 썬브시스템(subsystem)의 기능으로는 모델링 썬브시스템(modeling subsystem)은 3 개의 휴리스틱들을 운용하는 기능을 갖고있으며, 데이타베이스 썬브시스템(Database subsystem)은 시설간에 이동 코스트와 Closeness ratings에 대한 데이타 및 각 시설의 측면길이에 대한 데이타를 저장하며, 다이아로그 썬브시스템(Dialog subsystem)에서는 데이타베이스의 데이타를 만들고, 변형할수있게하고, 모델링 썬브시스템으로 하여금 프로그램을 돌아가게한다.

시설배치 DSS 의 구성



* Run facility layout problem

* create database

* Modify database

* Print database

이 의사결정지원 시스템은 menu driven으로 되어 있는데 아래와 같다.

```
WELCOME TO FACILITY LAYOUT PLANNING

THIS SYSTEM USES A HEURISTIC GRAPH-THEORETIC METHOD
TO DETERMINE WHICH FACILITIES SHOULD BE ADJACENT
BASED ON
  (1) MAXIMIZE CLOSENESS RATE
  (2) MINIMIZE TOTAL TRANSPORT COST
  (3) MULTIPLE CRITERIA APPROACH

THE FOLLOWING OPERATIONS CAN BE PERFORMED.
PLEASE INDICATE THE NUMBER OF YOUR CHOICE:

  1. CREATE THE DATABASE
  2. MODIFY THE DATABASE
  3. PRINT THE DATABASE
  4. RUN FACILITY LAYOUT PROBLE
  5. EXIT THIS PROGRAM AND STOP
===>>
```

수행 (Implementation)

최종 의사결정지원시스템은 interactive 하여 다음과 같은 특징을 갖는다.

- (1) 전체 closeness rating 값을 극대화 했을때 배치도를 제안할수 있으며,
- (2) 전체 이동코스트 값을 극소화 했을때 배치도를 제안할수 있으며,
- (3) Closeness rating 을 고려하면서 전체이동코스트를 극소화하는 복수기준모델에서도 배치도를 제안할수 있으며,
- (4) 위의 세 경우들의 어떤조합도 한번에 배치도들을 제공할수 있으며,
- (5) 다른 휴리스틱에 대해서도 변형이 가능하다.

또한 최종 의사결정지원시스템은 의사결정지원시스템으로서의 기능을 다음과 같이 만족 시켜준다.

- (1) 시설배치를 어떤 시설(단위블록, 공정따위) 옆에 어떤 시설을 놓아야 하는가라는 측면에서 의사결정상황을 수식화하고
- (2) 시설배치를 어떤 목적하에 구성할것인가 ?
 - * 전체 closeness rating 을 극대화,
 - * 전체 이동코스트를 극소화,
 - * Closeness rating 을 고려하면서 이동코스트를 극소화하는 복수기준모델을 이용하여 시설배치를 구성할것인가 그목적을 재확인 해주고,
- (3) 각 목적에 맞게 각기 다른 대안을 제시해주는 반면
- (4) 결과들 비교함으로써 소신있는 결정을 내릴수 있게 해준다.

5. 적용사례

다음은 금성계열내 어느공장의 시설배치점검 및 제안을 실시한 결과로 종합 비교도표와 결과 설명회 내용의 요지이다.

종합 비교 도표

=====

단위 : 원

	전체 Closeness Rating	전체 이동 코스트(*40)
현재 배치	40	13,173
새로 준비한 배치	46	14,750
LEE's 의사결정지원시스템		
1) 전체 Closeness Rating 극대화	73	10,913
2) 전체 이동코스트 극소화	58	10,286
3) 복수기준모델	68	10,357

현재 배치의 전체 Closeness Rating 이 40 , 전체이동코스트는 13173 (*40) = 526,920 으로 일정기간(시설간의 왕복 회수를 측정할때의 기준시간)에 526,920원의 비용이 들고 있음을 알수 있다. 새로 바꿀것이라 준비한 배치는 현 배치보다 Closeness Rating 은 6만큼 좋은 반면 전체 이동코스트는 (14750 - 13173)(*40) = 63,880 만큼 더 드는것으로 나타났다. 그래프이론을 이용한 의사결정지원시스템에서는 도표와 같이 첫번째는 전체 Closeness Rating 만을 극대화 했을때, 두번째는 전체이동코스트만을 극소화 했을때, 세번째는 복수기준모델로서 (즉 Closeness Rating도 고려하며 전체이동코스트를 극소화 하는 방법) 3개의 모든 방법에서 다 좋은 값을 나타내고 있다.

이 의사결정지원시스템은 다음과같이 의사결정과정의 처음서부터 의사결정자를 지원한다:

- ① 시설배치를 어떤 시설(단위 블록 또는 공정 따위)옆에 어떤 시설을 놓아야 하는가 라는 측면에서 의사결정 상황을 수식화하고
- ② 시설배치를 어떤 목적하에 구성할 것인가 ?
 - * 전체 Closeness Rating 을 극대화
 - * 전체 이동코스트를 극소화
 - * Closeness Rating을 고려하면서 이동코스트를 극소화하는 복수기준모델을 이용할것인가 그목적을 정확히 해주고

- ③ 각 목적에 맞게 각기 다른 대안을 제시해 주는 반면
- ④ 결과를 비교함으로써 소신있는 결정을 내릴수 있게 해준다.

예를들면 ;

두번째, 세번째 방법을 비교할때 전체 이동코스트의 차이(10357 - 10286)(=40) = 2,840원이 전체 Closeness Rating 68 - 58 = 10 만큼 올리는데 무시할수있는 금액이라면 세번째 방법을 택할수 있으며, 첫번째, 세번째 방법을 비교할때 전체이동코스트의 차이(10913 - 10356)(=40) = 22,240 이 전체 Closeness Rating 73 - 68 = 5 만큼 올리는데 무시할수있는 금액이라 생각하면 첫번째 방법을 택할수 있다.
위의 같이 의사결정자로 하여금 시설배치문제를 결정하는데 처음에서 끝까지 의사결정 과정을 도와주고 있다.

6. 맺음말

기본적으로 시설배치 형태를 분류해보면, 1) 공정별 배치(Process Layout (Job-shop)), 2) 제품별 배치(Products Layout (flow-shop)), 3) 고정위치 배치(Fixed-position Layout), 4) GT 방식 배치로 구분할수있다. 대개의 제조현장은 두가지 형태의 배치로 조합되어 있는데, 예를들면, 어떤 빌딩이나 플로우가 공정별 배치로 되어 있는 반면에, 다른 빌딩이나 플로우는 제품별 배치로 편성되어 있는 경우를 들수있다.

보통의 경우, 전체공장이 일반적 제품의 흐름에 의해 편성되어 지는데, 예를들어 fabrication, subassembly, 그리고 총조립으로 이루어져있을때, Fabrication안에서는 제품별 배치로 편성되고, 같은 방식으로 GT 방식 배치도 전체공장이 제품별 배치에 의해 편성되어 있을때, 그 중 한 부서에서 찾아볼수있다. 이와같이 여러 배치형태가 혼합되어있는 상황에서, 먼저 전체공장이 어떤 형태의 배치로 되어있나 살펴보고 그 중에서 공정별 배치형태의 배치에 대해 점검해보고, 본 의사결정 지원시스템을 이용하여 새로운 배치도를 얻을수있다. 또한 제품별배치, GT 방식배치나 요즘 활발히 언급되어지는 JIT 방식의 "U" 자 라인 배치에 대해서는 전체공장을 몇개의 단위공정이나 실로 나누어, 본 시설배치 의사결정지원시스템을 이용하여 배치해본 후에, 각단위공정안에 제품별 배치로 이루어진 라인형태의배치에 대해서는 목표물량을 중심으로 Tact time을 계산하고, 이를 기준으로 콘베이어 라인의 적정길이를 산출, 여기에 맞추어 일정간격으로 작업지를 배치하고, 시설부자어부에 맞추어 최종배치도를 구성하며, GT 나 JIT의 "U" 자 라인 배치구성에서도 본 시설배치의사결정지원 시스템에서 얻은 배치도를 초안으로 각기 성격에 맞추어 구체적으로 변형시키거면서 최종배치도를 얻을수있다. 이와같이 여러형태의 배치에도 실제적으로 본 시설배치의사결정지원시스템은 유용하게 쓰여질수 있다.

이런 내용들을 검토하여 보았을때 본 논문에 소개된 그래프이론접근의 시설배치 의사결정지원 시스템은 시설배치문제해결에 크게 기여할수 있으며, 특히 새로 공장등을 짓는다던지 여러형태의 배치도를 구성하기 앞서 초안(Initial Layout)을 요구하는 상황에 유용하게 사용될수 있음을 알수있다.

참고문헌

- Foulds, L.R. and Giffin, J.W., "A Graph-Theoretic Heuristic for Minimizing Total Transport Cost in Facilities Layout", Int. J. Prod. Res., Vol. 23, No. 6 (1985): 1247-1257.
- Foulds, L.R. and Robinson, D.F., "Graph Theoretic Heuristics for the Plant Layout Problem" Int. J. Prod. Res., (1978): 27-37.
- Lee, H.J., Heuristic Graph-Theoretic Approach in Facility Layout Problem: The Development of a Decision Support System, Ph.D. Dissertation, The Univ. of Texas at Arlington, Aug. 1988.
- Tompkins, J.A. and White, J.A., Facility Planning, John Wiley & Sons, Inc., 1984.