

유전체 내의 전계를 급수전개로 표시한  
모멘트방법을 적용한 파수영역의 역산란 방법

A Spectral Inverse Scattering Technique  
with Series-Expanded Field in Dielectric Object

0 최 현 철<sup>1</sup>, 김 세 윤<sup>2</sup>, 나 정 응<sup>1</sup>

<sup>1</sup> 한국과학기술원 전기 및 전자공학과

<sup>2</sup> 한국과학기술원 물리.전자 연구부

### ABSTRACT

A spectral inversion scheme, based on the moment-method procedure with series-expanded field within each cell by dividing the dielectric object into a small number of rectangular cells with large area, is developed to regularize the ill-posedness inherent in inverse scattering problems. One of the interesting features on the presented scheme is that the relative dielectric constant may be obtained by averaging over each cell. This averaging is expected to play an important role in regularizing the high-frequency effect due to noise.

### I. 서 론

산란된 전자파를 측정하여 얻은 자료로부터 물체의 특성을 재구성하는 역산란 문제에서 항상 발생하는 실제적이고도 힘든 문제인 ill-posed 특성을 regularization 하는 방안으로, 유전체를 비교적 큰 소영역으로 나눈 다음, 소영역내의 전계를 유한한 급수의 합으로 표현하는 모멘트방법에 의한 파수영역의 역산란 방법이 개발되었다. [1,2]

산란전계를 정확히 측정할 수 있으면 급수전개된 basis함수를 갖는 모멘트방법에 의한 파수영역의 역산란 방법으로 유전을 분포를 정확하게 재구성할 수 있었다. [3]

역산란 문제의 어려움은 산란된 전자파를 측정할 때 외부의 불필요한 신호 간섭이나 측정기기의

오차등으로 발생하는 잡음이 커서 이러한 잡음의 영향이 역산란 방법으로 재구성된 매질분포 특성에 엄청나게 증폭되어 나타나므로 원래의 매질분포 특성을 알아볼 수 없게 되기 때문이다. [4] 이와 같이 잡음이 역산란 방법으로 재구성된 매질분포에 미치는 영향을 ill-posedness라고 부르는데, [5] 산란전계에 포함된 잡음이 재구성된 비유전율분포에 미치는 영향은 주로 높은 파수성분으로서 공간영역에서의 비유전율 분포에는 극심한 고주파성분의 오차로 표현된다. [6] 그러나 급수전개된 basis를 갖는 역산란 방법에서는 소영역의 크기를 크게 취하였으므로 주어진 유전율 분포의 고주파성분의 스펙트럼까지 필요하지 않으므로 잡음의 영향을 받을 소지가 감소하며, 더우기 재구성된 유전을 값은 소영역내에서 함수형태로 주어지므로 소영역내에서 유전율분포의 평균을 취함으로써 측정된 산란전계의 잡음에 의해 생긴 고주파 성분의 오차를 줄일 수 있는 가능성을 제시하였다.

본 논문에서는 급수전개된 basis함수를 갖는 모멘트방법에 의한 파수영역의 역산란 방법에서, 잡음이 재구성된 유전율분포에 미치는 영향 및 ill-posed특성이 개선되는 정도를 살펴보기 위해 실제 수치계산을 수행하였다.

### II. 급수전개된 basis를 사용한 역산란 과정

필스 basis를 갖는 모멘트방법을 적용한 역산란 방법 [7]으로 재구성된 유전율분포는 입사파장에 비해 매우 작은 크기까지 구별되는 반면, 소영역의 갯수가 많아지므로 역산란 계산용량이 엄청나게 늘어나는 문제점이 있을 뿐만 아니라, 고주파 성분의 영향에 의한

ill-posed 특성을 갖게되어 잡음의 영향을 크게 받는 단점이 있다. [4] 이러한 문제점을 해결하기 위해 모멘트방법의 적용시 유전체 단면 \$S\$를 비교적 큰 \$M\$개의 소영역으로 분할한 다음, \$m\$번째 소영역 \$S\_m\$ 내의 유전율 \$\epsilon(x,y)\$를 소영역의 중심점에서의 유전율 값인 \$\epsilon\_m\$으로 근사화 시킨다. 이경우 소영역의 크기가 크기 때문에 \$S\_m\$ 내의 전개분포를 펄스 basis와 같이 상수값으로 나타내기는 곤란하므로 적당한 급수함수로 표현한다.

이와 같이 급수전개된 basis함수를 사용한 파수영역의 역산란 계산식을 사용하여 유전체내의 유전율분포를 계산하는 과정을 간단히 살펴보면, 먼저 유전체 외부에서 산란전계를 측정하여 얻은 자료로부터 유전체 내부에 유기되는 등가전류를 구한 다음, 재구성된 등가유기전류로부터 유전체 내부의 전개분포를 계산한다. 이와 같이 소영역내의 등가유기전류와 전개분포를 구하면, 임의의 \$m\$번째 소영역내의 비유전율 분포 \$\epsilon\_m(x,y)\$는 소영역내에서 함수형태로 주어진다. [2,3]

그러나 소영역내의 유전율 값은 하나의 값으로 가정하였기 때문에 다음과 같이 평균을 취하여 \$\epsilon\_m\$을 구할 수 있다.

$$\epsilon_m = \frac{\iint dx dy \epsilon_m(x,y)}{\iint dx dy} \quad (1)$$

즉 역산란과정을 거쳐 재구성된 \$\epsilon\_m(x,y)\$는 잡음이 있는 경우 고주파 성분의 오차가 들어 있으나 식(1)과 같이 소영역내에서 평균을 취함으로써 이러한 잡음의 영향을 regularization 시킬 수 있게 된다.

### III. 계산결과 및 검토

실제 잡음상황을 simulate하기 위하여 역산란 입력자료인 잡음이 섞인 산란전계 \$U^s\$를 다음과 같이 정의한다.

$$U^s = U^s + U^N \quad (2)$$

여기서 \$U^s\$는 오차가 없는 정확한 산란전계로서 모멘트 방법을 사용한 산란과정 [8]에 의해 computer로 계산하였으며, \$U^N\$은 첨가되는 잡음으로

$$U^N = \delta (n_1^r, n_1^m)$$

으로 주어진다. 잡음의 실수부인 \$n\_1^r\$과 허수부인 \$n\_1^m\$은 표준편차가 1이고 평균이 0인 Gaussian random variable이고, 잡음의 크기 \$\delta\$는

$$\delta = \sqrt{\frac{\|U^N\|}{\|U^s\|}} \quad (3)$$

으로 정해진다.

본 simulation에서 선택한 기본모형은 그림 1과 같이 \$y\$축 방향으로 위치한 막대형 유전체에 \$z\$방향으로 분극된 전자파가 \$x\$축 방향으로 입사하는 경우로 취하였다.

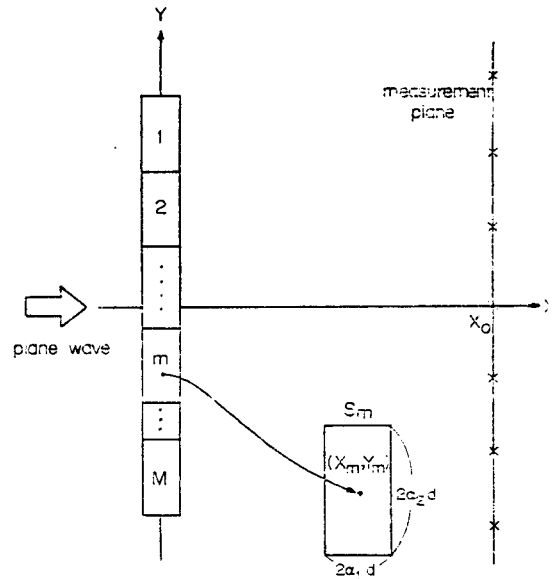


그림 1. 본 수치계산에 사용한 기본형의 구조

산란전계에 1% Gaussian형 잡음이 존재하는 경우, 펄스 basis를 갖는 모멘트방법에 의한 파수영역에서의 역산란방법 [7]을 사용한 역산란 결과는 그림 2와 같이 최대 1300%의 오차를 가지고 진동하게 되어 원래의 유전율 분포와는 엄청나게 차이가 나는 ill-posed 특성을 보여준다.

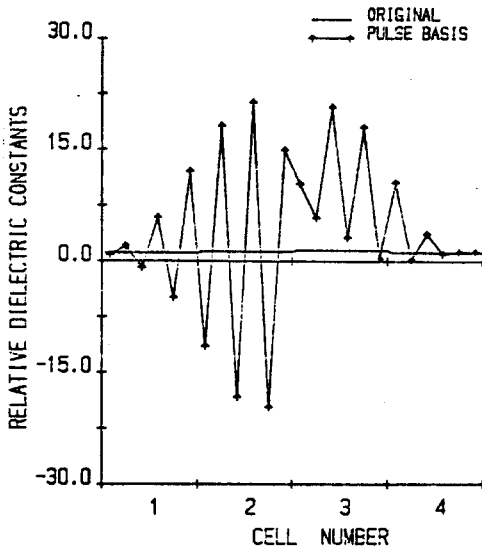


그림 2. 펄스 basis를 사용한 역산란 결과 (잡음수준:1%)

가지므로 잡음의 영향으로 인한 ill-posed 특성을 평균효과로도 근본적으로 없앨 수 없다.

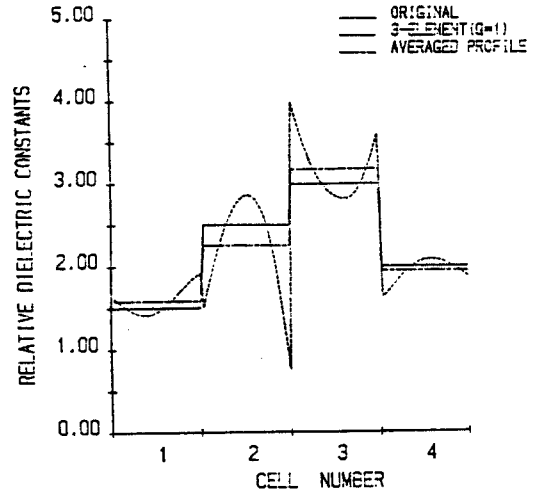


그림 3. 제시한 방법에 의한 역산란결과 (잡음수준:1%)

그러나 본 논문에서 적용한 급수전개된 basis함수를 갖는 역산란 방법으로 재구성한 유전율 분포  $\epsilon_m(x,y)$ 는 그림 3의 점선과 같이 오차가 상당히 줄어들어 최대 30%의 오차를 갖는다. 이 사실은 역산란 문제에서 산란체의 분할을 작게할 수록 ill-posed특성이 악화된다는 사실과 일치하며, [6] 소영역을 크게 분할하고, 소영역내의 전계를 급수전개로 표시함으로써 역산란 문제의 ill-posed특성을 regularization할 수 있음을 보여준다. 그러나 역산란시 소영역의 중심부근에서 역산란 계수를 구하며, 또한 소영역내의 전계를 급수전개의 합으로 표현할 때 전개계수를 유한하게 취하여 truncation되었으므로, 소영역의 경계부근에서는 원래의 전개분포에 대해 오차를 갖게 되며, 이로 인해 재구성된 유전율 분포는 소영역의 경계부근에서 비교적 큰 오차를 갖게 된다.

재구성된 유전율 분포  $\epsilon_m(x,y)$ 는 그림 3의 점선과 같이 약간의 오차가 있지만, 식(1)을 사용하여 평균한 경우 그림 3의 일점쇄선으로 보았듯이 재구성 오차가 5%로 더욱 감소한다. 평균효과에 의해 잡음의 영향으로 인한 재구성 오차를 줄일수 있으나, 재구성된 유전율 분포가 소영역의 경계부근에서 큰 오차를

잡음이 존재하는 경우 재구성된 유전율 분포는 각 소영역의 경계부근에서 큰 fluctuation을 갖는데 이는 역산란 과정에서 소영역의 중심 부근을 취하여 역산란 계수를 구하기 때문이며, 또 한편으로 소영역내의 전계를 유한한 급수의 합으로 표현시 생기는 truncation 오차에 의해서 발생한다. 물론 식(1)을 사용한 평균효과에 의해 이러한 오차를 줄일 수 있었으나, 소영역 경계부근의 오차가 커서 완전히 제거할 수 없다. 이와 같은 소영역 경계부근의 오차에 의한 영향을 제거하기 위해 평균을 취할 때 소영역의 중앙의 값을 소영역의 경계부근의 값보다 큰 weighting을 주는 weighting함수의 도입이 필요하며, 이 경우 소영역내의 유전율  $\epsilon_m$ 을 계산하는 식 (1)은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\epsilon_m = \frac{\iint dx dy \epsilon_m(x,y) f(x,y)}{\iint dx dy f(x,y)} \quad (4)$$

여기서  $f(x, y)$ 는 weighting함수로서, 본 논문에서는 다음과 같이 정규분포 함수로 선택하였다.

$$f(x, y) = A \exp\left(-\frac{(y-y_m)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (5)$$

여기서 A는 정규분포 함수의 크기로서,  $f(x, y)$ 의 면적이 소영역의 면적과 같은 크기를 갖도록 선택되며,  $\sigma$ 는 정규분포함수의 표준편차를 나타낸다.

식 (5)에 주어진 weighting함수의 표준편차의 변화에 따른 유전을 분포의 재구성 오차를 그림 4에 나타내었다.  $\sigma=0.138\lambda$ 일 때 재구성 오차는 0.5%로 원래의 분포를 거의 정확하게 재구성 할 수 있었다. 또한 표준편차의 변화에 따른 weighting 함수의 변화를 그림 5에 보였다. optimum인 경우 소영역의 경계부근의 효과를 적절하게 감소시키며,  $\sigma=\infty$ 인 경우는 weighting 함수의 효과가 없어 식 (1)을 사용하여 단순평균을 취한 결과가 되어 소영역 경계부근의 잡음의 영향을 regularization 할 수 없다.  $\sigma=0$ 인 경우 소영역 중심의 재구성 값을 나타내는 것으로 약간의 오차가 있다.

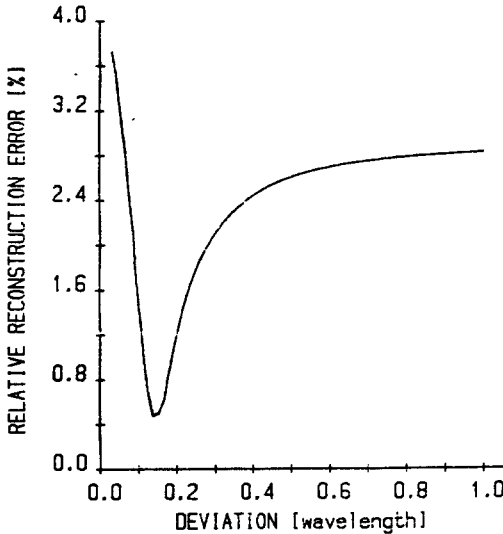


그림 4. weighting함수의 표준편차에 따른 재구성 오차

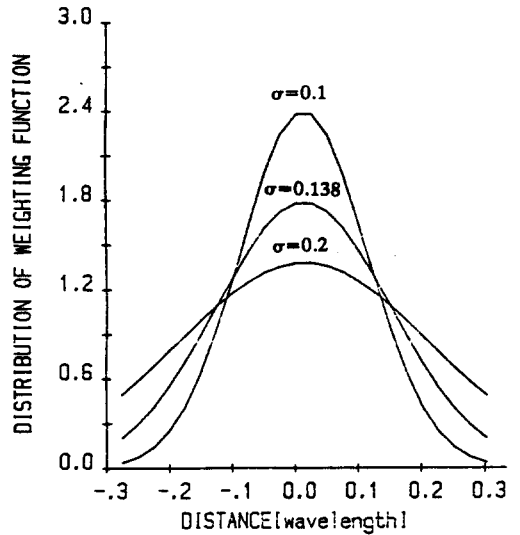


그림 5. 표준편차  $\sigma$ 에 따른 weighting함수의 분포

재구성 오차가 큰 경계부근의 영향을 제거하기 위하여 weighting함수를 도입해 본 결과 소영역 중심의 값을 소영역 경계부근의 값보다 큰 weighting을 주는 함수가 적절함을 알 수 있었으며, 본 논문에서의 같은 정규 분포함수를 weighting함수로 사용함으로써 1%의 잡음이 있을 때, 잡음 수준보다 작은 0.5%의 재구성 오차를 얻었다. 그러므로 제시한 역산란 방법으로 잡음의 영향으로 생긴 ill-posed특성을 거의 제거할 수 있음을 확인하였다.

#### IV. 결 론

급수 전개된 basis함수를 갖는 모멘트 방법에 의한 파수 영역의 역산란 방법, 역산란 입력자료인 산란전계 측정시의 오차, 계산 오차 및 외부의 불필요한 신호에 의한 잡음이 존재하는 상황에 대해 적용시켜 수치계산으로 유전을 분포를 재구성한 결과, 역산란 문제에서 항상 발생하는 실제적이고 힘든 문제인 ill-posedness를 개선할 수 있음을 보였다.

이는 소영역의 크기를 크게 취함으로써 원래 구하고자 하는 유전분포의 스펙트럼중 고주파성분이

줄어들어서 잡음의 영향을 받을 소지가 감소하기 때문이다. 또한 제시한 역산란 방법의 평균효과에 의해 잡음의 영향으로 인해 발생한 고주파 성분의 재구성오차를 제거할 수 있음을 보았다.

그러나 역산란 계산시 소영역의 중심부근에서 역산란 계수를 구하므로 소영역의 경계부근에서 재구성 오차가 커지며, 유전체내의 전개분포를 유한한 급수의 합으로 표현하였기 때문에 소영역 경계부근의 재구성 오차가 커지는데, 이러한 소영역 경계 부근의 오차를 줄이기 위해 소영역의 중앙의 값을 소영역 경계의 값보다 크게 weighting을 주어 평균한 결과, 잡음의 영향에 의한 ill-posedness를 거의 제거할 수 있었다.

233-235, Seoul, Korea, Nov., 1988.

- [8] J. H. Richmond, " Scattering by a dielectric cylinder of arbitrary cross section shape," IEEE Trans. Antennas and Propagate., Vol.13, pp. 334-341, 1965.

### 참 고 문 헌

- [1] H.C.Choi, S.Y.Kim, and J.W.Ra, "Regularization of permittivity profiles reconstructed by a spectral inverse scattering scheme," to be published in Microwave and Optical Technology Letters
- [2] 김세운, 최현철, 나정웅, "급수전개된 basis함수를 갖는 모멘트방법에 의한 파수영역의 역산란 방법, I부; 이론," 전자공학회지 논문지, 제25권, 제11호, pp.135-142, 1988.
- [3] 최현철, 김세운, 나정웅, "급수전개된 basis함수를 갖는 모멘트방법에 의한 파수영역의 역산란 방법, II부; 수치계산," 전자공학회지 논문지, 제25권, 제11호, pp.125-134, 1988.
- [4] 김세운, 윤태훈, 나정웅, "모멘트방법을 이용한 새로운 역산란 계산방법, II; 잡음의 영향," 전자공학회지, 제25권, 제3호, pp.15-24, 1988.
- [5] A. N. Tikhonov and V. Y. Arsenin, Solutions of ill-posed problems, John-Wiley, 1977.
- [6] H. P. Baltès, ed., Inverse scattering problems in optics, Springer-Verlag, 1980.
- [7] J. M. Lee, H. C. Choi, S. Y. Kim, and J. W. Ra, "An inverse technique by using moment methods in spectral domain," JC-MECOD'88, pp.