

**f-theta lens용 extended holographic zone plate(EHGP)의 설계**  
**(Optimization of extended holographic zone plate for f-θ lens)**

이상수<sup>■</sup>, 이승걸  
 (인하대학교 공과대학 응용물리학과)

**ABSTRACT**

**EHGP** is a kind of holographic optical element, which is generated by the interference of two divergent spherical waves from point sources on the same axis. It has the spherical aberration that the focal power increases as the radial distance  $r$  increases. By using this property, optimal design of EHGP was performed for  $f\text{-}\theta$  lens. As the result of optimization, the  $f\text{-}\theta$  condition and the field flattening condition were well satisfied when EHGP has  $f_0 = 0.803f$ ,  $f_R = 4.076f$ ,  $l = 0.406f$ . It was assumed for calculation of field flattening condition that the incident wave was a plane wave with the diameter of 1 mm.

**서 론**

최근에 들어 점차 관심이 높아져 가고 있는 **holographic optical element(HOE)**는 기존의 광학소자에 비해 얇고 가벼우며, 제작과 복제가 간단하며, 여러종류의 HOE를 동일한 기록 매질 내에 동시에 기록할 수 있다는 장점을 지니고 있다. 또한 글꼴이나 반사가 아닌 회절을 이용한 소자로서, 색수차가 심하므로 좁은 spectrum영역에서만 사용이 가능하다는 특징이 있다.[1]

이와같은 특징을 가지고 있는 HOE는 그 응용범위가 점차 확대되어, head-up display[1], bar-code reader[2],[3],로부터 최근에는 광 디스크의 optical head[4],에 이르기 까지 널리 이용되고 있다.

HOE의 기본이 되는 **holographic zone plate**는 그 geometry에 따라 평면파와 발산 구면파의 간섭으로 만들어지는 **interferometric zone plate (IZP)**[2], N개의 발산 구면파와 수령 구면파의 간섭으로 만들어지는 **generalized holographic zone plate (GHZP)**[3], 두개의 발산 구면파로 만들어지-

는 **extended holographic zone plate (EHGP)** [3] 등 크게 세 종류로 나눌 수 있으며, 이들의 recording geometry는 그림 1과 같다.

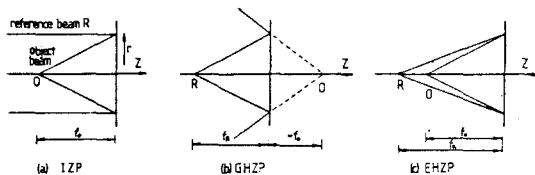


Fig. 1 Recording geometry of three kind of zone plates. O and R denote object beam and reference beam, respectively.

그림 2에서 각 zone plate들의 radial distance  $r$ 에 따른 focal power의 변화를 볼 수 있다. 우선, IZP는  $r$ 에 대해 일정한 focal power를 가지고 있으며 GHZP는  $r$ 에 따라 focal power가 감소하지만 EHGP는  $r$ 에 따라 focal power가 증가하는 특성을 가지고 있다. 본 연구에서는 EHGP의 이러한 성질을 이용해 laser printer, laser scanning micrometer 등에 사용되고 있는  $f\text{-}\theta$  lens를 최적 설계하였다.

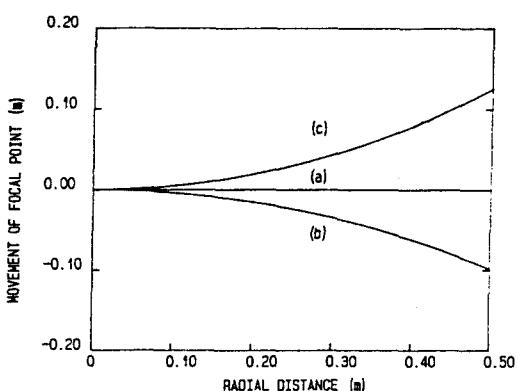


Fig. 2 Variation of focal point with respect to the radial distance  $r$  for three kind of zone plates.  
 (a) IZP, (b) GHZP, (c) EHGP

이 톤

1. EHZIP에 의한 결상

그림 3과 같이 일정한 각속도로 회전하는 거울을 렌즈방향으로 사용한 laser 광 주사계에서는 주사면에서 일정한 선속도의 주사선을 얻기 위해  $f\theta$  lens를 사용한다. 여기서  $f$ 는 회전거울의 반사점과 EHZIP 간의 거리,  $f$ 는 EHZIP의 축점거리,  $y$ 는 주사면에서 상의 높이,  $\theta$ 와  $\theta_d$ 는 각각 주사각 및 회절각이며 EHZIP에 평면파가 입사한다고 가정하였다.

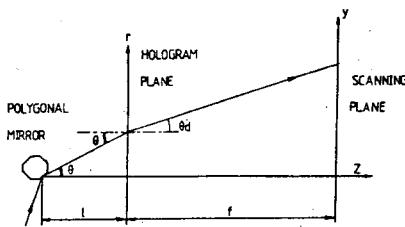


Fig. 3 The scanning system using EHZIP as a  $f\theta$  lens.  
l is the distance between the hologram plane and the reflection point of the rotating mirror;  
and  $f$  is the focal length of EHZIP.

만일 recording plane으로 부터 각각  $f_0$ 와  $f_n$ 의 거리에 위치한 두 점광원에 의해 EHZIP가 형성된다면, 이때 EHZIP plane 상의 위상변화  $\phi(r)$ 와 축점거리  $f$ 는 각각

$$\phi(r) = (2\pi/\lambda) [(r^2 + f_0^2)^{1/2} - f_0 - (r^2 + f_n^2)^{1/2} - f_n] \quad (1)$$

$$1/f = 1/f_0 - 1/f_n \quad (2)$$

로 주어진다. 한편 식(1)의  $r$ 에 대한 면미분은 EHZIP의 grating vector  $K(r)$ 로 정의되며 1 차 회절파의 회절각  $\theta_d$ 는 다음과 같이 계산된다.

$$K(r) = \frac{\partial \phi(r)}{\partial r} = \frac{2\pi}{\lambda} \left( \frac{r}{\sqrt{r^2 + f_0^2}} - \frac{r}{\sqrt{r^2 + f_n^2}} \right) \quad (3)$$

$$\sin\theta - \sin\theta_d = (\lambda/2\pi) K(r) \quad (4)$$

여기서 입사파는 광축을 지나 EHZIP에 입사한다고 가정했으며,  $\theta$ 는 주사각으로서 radial distance  $r$ 과는  $r = l \tan\theta$ 의 관계를 가진다. 식(4)로부터 회절각  $\theta_d$ 는

$$\theta_d = \sin^{-1} [\sin\theta - (\lambda/2\pi) K(r)] \quad (5)$$

가 된다. 또한 그림 3의 주사면은 EHZIP의 secondary focal plane과 일치하며 상의 높이  $y$ 는

$$y = l \tan\theta + f \tan\theta_d \quad (6)$$

으로 쓸 수 있다.

주사각이  $\theta$ 인 입사파의 상거리  $b(r)$ 에 관한 표현식은 그림 4로 부터 구할 수 있다. 유한한 반경을 갖는 평면파가 입사하는 경우, 동일한 주사각에 대해  $r$ 이 각 ray마다 달라지므로 식(5)로 주어지는 회절각  $\theta_d$ 도 달라질 것이다. 이때 상거리  $b(r)$ 은 그림 4의 ray a 와 b의 회절파가 이루는 교점과 EHZIP 간의 거리로 정의되며 두 ray의 회절각을  $\theta_d^a$ ,  $\theta_d^b$ 라 하면

$$b(r) = \frac{2\Delta r}{\tan\theta_d^a - \tan\theta_d^b} \quad (7)$$

로 표현된다.

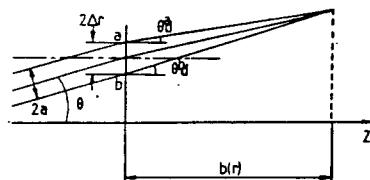


Fig. 4 Calculation of the image distance  $b(r)$ .  
It is assumed that the incident beam is plane wave and its diameter is  $2a$ .

그런데 각속도  $\omega$ 로 회전하는 거울에 의해 주사되는 경우 주사각은  $\theta = \omega t$ 로 주어지므로 주사면 상에서 주사선의 선속도가 일정하기 위해서는 상높이  $y$ 가  $y = f \cdot \theta$ 로 주어져야 하는데 이를  $f\theta$  조건이라 한다. 그림 3의 주사계가  $f\theta$  조건을 만족하기 위해서는 식(6)에서 구해진  $y$  값이  $y = f \cdot \theta$ 를 만족해야 하므로 scan linearity %를 아래와 같이 정의하여  $f\theta$  조건의 만족도를 구한다.

$$\epsilon(\%) = [(y - f \cdot \theta) / (f \cdot \theta)] \cdot 100 \quad (8)$$

$f\theta$  조건 외에도 EHZIP에 의해 회절되어 주사면에 도달하는 입사파의 상점은 주사각에 관계없이 항상 주사면에 결상되어야 하는데 이를 field flattening 조건이라 하여 다음과 같이 정의한다.

$$\Delta b(r) = [(b(r) - f) / f] \quad (9)$$

따라서 최적화될 EHZIP는  $r$ 에 관계없이 주사면에서 일정한 주사속도를 가져야 하며, 또한 상점이 언제나 주사면에 결상되어야 함을 알 수 있다.

## 2. EHZIP f-θ lens 의 최적화 [5]

이상적인 f-θ lens 탄식(8), (9)에서 주어진  $E$ ,  $\Delta b(r)$  이  $r$ 에 관계없이 항상 0이 되어야 하므로 최적화 과정에서 필요한 merit function 을 다음과 같이 정의한다.

$$G(1, f_0) = \sum_{i=1}^N \left\{ \left[ \frac{f_0}{f} \frac{\tan \theta_i}{\theta_i} + \frac{\tan \theta_i}{\theta_i} - 1 \right]^2 + \left[ \frac{f_0 r}{f} - 1 \right]^2 \right\} \quad (10)$$

여기서 Merit function에 영향을 주는 parameter는  $f_0$ ,  $f$ . 1이지만  $f_0$ 은  $f$ 로부터 구할 수 있으므로 최적화 과정의 변수는  $1$ ,  $f_0$ 로 한정될 수 있다. 그러므로 merit function의 값이 최소가 되는 1과  $f_0$ 를 결정함으로써 이상적인 f-θ lens에 가까운 EHZIP를 설계할 수 있다.

## 결과 및 논의

이론의 여러 관계식을 이용해 축점거리  $f$ 인 f-θ lens 용 EHZIP의 분석 및 설계를 시도하였으며 식(9)를 merit function으로 정의하여 최적 설계한 결과, ±20°이내의 주사각에 대해  $f_0 = 0.803f$ ,  $1 = 0.406f$ 인 값에서 최적화될 수 있었다. 그림 5는 0°에서 20°의 주사각에 대해 최적화된 EHZIP의 scan linearity와 field flattening condition을 나타낸 것으로, scan linearity는 0.0219% 이하이며, field flattening condition  $\Delta b$ 는 0.0025 이하로서 f-θ lens로 적합하다는 것을 알 수 있다.

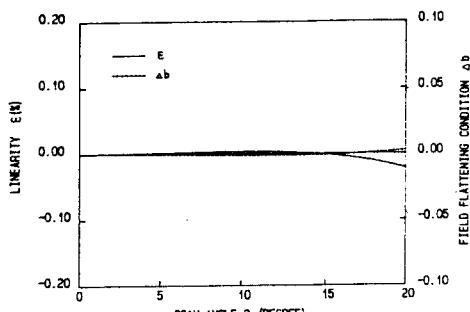


Fig. 5 Scan linearity  $E$  and field flattening condition  $\Delta b$  of EHZIP with respect to scan angle  $\theta$ . ( $f = 0.803f$ ,  $f = 4.076f$ ,  $1 = 0.406f$ )

또한  $f_0$ 를 1.00  $f$ 로 고정시키고 1에 대해서만 최적화하여 EHZIP와 달리 구면수차를 가지지 않는 IZP가 f-θ lens로 사용 가능한지를 조사해 보았다. 그 결과  $1 = 0.482f$ 에서 최적화되었으나 그림 6에서 알 수 있듯이 field flattening condition은 대체로 만족되지만 scan linearity는 이상적인 경우에서 크게 벗어나므로 f-θ lens로는 부적합하다는 것을 알 수 있다.

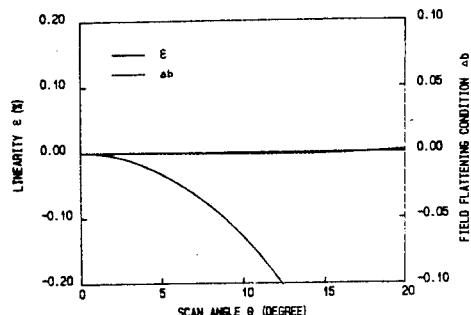


Fig. 6 Scan linearity  $E$  and field flattening condition  $\Delta b$  of IZP with respect to scan angle  $\theta$ . ( $f = 1.000f$ ,  $1 = 0.482f$ )

그림 7은 최적화된 f-θ lens 용 EHZIP의 spot diagram을 나타낸 것으로 (a)-(e)에서 주사각은 각각 0°, 5°, 10°, 15°, 20°이다. spot diagram의 크기는 최대 2.0 μm 정도임을 알 수 있으나, 일반적으로 laser 주사계에서는 입사파의 직경이 작고 축점거리가 길기 때문에 회절에 의한 Airy's disk와의 비교는 큰 의미를 가지지 않는다.

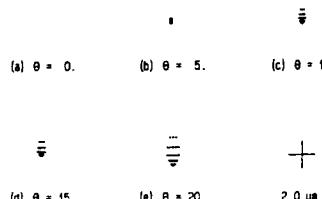


Fig. 7. Spot diagram of EHZIP on the scanning plane. The vertical axis represents the scanning axis and  $\theta$  is scan angle.

## 결론

지금까지 기존의 광학소자에 비해 여러 장점을 지니고 있는 HOE로써 광 주사계에 사용되는 f-θ lens를 최적 설계하기 위해 radial 방향에 대해 focal power가 증가하는 성질을 가진 EHZIP의 성질을 알아 본 후 f-θ lens의 두 조건이 동시에 만족 되도록 merit function를 정의하여 최적화 시켰으며 최적화된 결과로 부터 scan linearity, field flattening 조건 및 spot diagram을 통하여 그 성능을 평가하였다. 그 결과 최적 설계된 EHZIP f-θ lens는 기존의 광학소자를 대신하여 광 주사계에 사용이 가능함을 알 수 있었다.

최적 설계된 EHZIP f-θ lens가 실용화 되기 위해서는 높은 회절 효율을 갖는 기록 매질과 정확한 기록이 되기 위한 optical alignment 및 복제를 통한 대량 생산이 가능하여야 한다.

따라서 실제로 EHZIP f-θ lens를 제작하기 위해서는 해결되어야 할 문제들이 많지만 Holographic Optical Element의 이용 가능성을 제시하였다는데에 구현을 더 어렵게 만난다.

수 있겠다.

참고 문헌

- [1] D. H. Close, Opt. Eng. 14, 408(1975).
- [2] H. Ikeda, M. Ando and T. Inagaki, Appl. Opt. 18, 2166(1979).
- [3] Y. Ono and N. Nishida, Appl. Opt. 26, 1137(1987).
- [4] Y. Kimura, S. Sugama and Y. Ono, Appl. Opt. 27, 668(1988).
- [5] J. Merion, Appl. Opt. 7, 667(1968)