고출력 레이저-증폭기 계열의 Isolator설계-(II)

(Design of an Isolator of High Power Laser-Amplifier Series-(II))

나승한[o], 김윤명[o*], 이상수[oo]

o단국대학교 전자공학과 oo한국과학기술원 물리학과

Seung-Han Ra[o], Youn-Myung Kim[o*], Sang-Soo Lee[oo]

o Dept. of Electronics Engineering, Dankook University

oo Dept. of Physics, Korea Advanced Institute of Science and Technology

Abstract

A Faraday rotator is designed with the HOYA FR-5 rotator glass. We find that traveling light rotates 45° in the glass when magnetic field intensity is about 3.0×10^5 AT/m.

The current of 2.7 kA flowing in the coil of the 9 cm diameter, 29 cm long and 41 windings generates this magnetic field.

A pulse forming network is designed for this current of 84 μsec duration. The network is analyzed numerically to find the relevant circuit parameters for the flattest current waveform.

1. 서 론

광이 어떤 매질속을 진행하다가 굴절율이 다른 매질로 진행하여 가면 두매질의 경계면에서 일정량의 반사가 일어나게된다. 이러한 반사는 대개는 무반사 coating 에 의하여 그 크기가 작지만 큰 출력의 LASER 증폭기 system 에서는 반사된 광이 증폭되어 입력단에 손상을 입힐수 있으므로 이러한 반사광으로 부터 입력단을 보호하기 위한 하나의 방법으로 Faraday rotator 가 쓰이게 된다.

이 rotator 에는 일정시간 동안 강한 자계가 요구되는데 이를 생성시키기 위하여 일정시간동안 지속되는 고 전류가 필요하다.

여기서는 이 장치에 필요한 자계와 전류를 구하고 이러한 전류를 흐르게 하기위한 PFN (Pulse Forming Network) 을 설계하고 computer 를 이용하여 예상되는 전류의 파형을 계산하였다.

2. 본 론

가) Faraday rotator 의 설계

Faraday rotator 의 구조가 다음과 같을때 이를 통과한 광이 입사된 광과 45° 의 편광각의 차를 갖게하기 위해서 다음 식을 이용한다 [1].

$$\theta = VDH \qquad (1)$$

여기서 θ 는 광의 회전각이며, V 는 Verdet 상수이고, D 는 광 회전기의 길이이고, H 는 회전기 내부에서 자계의 세기이다.

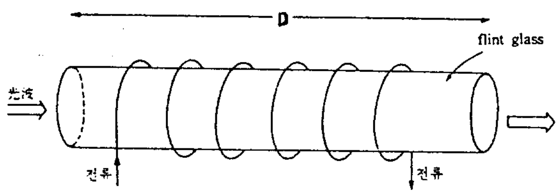


그림1. Faraday rotator

이 설계에서 사용되는 glass 의 사양은 다음과 같다 [2].

rotator glass : HOYA FR-5

length : 10 cm

diameter : 17 mm

Verdet constant : -0.071 min/Oe-cm

이러한 규격의 rotator glass 로 45° 의 회전각을 얻기 위해서 필요한 자계를 구하려면 다음과 같은 과정이 필요하다.

$$45° = 2.700 \text{ min} = 0.071 \times 10 \times H \text{ min} \qquad (2)$$

$$H = 3.802 \text{ Oe} \qquad (3)$$

단위로서 Oe (Oersted) 를 자계의 세기인 H 은 AT/m 및 자속밀도 B 의 Wb/m^2 의 단위로 바꾸기 위한 환산식은 다음과 같다.

$$1 \text{ AT/m} = 4\pi \times 10^{-3} \text{ Oe} \qquad (4)$$

따라서

$$H = 3.802/(4\pi \times 10^{-3}) \text{ AT/m}$$

$$= 3.026 \times 10^{5} \text{ AT/m} \qquad (5)$$

$$B = \mu_0 H = 3.802 \times 10^{-4} \text{ Wb/m}^2$$

$$= 3.802 \text{ kGauss} \qquad (6)$$

이러한 자계를 얻기위한 coil 의 전류를 구해보자. Faraday rotator 에서 coil 은 solenoid 구조로 되어 있으므로 다음의 그림과 같은 solenoid 구조의 loosely distributed magnetic field 에 대해 풀면 다음과 같다.

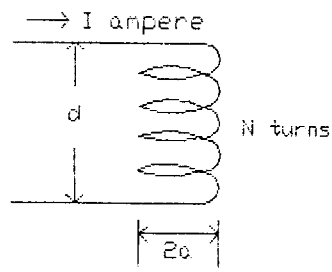


그림 2. solenoid 구조

$$Hd = kNI \quad (k \simeq 0.8) \qquad (7)$$

$$H = kNI/d \qquad (8)$$

$$B = \mu_0 H = \mu_0 kNI/d \qquad (9)$$

$$\phi = BA = \mu_0 kNI \cdot \pi a^2 /d \qquad (10)$$

$$L = N\phi/I = \pi \mu_0 kN^2 a^2 /d \qquad (11)$$

여기서 NRL (Naval Research Lab.) 의 design 대로 따르면 [3],

$$a = 4.5 \times 10^{-2} \text{ meter} \qquad (12)$$

$$N = 41 \text{ turns} \qquad (13)$$

$$d = 0.29 \text{ meter} \qquad (14)$$

이고, 측정된 solenoid 의 inductance 는 39 μH 이다. 그런데 앞의 식(11)에 의한 값은 37 μH 이므로 k 의 값이 타당함을 알수 있다. 또한 이 구조의 solenoid 에서는,

$$I = Hd/kN$$
$$= (3.026 \times 10^5) \times 0.29/(0.8 \times 41)$$
$$= 2.675\ A \qquad (15)$$

가 흐르면 45° 의 광 회전이 가능하다.

ㄴ) PFN (Pulse Forming Network) 의 수치해석

전압 V3 와 전류 i3 에 대한 계산결과의 파형은 부록에 실어 놓았으니 참고 바란다.

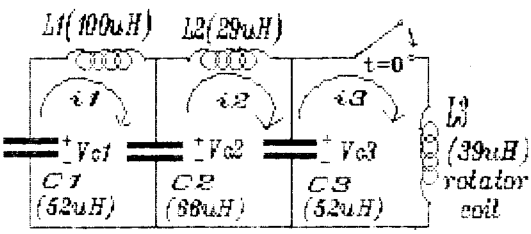


그림 3. PFN 의 회로도

여기서는 전이행렬 (transition matrix) 을 이용한 전류와 전압의 해석 방법에 관해 설명하겠다 [4] [5]. 먼저 이 회로에 대한 방정식을 세우면 다음과 같다.

$$V_{c1} = L1\frac{di1}{dt} + V_{c2} \qquad (16)$$

$$V_{c2} = L2\frac{di2}{dt} + V_{c3} \qquad (17)$$

$$V_{c3} = L3\frac{di3}{dt} \qquad (18)$$

$$i1 = -C1\frac{dV_{c1}}{dt} \qquad (19)$$

$$i2 = i1 - C2\frac{dV_{c2}}{dt} \qquad (20)$$

$$i3 = i2 - C3\frac{dV_{c3}}{dt} \qquad (21)$$

이를 상태방정식으로 고치기 위하여 정리하면,

$$\frac{dV_{c1}}{dt} = -\frac{i1}{C1} \qquad (22)$$

$$\frac{dV_{c2}}{dt} = \frac{1}{C2}(i1-i2) \qquad (23)$$

$$\frac{dV_{c3}}{dt} = \frac{1}{C3}(i2-i3) \qquad (24)$$

$$\frac{di1}{dt} = \frac{1}{L1}(V_{c1}-V_{c2}) \qquad (25)$$

$$\frac{di2}{dt} = \frac{1}{L2}(V_{c2}-V_{C3}) \qquad (26)$$

$$\frac{di3}{dt} = \frac{V_{c3}}{L3} \qquad (27)$$

여기에서 다음과 같이 상태변수를 정하면,

$$X1=V_{c1},\ X2=V_{c2},\ X3=V_{c3},\ X4=i1,\ X5=i2,\ X6=i3 \qquad (28)$$

이의 상태행렬은 다음과 같이 된다.

$$\begin{bmatrix} X1' \\ X2' \\ X3' \\ X4' \\ X5' \\ X6' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -1/C1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/C2 & -1/C2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/C3 & -1/C3 & 0 \\ 1/L1 & -1/L1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/L2 & -1/L2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/L3 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X1 \\ X2 \\ X3 \\ X4 \\ X5 \\ X6 \end{bmatrix} \qquad (29)$$

여기서 ' 은 시간미분을 나타낸다.

기본적인 상태방정식 $X' = AX + BU$ 에서, U 는 입력 신호로서 이 경우 zero matrix

이므로 $X' = AX$ 가 되었다. 또한 위의 상태방정식에서 다음과 같은 방정식이 유도되므로 각 상태변수에 관하여 해를 구할수 있다.

$$X(t) = \Phi(t)X(0) + \int_0^t \Phi(t-\tau) \times BU(\tau)d\tau \quad (30)$$

입력행렬 $U(\tau)$ 는 여기서 영 행렬 이므로,

$$X(t) = \Phi(t)X(0) \quad (31)$$

$X(0)$ 는 초기의 전압 전류의 matrix 이므로 결정되어 있고 , 따라서 천이행렬 $\Phi(t)$ 가 구해지면 이를 위의 식에 대입하여 각 상태변수를 구할수 있다. 여기서 $\Phi(t)$ 를 구하면 다음과 같다.

$$\Phi(t) = \mathrm{Exp}(At) \quad (32)$$

이를 series 전개로 풀면 다음과 같이 된다.

$$\mathrm{Exp}(At) = I + At + (At)^2/2! + \cdots = \sum_{n=0}^{\infty} A^n t^n/n! \quad (33)$$

이 식을 computer 를 사용하여 풀면 정확하게 천이행렬의 값을 구할수 있다.

다음은 천이행렬에서 요구되는 오차를 만족하기 위해서 식(33)에서 몇째항까지 구해야 하는지에 대하여 설명 하겠다. 먼저 천이행렬을 다음과 같이 놓자.

$$\mathrm{Exp}(At) = M + R \quad (34)$$

$$M = \sum_{n=0}^{p} (A^n T^n/n!) \quad (T=t) \quad (35)$$

$$R = \sum_{n=p+1}^{\infty} (A^n T^n/n!) \quad (36)$$

행렬 $\mathrm{Exp}(At)$ 의 각 요소가 적어도 유효숫자 b 까지 정밀하도록 하면,

$$|r_{ij}| \le 10^{-b}|m_{ij}| \quad (37)$$

행렬 A 의 norm 을 다음과 같이 정의 하면,

$$\mathrm{norm}\ A = \|A\| = \sum_{i,j=1} |a_{ij}| \quad (38)$$

이때,

$$\|A^n\| \le \|A\|^n, \quad n=1,2,3,\cdots \quad (39)$$

이 성립 하므로,

$$|r_{ij}| \le \sum_{n=p+1}^{\infty} \|A\|^n T^n/n! \quad (40)$$

여기서 식(40) 우변의 두번째 항과 첫번째 항의 비를 $\in$ 라 정의하면 다음과같다.

$$\in = \|A\| T/(p+2) \quad (41)$$

$$\|A\| T/n \le \in, \quad (n \ge p+2) \quad (42)$$

또한 식(42)을 식(40)에 대입하면 다음과같다.

$$|r_{ij}| \le \|A\|^{p+1} T^{p+1}(1+\in+\in^2+\cdots)/(p+1)! = \|A\|^{p+1}T^{p+1}/[(1-\in)(p+1)!] = (\|A\|T)^{p+1}/[(1-\in)(p+1)!] \quad (43)$$

오차는 식(43)의 값 보다 작으므로 이 식을 식(37)에 대입하면 요구되는 오차에 대한 항의 수를 결정할수 있다.

$$(\|A\|T)^{p+1}/[(1-\in)(p+1)!] \le 10^{-b}|m_{ij}| \quad (44)$$

즉 식(44)가 만족 될때까지 p 의 값을 하나씩 증가시켜 나가면 된다. 이 계산에서는 b=7 로 하였다.

ㄷ) coil 에 흐르는 전류의 파형 조작

그림 3. 의 회로에서 C1, C2 및 C3 는 각각 52 μF, 66 μF, 52 μF 으로서 결정되었다. 여기서 L1 및 L2 를 적절히 조절하여 coil 전류 i3 를 ±1% 범위내에서 84 μsec 정도로 지속하도록 하였다. 조절된 L1 및 L2 의 값은 각각 100 μH 및 29 μH 이다. 특히 여기서 L1 은 NRL 의 design 값 보다 2배 정도 증가시켰다.

capacitor 들의 초기 충전전압을 2.0 kV 로 하면 평탄시의 i3 는 대략 2.7 kA 정도 이었고 이 전류로서 45° 광 회전이 가능하다.

3. 결 론

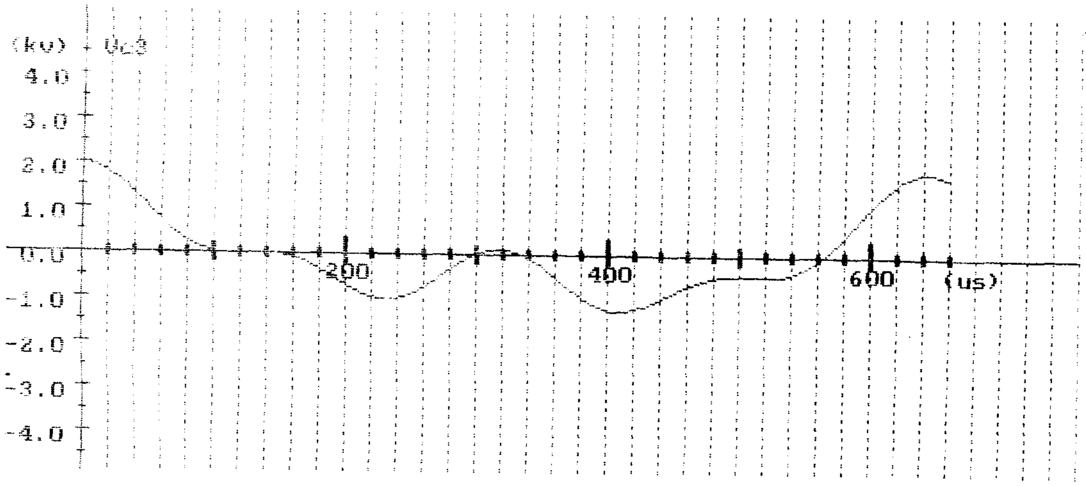
HOYA FR-5 의 Faraday rotator 를 통과한 파가 45° 의 광회전을 하도록 하기위해서는 9.8 kG 의 자속밀도가 요구된다. 이 자속밀도는 직경 9 cm, 길이 29 cm, 권선수 41회의 coil 에 약 2.7 kA 의 전류가 흐를때 생성시킬수 있다.

또한 PFN (pulse forming network) 에서 이 전류를 흐를수 있게하는 초기의 전원을 구하기 위하여 computer 계산 방법에 관하여 설명하였으며, 그 결과 2.0 kV 의 전원으로 2.7 kA 의 전류를 ±1% 의 오차범위 내에서 약 84 μsec 유지할수 있음을 알았다.

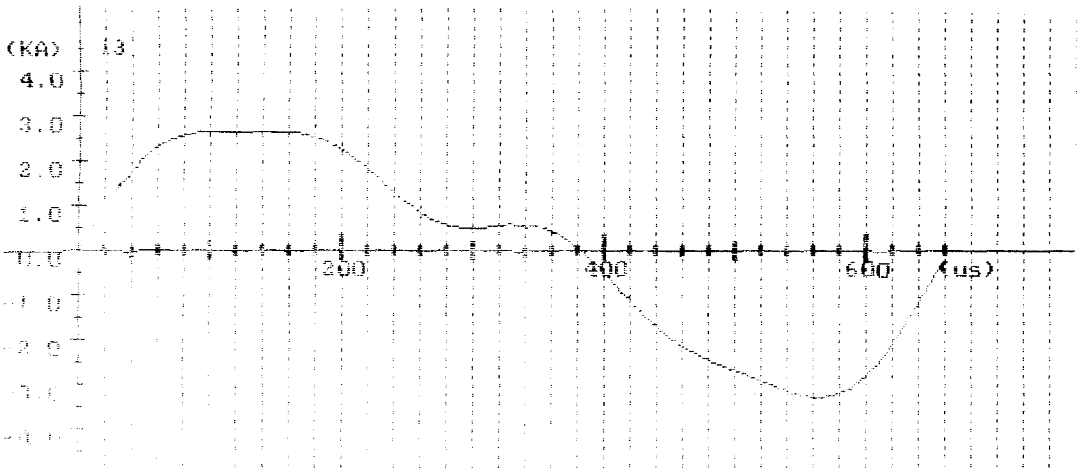
4. 참 고 문 헌

1. 이 상 수, 레이저광학, 재판, pp. 168-170, 교학연구사, 1986.
2. Catalog of Hoya Corporation .
3. O. C. BARR, J. M. McMAHON, and J. B. TRENHOLME, " A Large-Aperture High-Extinction-Ratio Faraday-Rotator Isolator," IEEE Journal of Quantum Electronics, vol. QE-- , pp. 1124-1125, (Nov. 1973)
4. S.M. SHINNERS, 전희영 외 3인 번역, 제어공학 , pp. 57-76 , 청문각 , Jan. 1987.
5. DONALD M. WIBERG, State Space and Linear Systems (Schaum's Outline Series), pp. 99-111, McGRAW-HILL, Jun. 1981.

부 록



부록 그림 1. rotator 의 coil 에 걸리는 전압의 파형. capacitor C3 에 걸린 전압 Vc3 의 초기값은 2.0 kV 이며, t=0 에서 spark gap switch 가 닫힌다. 100 µs < t < 150 µs 사이에서 Vc3 ≈ 0, 즉 coil 전류가 거의 일정함을 알 수 있다.



부록 그림 2. rotator coil 에 흐르는 전류의 파형. spark gap ignition 후 약 [illegible] µsec 에서 170 µsec 동안 균일한 전류(≈ 2.7 kA) 를 유지한다.