

Thermal lensing 효과를 고려한 tunable Alexandrite laser 의 공진기 설계

Design of a tunable Alexandrite laser resonator considering thermal lensing effect

*
윤대현, 김규욱, 원종욱
Tai Hyun Yoon, Gyu Ug Kim, Jong Wook Won

Laser Laboratory
Korea Standards Research Institute

<Abstract>

The Alexandrite ($\text{Cr}^{3+}:\text{BeAl}_2\text{O}_6$) laser is one of the promising tunable (vibronic) solid state laser developed recently in the near infrared region (700 ~ 800 nm) of the spectrum. The thermal lensing effect of rod may effect stable mode oscillation of the solid state laser. A design procedure of the Alexandrite laser resonator considering rod thermal lensing effect and misalignment sensitivity of the resonator will be presented.

1. 서론

1970년대 말부터 새로이 vibronic 전이를 이용한 tunable 고체 레이저가 개발되었다.¹ 대표적인 tunable 고체레이저로는 Alexandrite 레이저², Titanium doped Sapphire($\text{Ti}:\text{Al}_2\text{O}_3$) 레이저³, 그리고 $\text{Co}:\text{MgF}_2$ 레이저 등이 있다.⁴ 이들은 모두 전이원소 (transition element) 인 Ti^{3+} , Cr^{3+} , Co^{2+} 등이 Al^{3+} , Mg^{2+} 원소들을 치환하여 생긴 결정에서 활성원자로서 레이저 발진에 기여하고 있다. 이들 대표적인 tunable 고체 레이저의 tuning 영역을 cw 및 pulse 동작에 대하여 그림 1에 나타내었다.

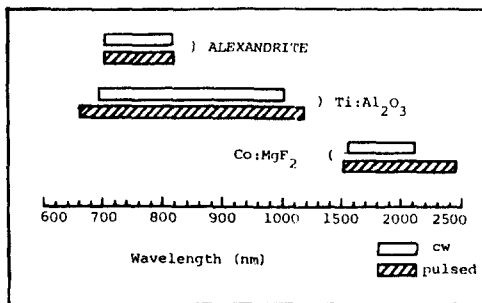


Fig. 1 Tuning ranges of three prominent tunable solid state lasers.

한편 tunable 고체 레이저는 일반적으로 flash lamp 나 arc lamp 에 의한 펌핑과^{5,6} 레이저광에 의한 longitudinal pumping으로⁷ 레이저를 동작시킬 수 있다. 그런데 flash lamp 나 arc lamp로 펌핑한 고반복률 pulse 레이저나 cw 레이저인 경우 레이저 봉(rod)에 가해진 열에

의하여 레이저 봉이 렌즈역할을 하여 안정된 모드발진에 심각한 영향을 끼친다.⁸ 본 논문에서는 일반적인 tunable 고체레이저에 대하여 열렌즈(thermal lens) 효과와 공진기의 misalignment sensitivity를 고려하여 안정된 TEM₀₀ 모드가 발진하도록 레이저 공진기의 설계에 대하여 기술하였고, tunable Alexandrite 레이저를 예로들어 계산한 공진기 parameter에 대하여 논하였다.

2. 열렌즈 효과와 공진기 parameter

Arc lamp 나 flash lamp 로 펌핑한 cw나 고반복 펄스 고체레이저의 봉에 lamp에 의한 열이 균일하게 가해진다고 생각하면, 이때 레이저 봉은 열과 열에 의한 stress에 의하여 굴절율이 중심으로부터 동경방향으로의 거리의 2차 함수로 표현되어 이 봉은 얇은 렌즈 역할을 하게 되며 lamp에 가해진 입력 power에 따라 그 초점거리가 변하게 된다.⁹ 이때 rod의 길이를 l , 매질의 굴절률을 n . 이라 하면 dioptric power ($1/f$)는

$$\frac{1}{f} = \frac{\pi n_0}{b} \cdot \sin^2 \frac{\theta}{2} \quad (1)$$

로 표현된다. 여기서 $b^2 \propto P_{in}$ 로 lamp에 가해진 입력 power에 따라 주어진다. Alexandrite 레이저인 경우 $\alpha=1$ 이며 실험적으로 $1/f = 0.33$ diopeters/kW이 됨이 알려져 있다.²

한편 열렌즈 효과를 가진 고체 레이저의 공진기를 그림 2와 같이 취급하여, 즉 레이저 봉을 얇은 렌즈로 취급하여 열렌즈 효과가 공진기 안정도에 미치는 영향을 알아본다.

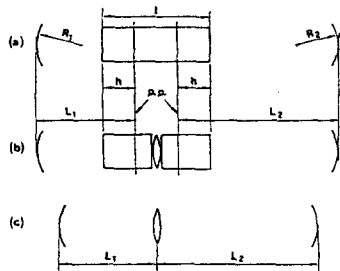


Fig. 2 Equivalent resonators with (a) a lenslike rod; (b) a thin lens between two pieces of homogeneous material; (c) a thin lens. (p.p. = principal plane) (ref. 8)

본 연구는 과학기술처 시행 특정연구과제의 일환으로 수행되었음.

그림 2에서 R_1, R_2 는 거울의 곡률반경이며 L_1, L_2 는 렌즈와 거울 사이의 거리이며 f 는 렌즈의 초점거리이다. 실제로 공진기 설계시는 레이저 붐의 중심에서 수평면까지의 거리 $h = l/2n_0$ 만큼 공진기 길이를 길게 생각하면 위에서 취급한 이론이 정확하게 설명된다. 앞으로 거울이 충분히 커서 공진기 모드를 Gaussian빔으로 취급하기로 한다. 그러면 공진기 길이 L 과 유효길이 L' 은

$$L = L_1 + L_2$$

$$L' = L_1 + L_2 - L_1 L_2 / f \quad (2)$$

한편 양쪽 거울의 크기가 같을 때 공진기의 g-parameter는

$$g_1 = 1 - L_1 / f - L' / R_1$$

$$g_2 = 1 - L_2 / f - L' / R_2 \quad (3)$$

로 주어진다. 식을 간단히 하기 위하여

$$u_1 = L_1 (1 - L_1 / R_1)$$

$$u_2 = L_2 (1 - L_2 / R_2)$$

$$x = 1 / f - 1 / L_1 - 1 / L_2 \quad (4)$$

를 사용하여 식 (3)을 다시 쓰면

$$g_1 = - L_1 / L_1 (1 + x u_1)$$

$$g_2 = - L_2 / L_2 (1 + x u_2) \quad (5)$$

3. 공진기의 안정도

공진기의 안정 조건 $0 < g_1 g_2 < 1$ 를 식 (5)를 사용하여 표현하면

$$0 < (1 + x u_1) (1 + x u_2) < 1 \quad (6)$$

또한 식 (4)에서 x 를 제거하면

$$g_2 = (L_1 / L_2)^2 \cdot u_2 / u_1 \cdot g_1 + L_1 / L_2 (u_2 / u_1 - 1) \quad (7)$$

의 관계식을 얻는다. 식 (6)과 (7)을 이용하여 g_1, g_2 평면에서 공진기의 안정도 곡선을 그리면 그림 3과 같이 된다.

그림 3에서 볼 수 있듯이 u_2 / u_1 의 부호에 따라 직선이 2개로 나타난다. 또한 그림에는 x 가 변함에 따라, 즉 렌즈의 초점거리가 변함에 따라 두개의 안정영역(I과 II)이 있음을 보여준다. 여기서 식 (7)과 (6)의 곡선이 만나는 간격 $|\Delta L / f|$ 는 다음과 같은 관계를 가진다.

$$|\Delta L / f| = |\Delta x| = \min. (|1 / u_1|, |1 / u_2|) \quad (8)$$

한편 그림 2의 거울 1과 거울 2에서의 spot size는

$$w_1^2 = \frac{\lambda |L|}{\pi} \cdot \left[\frac{g_2}{g_1 (1 - g_1 g_2)} \right]^{1/2}$$

$$w_2^2 = \frac{\lambda |L|}{\pi} \cdot \left[\frac{g_1}{g_2 (1 - g_1 g_2)} \right]^{1/2} \quad (9)$$

로 표현된다.¹¹ 여기서 λ 는 레이저 파장이다.

한편 렌즈 위에서의 spot size는 Gaussian 빔의 전파공식에 의하여 식 (9)에서 구할 수 있다.

$$w_3^2 = \frac{\lambda}{\pi} \cdot \frac{|z x u_1 u_2 + u_1 + u_2|}{[(1 - g_1 g_2) \cdot g_1 g_2]^{1/2}} \quad (10)$$

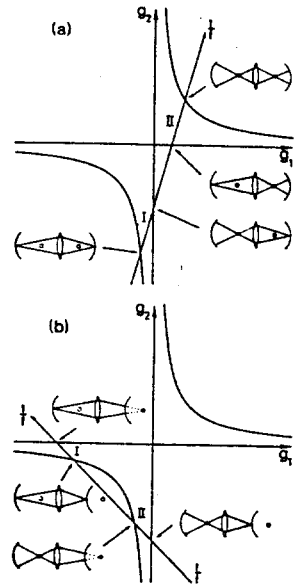


Fig. 3 Stability diagram and mode profiles at the edge of the stability zones (marked I and II). The circles indicate the curvature centers of the mirrors. (a) positive slope, $u_1, u_2 > 0$, (b) negative slope, $u_1, u_2 < 0$. (ref. 8)

식 (10)로부터 w_3 는 g_1, g_2 평면의 임계점 $g_1 g_2 = 0, g_1 g_2 = 1$ 에서 발산함을 알 수 있어 이것은 안정영역 I과 II내에서 w_3 의 최소점이 존재함을 나타낸다. 이때 최소점에서의 spot size를 w_{30} 라하면, $dw_3 / d(\frac{1}{f}) = dw_3 / dx = 0$ 인 관계와 식 (8)을 사용하여, w_{30} 와 $|\Delta L / f|$ 와의 관계와 g_1, g_2 에 대한 관계식을 얻을 수 있다. 즉

$$w_{30}^2 = \frac{2\lambda}{\pi} \cdot \max. (|u_1|, |u_2|)$$

$$= \frac{2\lambda}{\pi} \cdot \frac{1}{|\Delta L / f|}$$

$$g_1 g_2 = \frac{1}{2} \cdot (1 - \frac{u_2}{u_1}), |u_1| > |u_2| \quad (11)$$

결국 레이저 붐에서의 spot size는 초점거리의 변화에 무관하고 실제 레이저 동작에서의 안정 공진기 영역의 넓이, 즉 안정 입력 전원의 영역에 반비례한다.

4. 공진기의 misalignment sensitivity

지금까지는 고체레이저 공진기의 안정도와 초점거리요동에 대한 모드크기 즉 spot size에 대하여 알아보았다. 이번에는 공진기의 역학적 안정도인 misalignment sensitivity S에 대하여 살펴본다. 열적 렌즈효과를 가진 고체레이저 공진기는 limiting aperture가 레이저 붐이기 때문에, 거울 크기를 충분히 크다고 가정하고 레이저 붐내의 모드가 광학적 정렬에서 벗어나 생기는 회절 손실이 고체레이저의 역학적 안정도를 좌우하는 요인으로 간주할 수 있다. 그림 2의 거울 1과 2에서의

각각에 대한 misalignment 요소 S_1 과 S_2 를 렌즈 공식과 소각근사를 사용하여 정의하고 식 (4) 를 이용하여 정리하면 다음과 같다.

$$S_1 = \frac{d_1}{\omega_{30} \alpha_1} = \frac{L_1}{\omega_{30} u_1} \cdot \frac{1}{\frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_2} + x}$$

$$S_2 = \frac{d_2}{\omega_{30} \alpha_2} = \frac{L_2}{\omega_{30} u_2} \cdot \frac{1}{\frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_2} + x} \quad (12)$$

여기서 d_1 (또는 d_2) 는 렌즈에서의 모드 축이 거울 1 (또는 2) 의 회전축에 대해서 생긴 이동이고 (또는) 는 거울 1 (또는 2) 의 회전각이며 ω_{30} 는 식 (13) 에 의하여 주어지는 렌즈에서의 안정모드의 크기이다. 따라서 거울 1 과 거울 2 에 의한 총 역학적 안정도 S 는 $S = (S_1^2 + S_2^2)^{1/2}$ 가 되며, 이는

$$S = \frac{1}{\omega_{30}} \cdot \frac{1}{\frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_2} + x} \cdot \sqrt{\left(\frac{L_1}{u_1}\right)^2 + \left(\frac{L_2}{u_2}\right)^2} \quad (13)$$

이 된다. 이때 S 를 x 즉 $1/f$ 의 함수로 나타내면 g_1, g_2 공간에서의 안정도 영역 I 과 II 에서의 역학적 안정도의 존재를 알 수 있다. 실제로 영역 I 에서는 역학적으로 안정되나 영역 II 에서는 x 의 limit 에서 발산하게 되어 불안정함을 알 수 있다. 따라서 실제 공진기 설계시 영역 I 에서 레이저가 동작하도록 설계해야 한다. 한편 $|u_1| > |u_2|$ 이고 ω_1 이 ω_2 즉 렌즈 초점거리에 대해서 최소치를 가질 때의 S 를 S_0 라하면

$$S_0 = \frac{1}{\omega_{30}} \cdot \left[L_1^2 + \left(\frac{u_1}{u_2} L_2\right)^2 \right]^{1/2} \cdot \left| 1 \mp \left(\frac{u_1 - u_2}{u_1 \omega_{30}}\right) \right| \quad (14)$$

을 얻는다.

5. 열렌즈 효과와 역학적 안정도를 고려한 공진기 설계

지금까지의 논의를 토대로 CW 또는 고반복율 고체레이저 공진기 설계에 대하여 살펴본다. 공진기의 최적화 조건을 1) 레이저 봉내의 모드체적을 가능하면 크게, 2) 공진기의 신뢰와 안정도를 높이기 위하여 misalignment sensitivity 가 최소가 되고, 3) 레이저 봉내의 모드 크기를 열렌즈의 초점거리의 변화에 무관하게 되도록 설계한다. 이상과 같은 최적 조건을 만족시키는 공진기를 설계하기 위하여 다음과 같은 변수를 고정시킨다.

- 1) 열렌즈 초점거리 f_0 : lamp 의 입력에 따라 주어짐
- 2) spot size ω_{30} : 레이저 봉의 크기에 따라 주어짐
- 3) 공진기 길이 L : $L = L_1 + L_2$
- 4) 역학적 안정도가 최소가 되게 한다.

그러면 우선 $|u_1| > |u_2|$ 인 경우에 대하여 생각하면 식 (11) 에 의하여

$$u_1 = \pm \frac{\pi}{2\lambda} \cdot \omega_{30}^2 \quad (15)$$

이 된다. 식 (5) 와 식 (11) 에서

$$u_2 = -u_1 \frac{x x_0 u_1 + 1}{2x_0^2 u_1^2 + 2x_0 u_1 + 1} \quad (16)$$

을 구할 수 있다. 여기서 x_0 는 f 가 f_0 일때의 x 이다.

한편 식 (4)로부터

$$\frac{1}{R_1} = \frac{1}{L_1} \left(1 - \frac{u_1}{L_1} \right)$$

$$\frac{1}{R_2} = \frac{1}{L_2} \left(1 - \frac{u_2}{L_2} \right) \quad (17)$$

을 얻는다. 여기서 주목할것은 R_1 과 R_2 는 L_1 만의 함수이다. 한편 식 (15) 과 식 (16) 을 식 (14) 에 대입하면 $S_0 = S_0(L_1)$ 의 관계식을 얻어 S_0 도 L_1 만의 함수가 된다. 따라서 우리는 최적조건에서 제시한 S_0 의 minimum 조건에서 S_0 를 L_1 의 함수로 표현한 graphic 해로부터 S_0 가 minimum 되는 L_1 을 구할 수 있다. 이로써 공진기 구성의 결정요소인 R_1 과 R_2 가 L_1 만의 함수이므로 필요한 공진기 파라미터를 모두 구한 것이 된다.

6. tunable Alexandrite 레이저의 공진기 설계

그러면 지금까지 논의한 과정을 tunable Alexandrite 레이저 공진기 설계에 적용해보자. Alexandrite 레이저 봉은 $\phi 6.35 \times 100$ mm의 크기를 가지고 Cr^{3+} 농도는 0.14 wt.% 인 sample 을 이용한다. 따라서 spot size $\omega_{30} = 2$ mm로 생각하고, 열렌즈에 의한 초점거리 $f_0 = 30$ cm (input power가 약 8 kW에 해당), 그리고 공진기 길이 $L = 150$ cm를 초기치로 사용한다. 이때 레이저 파장은 750 nm로 한다.

그림 4와 5는 각각 S_0 와 $\frac{1}{R_1}, \frac{1}{R_2}$ 를 L_1 의 함수로 표현한 그림인데 위 논의에서 지적했듯이 $L_1 = 95$ cm에서 S_0 값이 local minimum을 가지며 $L_1 = 95$ cm에 대응한 R_1, R_2 값은 각각 $R_1 = 100$ cm, $R_2 = 25$ cm임을 그림 5에서 구할 수 있다.

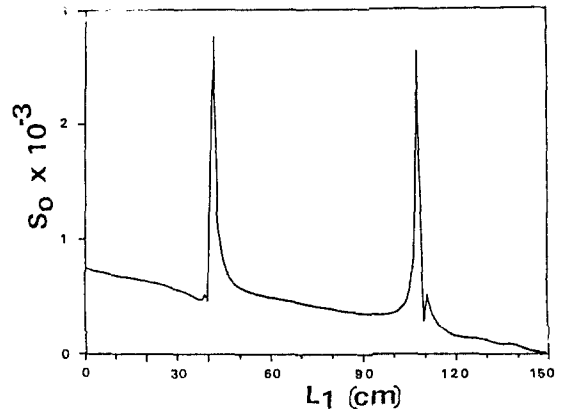


Fig. 4 Misalignment sensitivity S_0 vs L_1 for determination of the optimized resonator configuration. ($f_0 = 30$ cm, $\omega_{30} = 2$ mm, $L = 150$ cm, $\lambda = 750$ nm, $u_1 < 0$)

7. 결론

이상에서 우리는 열렌즈 효과를 갖는 고체레이저 공진기 설계에 대하여 살펴보았다. 역학적 공진기 안정도의 평가인 misalignment sensitivity가 minimum되는 조건에서 우리는 열렌즈 효과를 지닌 고체레이저 공진기의 거울 곡률과 공진기 내의 부의 위치를 결정할 수 있었다.

$f_0 = 30$ cm, $\omega_{30} = 2$ mm, $L = 150$ cm 인 tunable Alexandrite ($\lambda = 750$ nm) 레이저에 대한 computer graphic

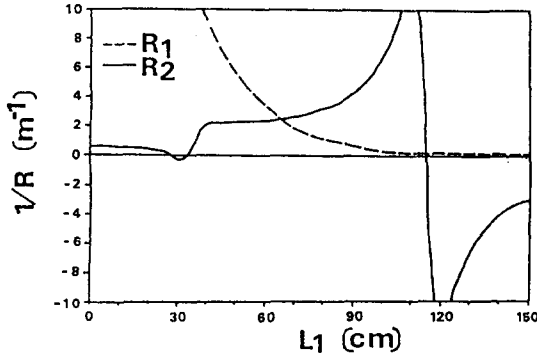


Fig. 5 Mirror curvatures $1/R_1$ and $1/R_2$ vs L_1 .
The parameters used are same as Fig. 4.

해에서 우리는 $L_1 = 95$ cm, $R_1 = 100$ cm, 그리고 $R_2 = 30$ cm인 공진기 설계 파라미터를 구하였다.

references

1. J.C. Walling et al., Opts. Lett., 4(6), 182 (1979)
2. J.C. Walling et al., IEEE QE-21(10), 1568 (1985)
3. P.F. Moulton, J. Opt. Soc. Am. B3(1), 125 (1986)
4. P.F. Moulton, IEEE QE-21(10), 1852 (1985)
5. J.C. Walling et al., IEEE QE-16, 1302 (1980)
6. J.C. Walling et al., IEEE QE-16, 120 (1980)
7. S.T. Lai et al., J. Appl. Phys., 54(10), 5642 (1983)
8. V. Magni, Appl. Opts., 25, 107 (1986)
9. J.D. Foster et al., J. Appl. Phys., 41, 3656 (1970)
10. H. Kogelnik, Bell Syst. Tech. J., 44, 455 (1965)
11. G. Herziger et al., Appl. Opts., 23, 1450 (1984)