

적응제어에서 직접 및 간접 방식의 결합에 관한 연구.
(A Study on the Combined Direct and Indirect Approach to Adaptive System)

o 송 호 석
(Ho Seok Song)

이 기 서
(Key Seo Lee)

광운대학교 대학원 전기공학과 (Dept.of Elec.Eng.,KwangWoon Univ.)
광운대학교 제어계측공학과 (Dept.of Cont. and Inst. Eng.,KwangWoon Univ.)

In this paper a new approach to adaptive control using a combination of both direct and indirect methods has been proposed. Based on the estimates of the plant parameters and the current values of the control parameters, closed-loop estimation errors $e_g(t)$ and $e_k(t)$ are defined. These in turn are used in the adaptive laws for updating both identification as well as control parameters. The global uniform stability of the overall system is shown by constructing a Lyapunov function.

1. 서론

"적응(adaptive)"이라는 용어가 제어분야에 소개된 이래로 두개의 서로 다른 방식들이 적응제어 문제의 해를 얻기위해 사용되고 있다. 간접제어(indirect control)(1)방식은 (외적 제어(explicit control)라고도 불리운다.) 초기 단계에서 독립적으로 사용되었고 플랜트 매개변수들의 추정과 이 추정치들에 근거한 제어매개 변수들의 조정으로 구성되어 진다. 직접제어(direct control)(2)에서는 플랜트 매개변수들을 인식하기 위한 노력을 하지는 않으나, 제어매개변수들은 플랜트와 기준 모델의 출력들간의 오차에 관한 어떤 측정치 (measure) 를 최소화 하기위해서 직접 조절된다. 이것은 또한 내적제어(implicit control)라고 한다. 두 방법은 현재 잘 정립 되어져 있으며, 많이 사용 되고 있다.(1)-(10)

직접적응제어문제는 출력과 제어 매개변수오차들의 공간 $[e, \phi]$ 에서 평형상태에 대한 안정도 문제가 된다. 제어 매개변수오차들의 함수로서 출력오차를 나타내는 미분 방정식의 집합이 주어 진다면, 목적은 출력오차의 함수로서 제어기매개변수들의 변화를 나타내는 미분 방정식인 제어 (적응) 법칙을 결정 하는 것이다. 적응제어 문제는 전

미분방정식 집합의 해들에 관한 동작을 특성 지으며 해들이 평형상태에 점근적으로 접근 하거나, 유계되도록하는 조건을 결정 하는 것이 된다.

간접방식에서는 플랜트의 매개변수들은 인식(적응) 법칙들을 사용하여 추정 되고, 이 값들은 제어 매개변수들을 계산하는데 사용된다. 이것은 제어 매개변수들을 결정하기 위한 대수방정식(Bezout identity)을 푸는 형태를 취한다. 본 논문에서는 출력오차와플랜트 매개변수추정치들을 안정된 적응을 위한 제어 매개변수들을 결정하는데, 동시에 사용하는 직접과 간접제어를 결합한 새로운 접근방법을 구하고 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 비교하였다.

2 직접과 간접 제어

입-출력정보를 사용한 안정한 선형시불변시스템의 인식(identification)은 잘 알려져 있다. 여기서 플랜트 매개변수벡터는 p 로 그리고 인식 과정으로부터 얻어진 추정치는 $\hat{p}(t)$ 로 표시한다. 플랜트와 (인식)모델출력들간의 대응되는 인식오차는 $e_i(t)$ 로 표시 하자. 직접제어방법은 제어 매개변수벡터 $\theta(t)$ 를 조절하기 위해 플랜트와(기준)모델출력들간의 대응되는 제어 출력오차 $e_c(t)$ 를 사용하며, 원하는 미지의 제어 매개변수벡터는 θ^* 로 표시한다.

제어 프로세스에서 만들어지는 보조신호들은 ω (t)로, 인식 과정으로부터의 것은 $\zeta(t)$ 로 표시한다. 본 논문의 목적은 인식 과정으로부터의 정보가 제어 과정에 어떻게 사용되어지고 그 역은 어떤가를 연구하는 것이다.

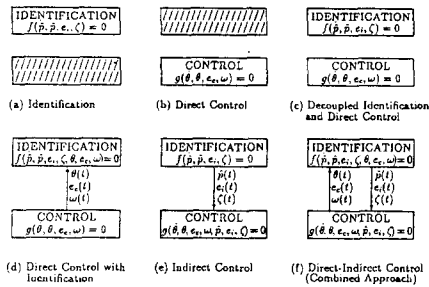


그림 1: 인식과 제어 과정들 사이의 관계

3.1차 플랜트의 적응제어

적응제어를 하고자하는 1차 선형 시불변 플랜트를 식 (1) 이라 한다.

$$\dot{x}_p(t) = -a_p x_p(t) + b_p u(t), \quad (1)$$

여기서 $b_p \neq 0$ (플랜트는 가제어적이다.), a_p 는 양(positive) 또는 부(negative)가 될 수 있으며 b_p 의 부호는 알고 있다고 가정 한다. 먼저 두 제어방식의 특징을 알아 보며, 특히 각 제어 방식에서 모든 신호가 유계되도록 하기 위하여 적응제어법칙이 수정 되는 방법을 비교한다.

3.1 직접적응제어

직접적응제어문제에서 기준 모델(reference model)은 식 (2)와 같다.

$$\dot{x}_m(t) = -a_m x_m(t) + b_m r(t), \quad (2)$$

여기에서, $a_m > 0$, 기준 입력 $r(t)$ 는 시간에 대하여 구분적으로 연속인 유계된 함수이다. 제어오차 $e_c(t) = x_p(t) - x_m(t)$ 를 $t \rightarrow \infty$ 일때 $e_c(t)$ 를 0이 되도록 하기 위한 제어입력은 식 (3)과 같다.

$$u(t) = \theta(t)x_p(t) + k(t)r(t), \quad (3)$$

여기서 $\theta(t)$ 와 $k(t)$ 는 어떤 동적제어법칙들에 의해 결정된다. 직접적응제어법칙들은 다음과 같다. (2)

$$\dot{\phi}_\theta(t) = \dot{\theta}(t) = -\text{sgn}(b_p) e_c(t) x_p(t), \quad (4)$$

$$\dot{\phi}_k(t) = \dot{k}(t) = -\text{sgn}(b_p) e_c(t) r(t), \quad (5)$$

만일 위에서 얻어진 제어기 매개변수 추정치들 $\theta(t)$ 와 $k(t)$ 에 근거하여 a_p, b_p 각각의 플랜트 매개변수 추정치들 $\hat{a}_p(t), \hat{b}_p(t)$ 을 얻고자 한다면, 대수적 방법과 동적접근방법, 인식모델을 사용하는 방법이 있다. 동적인 방법에 의하여 플랜트 매개변수 추정치를 구하면 식 (6), (7)와 같다.

$$\dot{J}_a(t) = \dot{\hat{a}}_p(t) = \epsilon_\theta(t), \quad (6)$$

$$\dot{J}_b(t) = \dot{\hat{b}}_p(t) = -\theta(t)\epsilon_\theta(t) - k(t)\epsilon_k(t). \quad (7)$$

(6), (7)는 $\hat{a}_p(t)$ 과 $\hat{b}_p(t)$ 를 오차 $\epsilon_\theta(t), \epsilon_k(t)$ 이 감소하는 방향으로 조절하는 것을 의미한다.

3.3절에서 직접과 간접 두 방식을 결합하는데 만나게 되는 어려움은 다음에 논의되는 간단한 문제의 안정도 해석을 통해 명백해진다. 이상의 동적 시스템 σ_1 에 대한 2차의 Lyapunov function candidate

$$V = \frac{1}{2} (e_c^2 + |b_p| \phi_\theta^2 + |b_p| \phi_k^2 + \mu_a a^2 + \mu_b b^2) \quad (8)$$

를 선택함으로써, 어느 궤적에 따르는 시간도함수는 식 (9)와 같다.

$$\dot{V} = -a_m e_c^2 - \epsilon_\theta^2 - \epsilon_k^2 + b_p \epsilon_\theta \phi_\theta + b_p \epsilon_k \phi_k \quad (9)$$

\dot{V} 가 negative semi-definite가 아니므로 V 는 시스템 σ_1 에 대한 Lyapunov 함수가 아니다. 그러나 제어 매개변수 오차들의 안정도가 이미 증명 되었으므로 (8) 인식 매개변수 추정치들만이 문제가 된다. 후자에 대한 안정도를 보장하기 위해 제어 매개변수의 적응 알고리즘들은 식 (10), (11)와 같이 수정된다.

$$\dot{\phi}_\theta(t) = \dot{\theta}(t) = -\text{sgn}(b_p) [e_c(t)x_p(t) + \epsilon_\theta(t)], \quad (10)$$

$$\dot{\phi}_k(t) = \dot{k}(t) = -\text{sgn}(b_p) [e_c(t)r(t) + \epsilon_k(t)]. \quad (11)$$

이것은 $\dot{V} = -a_m e_c^2 - \epsilon_\theta^2 - \epsilon_k^2 \leq 0$ 이 되고 따라서 V 는 시스템의 Lyapunov 함수이다. 결국 모든 신호는 한정되어지고 $\lim_{t \rightarrow \infty} (e_c(t), \epsilon_\theta(t), \epsilon_k(t)) = 0$ 임을 의미한다. 인식 매개변수 오차들이 적응제어법칙들에 사용되므로 이 경우 직접제어 구조라 부르지 못한다. 3.3절에서 제안한 것은 이 방식의 일반적 형태이다.

3.2 간접 적응제어

이 경우는 플랜트 매개변수들이 추정되면 제어기 매개변수들은 이 플랜트 추정치에 근거하여 조절되어진다. 제어기 파라미터 추정치를 구하는 방법은

대수적방법 또는 동적인방법이 있다.이것은 그림1 (e)에 속한다. 동적인방법은 제어와 매개변수추정 지들을 조정 하기위해 구조안에 사용되는 신호들에 증속되어 두 경우를 구별한다.

(a) Case (i)

$e_m(t)=e_i(t)+e_c(t)$ 로써 오차 $e_m(t)=x_p(t)-x_m(t)$ 에 대한 식(12)을 얻게 되고, $a_i=a_m$ 을 가정한다.

$$\dot{e}_m(t) = -a_m e_m(t) + b_p \phi_\theta(t) x_p(t) + b_p \phi_k(t) r(t) - \mu_a(t) x_p(t) + \mu_b(t) u(t). \quad (12)$$

$e_i(t), e_m(t)$ 이 0으로 가는 것이 목적이므로 인식과 제어적용법칙들은 아래식들이 된다.

$$\dot{\mu}_a(t) = \hat{a}_p(t) = e_i(t) x_p(t) + e_m(t) x_p(t), \quad (13)$$

$$\dot{\mu}_b(t) = \hat{b}_p(t) = -e_i(t) u(t) - e_m(t) u(t), \quad (14)$$

$$\dot{\phi}_\theta(t) = \dot{\Theta}(t) = -\text{sgn}(b_p) e_m(t) x_p(t), \quad (15)$$

$$\dot{\phi}_k(t) = \dot{k}(t) = -\text{sgn}(b_p) e_m(t) r(t). \quad (16)$$

(b) Case(ii)

case(i)에서 매개변수들은 $e_m(t), e_i(t)$ 을 사용 조절되었지만 $e_\theta(t), e_k(t)$ 은 사용 하지 않았다. 아래에서처럼 적응법칙들이 후자를 포함하도록 변경하여 $e_\theta(t), e_k(t)$ 또한 0으로 가도록 할 수 있는 적응법칙들은 아래와 같다.

$$\dot{\mu}_a(t) = \hat{a}_p(t) = e_i(t) x_p(t) + e_m(t) x_p(t) + e_\theta(t), \quad (17)$$

$$\dot{\mu}_b(t) = \hat{b}_p(t) = -e_i(t) u(t) - e_m(t) u(t) - \Theta(t) e_\theta(t) - k(t) e_k(t), \quad (18)$$

$$\dot{\phi}_\theta(t) = \dot{\Theta}(t) = -\text{sgn}(b_p) [e_m(t) x_p(t) + e_\theta(t)], \quad (19)$$

$$\dot{\phi}_k(t) = \dot{k}(t) = -\text{sgn}(b_p) [e_m(t) r(t) + e_k(t)]. \quad (20)$$

안정도증명은 두 경우가 유사하며 2차의 Lyapunov 함수에 근거하므로 다음과 같다.

$$V = \frac{1}{2} (e_m^2 + |b_p| \phi_\theta^2 + |b_p| \phi_k^2 + e_i^2 + \mu_a^2 + \mu_b^2) \quad (21)$$

경우(i)은

$$\dot{V} = -a_m (e_m^2 + e_i^2), \quad (22)$$

경우(ii)

$$\dot{V} = -a_m (e_m^2 + e_i^2) - e_\theta^2 - e_k^2 \quad (23)$$

을 결과 한다.

경우 (i)에 대해 $\lim_{t \rightarrow \infty} e_m(t) = 0, \lim_{t \rightarrow \infty} e_i(t) = 0$

(이것은 $\lim_{t \rightarrow \infty} e_c(t) = 0$ 을 의미한다.)을 이끌며 경우(ii)는 $\lim_{t \rightarrow \infty} e_i(t) = 0, \lim_{t \rightarrow \infty} e_k(t) = 0$.이 첨가된다.

3.3 직접과 간접 접근들에근거한 적응제어

(Adaptive Control Based on Direct and Indirect Approaches.)

이 문제는 인식과제어의문제가 결합된 그림1(f)의 경우에 해당 된다. 앞에서 몇 개의 다른 경우들을 제시하였지만 다음은 3.1, 3.2절에서 다루었던 모든 모습(feature)을 포함한다. 명확함을 위해 모든 관계된 식 들을 제시 하겠지만, 안정도 해석은 앞에 나타난 것에 유사 하므로, 단지 Lyapunov 함수 와 그것의 시간 도함수만을 제시 한다.1차 플랜트의 결합된 MRAC구조는 그림2와 같다.

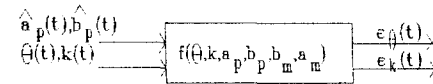
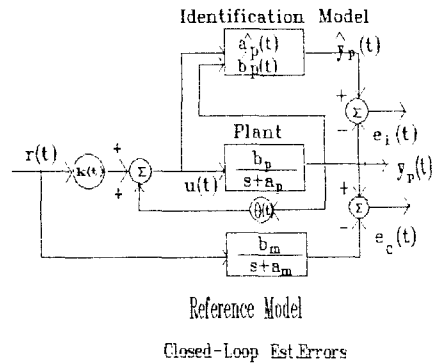


그림2:1차플랜트의 결합된 기준모델적응제어구조

$$\dot{x}_p(t) = -a_p x_p(t) + b_p u(t) \quad \text{플랜트} \quad (1)$$

$$\dot{x}_m(t) = -a_m x_m(t) + b_m r(t), \quad \text{기준모델} \quad (2)$$

$$\dot{\hat{x}}_p(t) = -a_i e_i(t) - a_p(t) x_p(t) + b_p(t) u(t), \quad \text{인식모델} \quad (24)$$

$$u(t) = \Theta(t) x_p(t) + k(t) r(t), \quad \text{제어법칙} \quad (3)$$

$$\dot{e}_c(t) = -a_m e_c(t) + b_p \phi_\theta(t) x_p(t) + b_p \phi_k(t) r(t), \quad \text{제어오차} \quad (25)$$

$$\dot{e}_i(t) = -a_i e_i(t) - \mu_a(t) x_p(t) + \mu_b(t) u(t). \quad \text{인식오차} \quad (26)$$

$$\phi_\theta(t) = \Theta(t) - \Theta^*, \quad \phi_k(t) = k(t) - k^*$$

제어 매개변수오차들

$$\mu_a(t) = a_p(t) - a_p, \mu_b(t) = b_p(t) - b_p$$

인식매개변수오차들

$$\epsilon_\theta(t) = -\mu_a(t) + \Theta(t)\mu_b(t) + b_p\phi_\theta(t)$$

$$\epsilon_k(t) = k(t)\mu_b(t) + b_p\phi_k(t)$$

페루우프측정오차들 (27), (28)

$$\dot{\mu}_a(t) = \dot{a}_p(t) = e_i(t)x_p(t) + \epsilon_\theta(t)$$

$$\dot{\mu}_b(t) = \dot{b}_p(t) = -e_i(t)u(t) - \Theta(t)\epsilon_\theta(t) -$$

$$k(t)\epsilon_k(t)$$

인식적응법칙들 (29), (30)

$$\dot{\phi}_\theta(t) = \dot{\Theta}(t) = -\text{sgn}(b_p)[e_c(t)x_p(t) + \epsilon_\theta(t)]$$

$$\dot{\phi}_k(t) = \dot{k}(t) = -\text{sgn}(b_p)[e_c(t)r(t) + \epsilon_k(t)]$$

제어적응법칙 (31), (32)

위에 주어진 적응법칙들로부터, 인식과 제어 사이의 결합이 페루우프측정오차 $\epsilon_\theta(t), \epsilon_k(t)$ 들을 통하여 일어남을 알 수 있다. 인식매개변수들은 $e_i(t)$ 와 $\epsilon_\theta(t), \epsilon_k(t)$ 를 사용 조정되고 제어적응법칙들은 이 오차들에 부가하여 $e_c(t)$ 를 더 사용한다. 전 시스템의 대국적 안정도는 적응법칙들 (29), (30), (31), (32)안에서 $\epsilon_\theta(t), \epsilon_k(t)$ 적절히 결합함으로써 얻을 수 있다.

이런구조의 안정도해석은 적응시스템의 어느궤적을 따르는 시간도함수

$$\dot{V} = -a_m e_c^2 - a_i e_i^2 - \epsilon_\theta^2 - \epsilon_k^2 \quad (33)$$

을 결과하는 다음의 Lyapunov 함수

$$V = \frac{1}{2}(e_c^2 + |b_p|\phi_\theta^2 + |b_p|\phi_k^2 + e_i^2 + \mu_a^2 + \mu_b^2) \quad (34)$$

(34)를 사용하여 수행된다. 그러므로 구조내에 포함되는 모든 신호들 $(e_c(t), \Theta(t), k(t), e_i(t), a_p(t), b_p(t), x_p(t), x_p(t), \epsilon_\theta(t), \epsilon_k(t))$ 의 균일유계성과 $\lim_{t \rightarrow \infty} e_c(t) = 0, \lim_{t \rightarrow \infty} e_i(t) = 0, \lim_{t \rightarrow \infty} \epsilon_\theta(t) = 0, \lim_{t \rightarrow \infty} \epsilon_k(t) = 0$ 을 보장할 수 있다.

4. 컴퓨터 시뮬레이션

본 논문에서는 직접 및 간접적응제어방식의 결합에 관한 유용성을 입증하기 위하여 1차와 2차시스템의 컴퓨터 시뮬레이션에 대한 결과를 검토 고찰하였다.

예제 1.1차 시스템

시스템식들은 다음과 같다.

$$\text{플랜트} \quad \dot{y}_p(t) = y_p(t) + 2u(t),$$

$$\text{기준모델} \quad \dot{y}_m(t) = -y_m(t) + r(t).$$

$$\text{제어법칙} \quad u(t) = \Theta(t)y_p(t) + k(t)r(t).$$

기준입력 $r(t) = 5$,을 사용하여

직접적응제어: 그림 (3), 간접적응제어: 그림 (4), 결합적응제어: 그림 (5), (6) 를 수행하여 과도응답특성이 그림 (5), (6)에서 개선됨을 볼 수 있다.

예제 2.2차 시스템

시스템식들은 다음과 같다.

$$\text{플랜트} \quad \ddot{y}_p(t) + \dot{y}_p(t) - 2y_p(t) = 2(u(t) + 3u(t)),$$

$$\text{기준모델} \quad \ddot{y}_m(t) + 5\dot{y}_m(t) + y_m(t) = 3(r(t) + 4r(t)).$$

$$\text{제어입력} u(t) = k(t)r(t) + \Theta_1(t)\omega_1(t) + \Theta_2(t)\omega_2(t) + \Theta_0(t)y_p(t)$$

기준입력 $r(t) = 1$ 을 사용하면

1차 시스템과 같이 직접적응제어: 그림 (7)에 비해서 결합적응제어: 그림 (8)의 과도응답특성개선을 볼 수 있다.

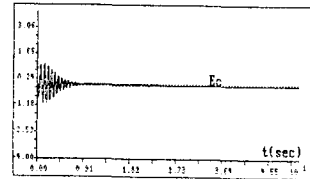


그림 3: 1차 플랜트의 직접 제어

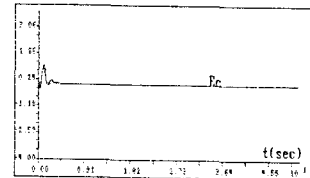


그림 4: 1차 플랜트의 간접 제어

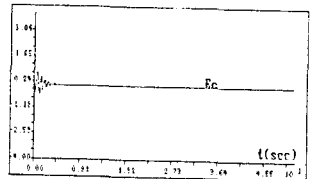


그림 5: 인식모델이 없는 1차플랜트의 직접 및 간접 제어

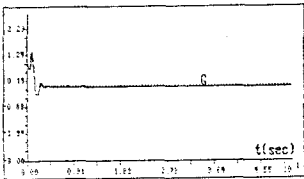
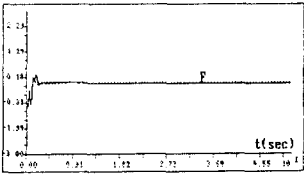
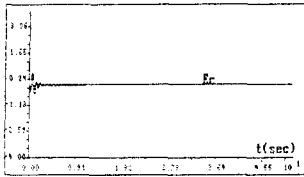


그림 6: 인식모델이 있는 1차플랜트의 직접 및 간접

제어 (페루우프 측정오차)

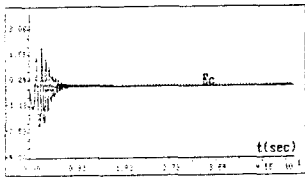


그림 7: 2차플랜트의 직접 제어

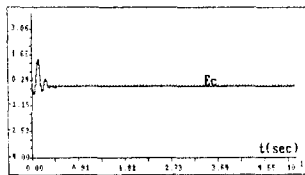


그림 8: 인식모델이 있는 2차플랜트의 직접 및 간접

제어

5. 결 론

미지의 LTI 플랜트의 기존 모델 적응제어에 관한 직접과 간접방식들을 결합한 새로운 방법을 소개했다. 제어 매개변수들과 함께 인식 과정으로부터 얻어진 추정치들은 임의의 시간 't' 에서 전 시스템 행렬들의 추정치들을 만든다. 이것들을 기존 모델 시스템 행렬과 비교 함으로써 페루우프 측정오차 $\epsilon_c(t), \epsilon_k(t)$ 를 구하였다. 이것들을 적응 법칙들에 결합하여 전 시스템의 대국적 안정도 (global stability)를 보였고 또한 $e_c(t), e_i(t)$ 와 $\epsilon_\theta(t)$,

$\epsilon_k(t)$ 가 점근적으로 0에 수렴함을 보였다.

시뮬레이션결과는 $\epsilon_\theta(t), \epsilon_k(t)$ 가 적응 시스템의 과도응답을 개선하는데 사용 될 수 있음을 보였다.

참고 문헌

1. K.S.Narendra and L.S.Valavani, "Direct and Indirect Model Reference Adaptive Control", Automatica, vol.15, No.6, pp.653-664, November 1979.
2. K.S.Narendra and A.M.Annaswamy, Stable Adaptive System, Prentice-Hall, New Jersey, 1988
3. B.Egardt, "Unification of Some Continuous-time Adaptive Control Schemes" IEEE Transactions on Automatic Control, vol.AC-24, NO.4, pp.588-592, August 1979.
4. I.D.Landau, "Combining Model Reference Adaptive Controller and Stochastic Self-Tuning Regulators", Automatica, vol.18, pp.77-84, January 1982.
5. G.Kreisselmeier and M.C.Smith, "Stable Adaptive Regulation of Arbitrary n th-Order plants", IEEE Transactions on Automatic Control, vol.AC-31, No.4, pp.299-305, April 1986
6. R.F. Drenick and R.A.Shahbender, "Adaptive Servomechanism", AIEE Transaction, Part II: Applications and Industry, vol.76, pp.286-292, November 1957.
7. K.S.Narendra, Y.H.Lin and L.S.Valavani, "Stable Adaptive Controller Design Part II Proof of Stability", IEEE Transactions on Automatic Control, vol.AC-25, pp.440-448, June 1980.
8. A.S.Morse, "Global Stability of Parameter Adaptive Control System", IEEE Transactions on Automatic Control, vol.AC-25, pp.433-439, June 1980.
9. K.J.Aström, "Adaptive Feedback Control". Proceedings of the IEEE, vol.75, No.2, pp.185-219, February 1987
10. M.A.Duarte and K.S.Narendra, "Combined Direct and Indirect Adaptive Approach to Adaptive Control", Technical Report No.8711, Center for Systems Science, Yale University, New Haven, CT., September 1, 1987.
11. 양성현, 이기서 "우주 정거장의 직접적응제어에 관한 연구", 87. 한국 자동제어 학술회의, 1987