

디지털 PID 제어기에서의 계수양자화 오차 영향분석  
 Analysis of Coefficient Quantization Error Effects in Digital PID Controllers

이 상 정, 홍 석 민, 윤 기 준  
 Sang Jeong Lee, Seak Min Hong, Gi Joon Yoon

충남대학교 전자공학과  
 Dept. of Electronics Engr., Chungnam National University

In this paper, the effect of coefficient quantization error is analyzed for digital PID controllers. Stability margins are used as performance criteria, and the statistical wordlength concept is adopted for coefficient wordlength selection. Finally, an illustrative example is given.

1. 서 론

무한유효자리와 계산시간지연이 없다고 가정하는 이상적인 경우의 제어기와는 달리 실제 디지털 제어기를 구현할 경우에는 다음의 두가지 중요한 제한요소를 고려하지 않을 수 없다.

- 유한단어길이 (finite wordlength)
- 계산지연시간

이외에도 프로세서에서의 직렬계산, 프로그래밍지원의 부족등과 같은 제한요소도 있다. A/D 변환기 및 프로세서의 유한단어 길이로 인해 발생하는 문제점들은 신호양자화오차, 계수양자화오차 및 리미트사이클등을 들수 있으며, 이들의 영향과 계산 지연시간의 영향으로 인해 실제 디지털 제어기의 성능은 이상적인 제어기의 성능에 비해 악화되기 마련이며 이것은 고정소수점 연산을 사용하여 마이크로 프로세서등으로 제어 알고리즘을 수행할 경우에는 중요한 문제이다. 디지털 필터 구현시 유한단어 길이로 인해 발생하는 문제점들에 대한 해석 및 그 영향을 최소화하는 방법에 관한 연구는 활발히 진행되어왔으나[1], 디지털제어기 분야에서는 1960년대의 제한된 연구결과 [3-5] 이외에는 최근에 와서야 마이크로프로세서의 발달에 자극되어 연구가 시작 되었다[6-9]. 본 논문에서는 PID 제어기를 대상으로 위상여유와 이득여유를 성능척도로 택하여 유한길이단어의 영향을 분석하고 제어기 단어길이를 선정하는 방법을 제안하고자 한다.

본 논문에서는 그림 1 과 같은 단일 입출력 디지털 제어 시스템을 다루며 본 논문의 구성은 다음과 같다.

제2절에서, 연구 대상 제어기인 PID제어기 계수동조 방법으로 Aström의 아날로그 PID 자동동조 방법[10]을 택하여 그 결과를 디지털 PID 제어기로 확장시킨다.

제3절에서, 디지털 제어기 구현시 맨 처음 수행해야 하는 것은 오버플로우를 방지하기 위해 신호 및 제어기 계수를 스케일링하는 것이므로 기존 입력을 단위계단함수로 하여 1. 스케일링방법을 제안한다.

제4절에서, 통계적 단어길이 개념[7]을 사용하여 PID 제어기의 계수양자화 오차가 위상여유 및 이득여유에 미치는 영향을 분석하고 허용되는 성능 악화 정도를 만족할 수 있는 계수단어 길이를 선정하는 방법을 제시한다.

마지막으로, 예제를 통해 시뮬레이션을 행하여 제안된 방법의 유용성을 검토한다.

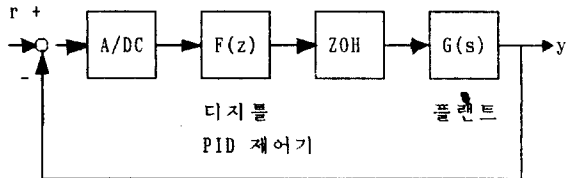


그림 1. 단일 입출력 디지털 제어 시스템

2. 디지털 제어기 동조 방법[11]

본 논문에서 다루는 디지털 PID 제어기는 다음과 같은 표준형 PID 제어기 이다.

$$u(k) = K \left\{ e(k) + \frac{T}{T_i} \sum_{i=1}^k e(i) + \frac{T_d}{T} (e(k) - e(k-1)) \right\} \quad (2.1)$$

여기서 T 는 샘플링 주기이다.

(1) 이득여유자동동조기 (Gain Margin Autotuner)

이득여유 자동 동조기는 플랜트 전달함수 G(s)가 Nyquist 선도상의 위상봉과 주파수  $\omega_c$  일때의 점  $(-1/k_c, 0)$ 를 원하는 이득여유  $A_m$ 이 되도록 점  $(-1/A_m, 0)$ 로 이동 시키도록 PID계수를 정하는 것이다

식 (2.1) 과 같은 PID 제어기의 전달함수는

$$F(z) = \frac{K(1+T/T_1+T_d/T)-K(1+2(T_d/T))z^{-1}+K(T_d/T)z^{-2}}{1-z^{-1}} \quad (2.2)$$

와 같으므로  $z = e^{j\omega T}$  를 대입하고  $T_1$ 를 임의의 값으로 두면

$$K = \frac{2k_c}{A_m(2 + T/T_1 + 2T_d/T - (2T_d/T)\cos\omega_c T)} \quad (2.3)$$

$$T_d = \frac{2T_1(1 - \cos\omega_c T)}{2\alpha(1 - \cos\omega_c T)(1 - \beta^2)} \quad (2.4)$$

와 같은 계수를 얻게된다.

(2) 위상여유자동동조기(Phase Margin Autotuner)

위상 여유 자동 동조기는 플랜트 전달 함수  $G(s)$ 가 Nyquist선도상에서 위상 통과 주파수  $\omega_c$  일때의 접이 원하는 위상 여유  $\phi_m$ 을 갖는 점으로 이동 되도록 PID제어기 계수를 정하는 것이다.

이 경우에서도 이득여유자동동조기에서와 마찬가지로 구하면

$$K = \frac{2k_c \cos \phi_m}{2 + T/T_1 + (2T_d/T)(1 - \cos\omega_c T)} \quad (2.5)$$

$$T_d = \frac{\alpha \beta T + \sqrt{(\alpha \beta T)^2 + 2\alpha T^2(1 - \cos\omega_c T)(1 - \beta^2)}}{2\alpha(1 - \cos\omega_c T)(1 - \beta^2)} \quad (2.6)$$

와 같은 동조식을 얻을 수 있다. 여기서

$$\beta = \tan \phi_m \tan(\omega_c T/2) \text{ 이다.}$$

### 3. 제어기 구조 및 스케일링 방법

#### (1) 제어기 구조 (Controller Structure)

유한단어 길이로 인해 각 구조에 따라 신호양자화 오차 및 계수 양자화 오차의 영향, 리미트 사이클 등은 달라진다. 본 논문에서는 상태실현 방법을 사용하여 제어알고리즘을 실현하며 그 구조로서 직접구조, 병렬구조 및 케스캐이드구조의 새가지를 고려한다.

디지털 PID 제어기의 전달함수를

$$F(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 - z^{-1}} \quad (3.1)$$

과 같이 두었을때 제어기 각 구조별 신호흐름선도를 그림 3.1에 보였다.

#### (2) 스케일링 (scaling) 방법 [24]

스케일링의 방법은 디지털필터의 경우 상한 스케일링, lp 스케일링, lp 스케일링, 통계적 스케일링등 여러가지가 있으며 [1] 디지털 필터와 제어기의 차이점인 페루우프의 존재를 고려하여 디지털제어기

경우에로 확장시킬 수 있다. 본 논문에서는  $1\infty$  스케일링 방법을 택하여

$$K_e = 1 / \|h_e\| \quad (3.2)$$

$$K_u = \|H_u\|_1 \quad (3.3)$$

$$(K)_{i1} = \|(h_w)_i\|_1, i=1,2 \quad (3.4)$$

과 같은 스케일링 요소를 구하게되며 [11], 스케일링된 제어기 각 구조별 신호흐름선도는 그림 3.2에 보였다.

### 4. 계수 양자화 오차의 영향분석

유한 단어 길이를 사용함으로써 발생하는 양자화 오차중 제어 시스템의 동특성에 영향을 미치는 것이 계수 양자화 오차이다. 본 연구에서는 계수 양자화 오차로 인한 안정도예의 영향을 없다고 가정하고 성능적으로 이득여유와 위상여유를 택해 그 악화 정도를 분석하고 최적의 계수 단어 길이를 선정하는 방법을 제시한다.

일반적으로 유한길이를 갖는 계수 양자화 오차의 영향을 분석하는 방법은 크게 정성적방법, 직접 방법 및 통계적방법의 새가지를 들 수 있다. 본 논문에서 사용한 통계적방법은 성능적도 대 단어길이 사이의 tradeoff 곡선 전체를 통계적 단어길이 개념을 사용하여 한번의 평가로 얻을 수 있으므로 본 논문에서는 이방법을 택하여 PID제어기의 위상여유 및 이득여유에 미치는 영향을 분석하고 계수단어길이를 선정한다.

#### (1) 위상여유 자동 동조 디지털 PID 제어기

위상여유 자동 동조기의 경우 위상통과 주파수를  $\omega_c$ 에서 다음 식이 성립한다.

$$\phi_m = \arg [F(\omega_c, c_0) G(\omega_c)] - \pi \quad (4.1)$$

$$\left| \frac{F(\omega_c, c_0) G(\omega_c)}{F(\omega_c, c_0) G(\omega_c)} \right| = 1 \quad (4.2)$$

여기서  $\phi_m$ 은 페루우프 시스템의 위상여유 설계치이고  $c_0$ 는 무한자리수로 표현되는 제어기 계수 벡터값이다. 식 (3.1)과 같이 주어지는 PID제어기 전달함수  $F(z)$ 의 계수  $b$ 와 양자화될 상태실현 계수  $c$ 와의 관계는 표4.1과 4.2에 보였다.

실제로 구현되는 제어기는  $\bar{F}(\omega_c, c_0)$ 가 구현되고  $F(\omega_c, c_0)$ 는 스케일링요소를 이용하여  $F=K_e K_u \bar{F}$ 로 표현되며 실제로 양자화 될 계수는  $\bar{F}(\omega_c, c_0)$ 의 계수이다. 따라서, 식(4.1)과 식(4.2)를 다음과 같은 형태로 바꾸어 해석 하여야한다.

$$\phi_m = \arg\{K_e K_u F(\omega_c, c_0) G(\omega_c)\} - \pi = \arg\{F(\omega_c, c_0) G(\omega_c)\} - \pi \quad (4.3)$$

$$\left| \frac{\bar{F}(\omega_c, c_0) G(\omega_c)}{\bar{F}(\omega_c, c_0) G(\omega_c)} \right| = 1 / (K_e K_u) \quad (4.4)$$

제어기 계수 양자화 오차에 의한 위상여유오차는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$d\phi = \left[ \begin{array}{c} \frac{K_u K_e \sin \phi_m}{k_o} \frac{\partial \text{Re}\bar{F}}{\partial r} + \frac{K_u K_e \cos \phi_m}{k_o} \frac{\partial \text{Im}\bar{F}}{\partial r} - \frac{-k_o}{\partial w} \frac{\partial \text{Im}G}{\partial w} - \frac{K_u K_e \sin \phi_m}{k_o} \frac{\partial \text{Re}\bar{F}}{\partial w} + \frac{K_u K_e \cos \phi_m}{k_o} \frac{\partial \text{Im}\bar{F}}{\partial w} - \frac{\partial |\bar{F}|^2}{\partial r} \Big|_o \\ \frac{\partial |\bar{F}|^2}{\partial w} + \frac{k_o^2}{(K_u K_e)^2} \frac{\partial |G|^2}{\partial w} \end{array} \right] \frac{\partial r}{\partial c} \Big|_o \quad (4.5)$$

여기서  $r_1, r_2, r_3$ 는 다음과 같다.

$$r_1 = b_0 / (k_u k_e)$$

$$r_2 = b_1 / (k_u k_e)$$

$$r_3 = b_2 / (k_u k_e)$$

통계적 단어길이 개념을 도입하여 계수 단어 길이를 설정해보자. 식(4.5)은

$$d\phi = f(w_c, c_o) dc \quad (4.6)$$

과 같은 형태이고 계수의 갯수가 직접구조와 병렬구조의 경우엔 5, 실영점을 갖는 경우엔 6이므로 식(4.6)은

$$d\phi = \sum_{i=1}^N f_i(w_c, c_o) dc_i \quad N=5 \text{ 또는 } 6 \quad (4.7)$$

과 같이 쓸 수 있다. 계수 양자화 오차  $dc_i$ 는 실제로는 deterministic하게 주어지는 값이지만 평균이 영이고 분산이  $q^2/12$ 인 서로 관계가 없는 균일분포 랜덤 변수라고 가정한다. 이와 같은 가정하에서  $d\phi$ 는 평균이 영이고 분산은

$$\sigma_{d\phi}^2 = \frac{q^2}{12} \sum_{i=1}^N [f_i(w_c, c_o)]^2 \quad (4.8)$$

과 같다. 여기서  $q$ 는 양자화 스텝이다.

본 논문에서 다루는 디지털 PID 제어기에서는  $N=5$  또는 6 이지만 이 정도의 숫자로도  $d\phi$ 는 가우시 분포를 갖기에 충분하다[12]. 따라서, 신뢰도 레벨이 주어지면 오차  $d\phi$ 가 미리 주어진 한계내에 머무는데 필요한 분산이 계산 되어진다. 신뢰도 레벨을 95%(2σ point)로 두면 식(4.8)로 부터

$$q = \sqrt{3 E_o / \sum_{i=1}^N [f_i(w_c, c_o)]^2} \quad (4.9)$$

과 같은  $q$ 의 추정치를 얻을 수 있으며 따라서 통계적 단어 길이는

$$SWL = L + \log_2 1/q \quad (4.10)$$

과 같이 구할 수 있다. 여기서  $L$ 은 계수 단어 길이 중에서 부호 비트를 포함해 정수부분을 표현하는데 쓰이는 비트수며 소수부분을 나타내는데 쓰이는 비트수는  $n_o$  즉  $q=2^{-n_o}$ 이다. 식(4.10)의 통계적 단어 길이는 각 구조마다 한번만 계산되며 그 중 가장 작은 SWL을 갖는 구조를 선정하여 디지털 PID 제어기를 구현하게 된다.

(2) 이득여유 자동동조 디지털 PID 제어기

이득여유 자동동조기의 경우 위상봉과 주파수  $w_c$ 에서

다음 식이 성립한다.

$$A_m = -1 / \text{Re}[F(w_c, c_o)G(w_c)] \quad (4.11)$$

$$\arg[F(w_c, c_o)G(w_c)] = \pi \quad (4.12)$$

위상여유 자동동조기와 마찬가지로 실제로 구현하는 제어기는 스케일링된 제어기  $F(z)$ 이므로 식(4.11)와 식(4.12)은 다음과 같은 형태로 바꾸어 해석하여야 한다.

$$A_m = - \frac{1}{\text{Re}[K_u K_e \bar{F}(w_c, c_o)G(w_c)]} = - \frac{1}{K_u K_e \text{Re}[\bar{F}(w_c, c_o)G(w_c)]} \quad (4.13)$$

계수 양자화 오차로 인한 이득여유의 오차  $dA$ 를 구해보면

$$dA = - \frac{K_u K_e A_m^2}{k_o} \left[ \frac{\partial \text{Re}\bar{F}}{\partial r} - \frac{k_o}{k_c} \frac{\partial \text{Re}G}{\partial w} - \frac{K_u K_e A_m}{k_o} \frac{\partial \text{Re}\bar{F}}{\partial w} - \frac{\partial \text{Im}\bar{F}}{\partial r} \right] \frac{\partial r}{\partial c} \Big|_o \quad (4.14)$$

과 같은 관계가 구해진다. 또, 통계적 단어 길이도 위상여유 자동 동조기에서와 같은 방법으로 구하면 식(4.11)로 주어지며 신뢰도 레벨 95%에서  $q$ 는 식(4.10)으로 주어진다. 여기서  $|dA| \leq E_o$ 의 같은 허용한계를 가정하고  $dA$ 는 식(4.14)과 같은 형태로 둔다. 위상여유 자동동조기에서와 마찬가지로 식(4.11)의 통계적 단어 길이는 각 구조마다 한번씩만 계산하면 되고 그 중 가장 작은 것으로 제어기 계수 단어 길이로 택한다.

(3) 직접방법에 의한 계수 단어 길이 선정

통계적방법과 비교하기 위하여 허용 악화정도  $E_o$ 를 만족시키는 계수 단어 길이를 직접방법에 의해서 구한다. 궤환 제어 시스템이 불안정해질 때 까지 양자화 계수를 갖는 PID 제어기로 구성된 시스템의 위상여유와 이득여유를 계산하여 설계기와 비교하여  $E_o$ 를 만족하는지 점검하고 단어길이 대 위상여유(또는 이득여유)의 전체 곡선을 구한다. 이렇게 구해진 곡선상에서 주어진 악화정도를 만족시키는 최소 단어 길이를 택하기로 한다. 일반적으로 계수 숫자가 많아질수록 통계적 방법이 계산량에서 불리하나 PID 제어기의 경우 계수는 5개 또는 6개이므로 계산 효율면에서 직접 방법보다 훨씬 효율적이라 볼 수 있다.

5. 시뮬레이션 및 검토

다음과 같은 전달함수를 갖는 연속시간 시스템을 대상으로 하여 위상여유 자동 동조 디지털 PID 제어기의 성능분석 및 통계적 단어길이 선정을 해보자.

$$G_p(s) = \frac{10}{(s+1)(s+2)}$$

이 시스템의 표본주기를 0.1초로 하여 ZOH(zero order hold)등가 모델을 구하면

$$G(z) = \frac{0.0453(z+0.904)}{(z-0.905)(z-0.819)}$$

와 같다. 주파수  $\omega_0$ 와 한계이득  $k_c$ 를 구하면  $\omega_0=7.7$  [rad],  $k_c=6.34$ 와 같으며 위상여유는  $48.2^\circ$ 임을 알 수 있다. 이제 원하는 위상여유  $\phi_m$ 을  $60^\circ$ 로 두고 위상여유자동 동조방법에 의해 디지털 PID 제어기의 이득  $K_p, K_I$  및  $K_D$ 를 구하면

$$K_p = K = 0.9206$$

$$K_I = \frac{KT}{T_1} = 0.02668, \quad K_D = \frac{KT\alpha}{T} = 7.9413$$

과 같다. 여기서  $T_1=\alpha T\alpha$ 인 관계를 사용했는데  $\alpha=4$  두었다.  $F(z)$ 는 복소영점을 가지므로 본 예제의 경우에는 케스케이드구조는 직접구조와 동일하다. 이제 스케일링 요소를 구해보면  $K_e$ 와  $K_u$ 는 제어기 구조에 관계없이  $K_e=0.6072$ ,  $K_u=50.5274$ 로 정해지며 제어기구조에 따라 다른 값을 갖는  $k_{11}$ 과  $k_{22}$ 를 보면 각각 7.481, 2.211 (직접구조)과 3.217, 2.211 (병렬구조)이다.

위상여유의 오차 허용한계를  $2^\circ, 5^\circ, 10^\circ$ 로 두어 각 경우에 대해 통계적 단어길이를 구한 결과를 표5.1에 보였다.

표5.1를 보면 모든 경우에 병렬구조가 가장 작은 단어길이를 페루우프시스템의 위상여유 허용오차 한계를 만족시킴을 알 수 있다. 직접방법에 의해 위상여유 대 계수단어길이의 tradeoff 곡선을 구하여 그림 5.1에 보였다. 그림 5.2에 병렬 구조를 택하고 PID제어기 계수를 7비트로 구현한 페루우프 시스템 출력력을 보였다. 정상상태 오차가 0.15 정도 존재하는데 그 이유는 계수 중에서 한개가 양자화값이 0이 되어 버리기 때문이다. 이런 경우가 발생할 때에는  $C_2$  값에  $2^n$ 을 곱하여 양자화한다. 이와같이  $C_2$ 를 양자화한 경우의 페루우프 출력력을 그림 5.2에 점선으로 보였으며 이상적인 경우(그림 5.2)에 거의 같은 응답을 보이게 됨을 알 수 있다.

그림 5.4 및 그림 5.5에 보인 신호양자화 오차만 고려할 경우와 신호 및 계수양자화 오차를 고려한 경우의 플랜트 출력력을 보면 본 연구에서 제안하는

제어기의 성능인 그림 5.5의 실선으로 나타내어지는 부분의 결과가 가장 이상적인 경우에 가까움을 알 수 있다.

6. 결론

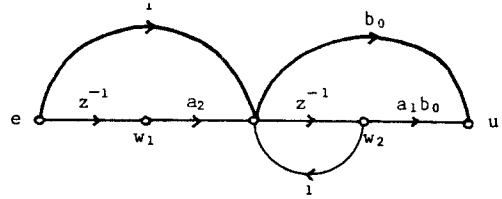
본 논문에서는 디지털 PID 제어기를 구현할 때 유한단어 길이로 인하여 발생하는 양자화 오차의 영향을 분석하고 통계적 단어 길이의 개념을 PID 제어기 경우대로 확장시켜 성능적으로 안정도여유(위상여유, 이득여유)를 택하여 고려 대상 제어기 구조별로 단 한 번의 계산으로 위상여유나 이득여유 허용 약화 정도를 만족 시킬 수 있는 제어기 계수 단어 길이를 선정하는 방법을 제시하였으며, 예제 시뮬레이션을 통해 이 방법의 유용성을 입증하였다.

앞으로의 연구 과제로는 현재로는 몇가지 충분조건만이 알려져 있는 리미트 사이클이 발생하는 조건에 대한 연구 및 제한 요소를 고려한 제어기 설계를 들 수 있으며, 기존의 결과들을 다변수시스템으로 확장하는 것도 필요한 연구 과제이다. 끝으로 본 연구는 과학재단 목적기초 연구비 지원으로 수행되었음을 밝힌다.

참고 문헌

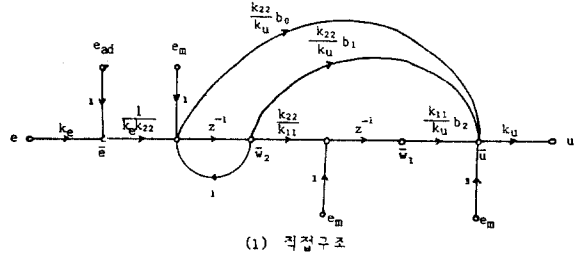
- [1] H. Hanselmann, "Implementation of digital controllers - a survey," Automatica, vol. 23, no. 1, pp. 7-32, Feb. 1987.
- [2] R. E. Crochiere, "A new statistical approaches to the coefficient word length problem for digital filters," IEEE Trans. Circuits and Systems, vol. CAS-22, no. 3, pp. 190-196, Mar. 1975.
- [3] J. B. Knowles and R. Edwards, "Effects of finite-word-length computer in sampled-data feedback systems," Proc. Inst. Elec. Eng., vol. 112, pp. 1197-1207, Jun. 1965.
- [4] E. E. Curry, "The analysis of roundoff and truncation errors in a hybrid control systems," IEEE Trans. Automat. Contr., vol. AC-12, pp. 601-604, Oct. 1967.
- [5] J. B. Slaughter, "Quantization errors in digital control systems," IEEE Trans. Automat. Contr., vol. AC-9, pp. 70-74, Jan. 1964.
- [6] P. Moroney et al., "The digital implementation of control compensators: the coefficient wordlength issue," IEEE Trans. Automat. Contr., vol. AC-25, pp. 621-630, Aug. 1980.

- [7] P. Moroney et al., "Round off noise and scaling in the digital implementation of control compensators," IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, vol. ASSP-31, pp. 1464-1477, Dec. 1983.
- [8] A. J. M. Van Wingerden and W. L. de Konig, "The influence of finite word length on digital optimal control," IEEE Trans. Automat. Contr., vol. AC-29, pp. 385-391, May 1984.
- [9] A. B. Sripad, "Performance degradation in digitally implemented optimal regulators using fixed-point arithmetic," Automatica, vol. 18, no. 3, pp. 353-357, 1982.
- [10] K. J. Astrom and T. Hagglund, "Automatic tuning of simple regulators with specifications on phase and amplitude margins," Automatica, vol. 20, no. 5, pp. 645-651, 1984.
- [11] 이 상정의 2명, "디지털 PID 제어기에서의 고정 소수점연산 영향 분석 연구," 제어계측 연구회, 로봇틱스 및 자동화 연구회 합동학술 발표회 논문집. 1989.7.
- [12] A. Populis, Probability, Random Variables, and Stochastic Processes. McGraw-Hill, 2nd ed., Korean Student Ed., p. 195, 1984.

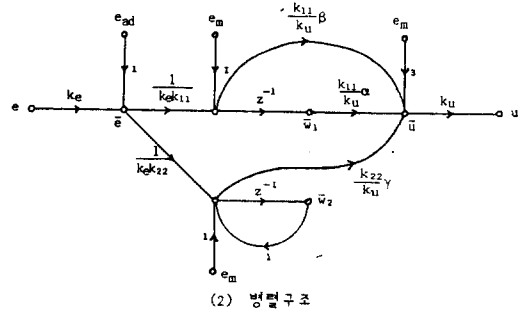


(3) 캐스케이드 구조(실영점)

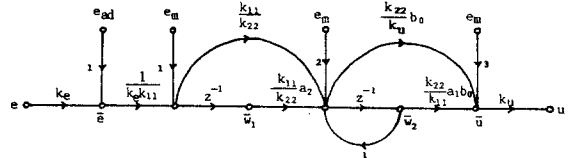
그림 3.1 디지털 PID 제어기 구조(상태 실현)



(1) 직접구조

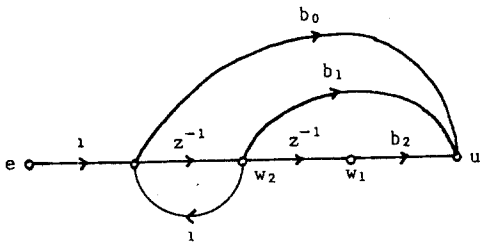


(2) 병렬구조

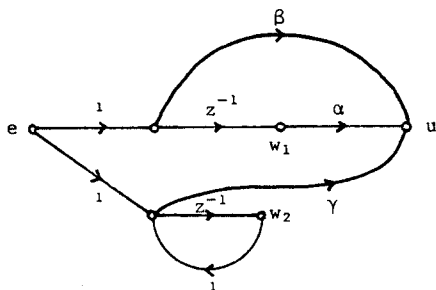


(3) 캐스케이드 구조(실영점)

그림 3.2 스케일링된 디지털 PID 제어기 구조



(1) 직접구조



(2) 병렬구조

표4.1 F(z) 계수와 상태실현 계수

구조 상태실현 계수	직접 구조	병렬 구조	캐스케이드구조 (실영점)
c <sub>1</sub>	b <sub>2</sub>	-b <sub>2</sub>	$\frac{b_1 + \sqrt{b_1^2 - 4b_0b_2}}{2}$
c <sub>2</sub>	b <sub>0</sub> +b <sub>1</sub>	b <sub>0</sub> +b <sub>1</sub> +b <sub>2</sub>	$b_0 + \frac{b_1 - \sqrt{b_1^2 - 4b_0b_2}}{2}$
c <sub>3</sub>	b <sub>0</sub>	b <sub>0</sub>	b <sub>0</sub>
c <sub>4</sub>	unde- fined	unde- fined	$\frac{b_1 + \sqrt{b_1^2 - 4b_0b_2}}{2b_0}$

표 4.2 F(z) 계수와 양자화될 상태 실현계수

구조 양자화 계수	직접 구조	병렬 구조	케스케이드 구조 (실 영점)
$c_1$	$\frac{K_{11}}{K_u} b_2$	$-\frac{K_{11}}{K_u} b_2$	$\frac{K_{11}}{K_u} b_1 + \frac{b_1^2 - 4b_0b_2}{2}$
$c_2$	$\frac{K_{22}}{K_u}(b_0+b_1)$	$\frac{K_{22}}{K_u}(b_0+b_1+b_2)$	$\frac{K_{22}}{K_u}[b_0 + b_1 - \frac{b_1^2 - 4b_0b_2}{2}]$
$c_0$	$\frac{1}{K_u K_e} b_0$	$\frac{1}{K_u K_e} b_0$	$\frac{1}{K_u K_e} b_0$
$c_4$	$\frac{K_{22}}{K_{11}}$	$\frac{1}{K_{11} K_e}$	$\frac{K_{11}}{K_{22}} \frac{b_1 + \sqrt{b_1^2 - 4b_0b_2}}{2b_0}$
$c_6$	$\frac{1}{K_{22} K_e}$	$\frac{1}{K_{22} K_e}$	$\frac{1}{K_{11} K_e}$
$c_0$	undefined	undefined	$\frac{1}{K_{22} K_e}$

(주 : 사용되는 스케일링 요소중  $K_{11}, K_{22}$ 는 구조별 다른값임)

표 5.1 통계적계수 단어길이

구조 $E_0$	직접구조 (L=2)	병렬구조 (L=1)
2°	8.715	7.9
5°	7.393	6.578
10°	6.393	5.578

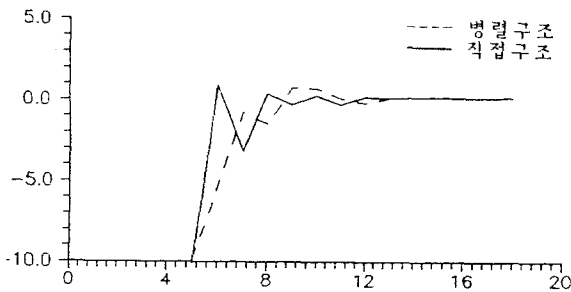


그림 5.1 직접방법에 의한 위상여유오차대 단어길이 곡선

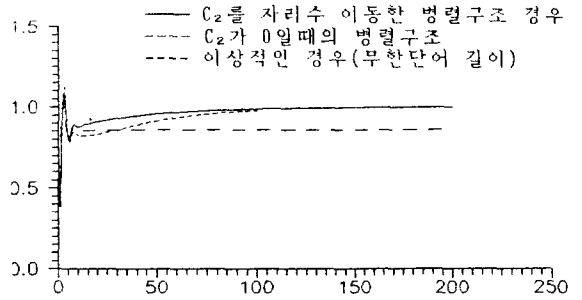


그림 5.2 병렬구조 제어기 계수 양자화 오차 영향

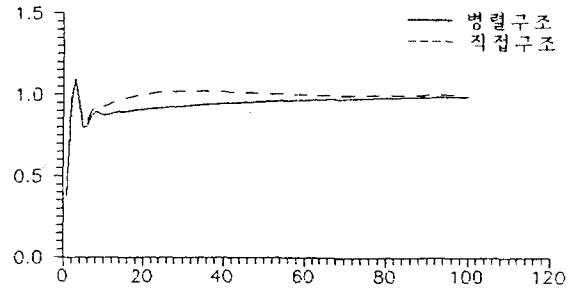


그림 5.3 병렬구조와 직접구조의 계수 양자화오차 비교

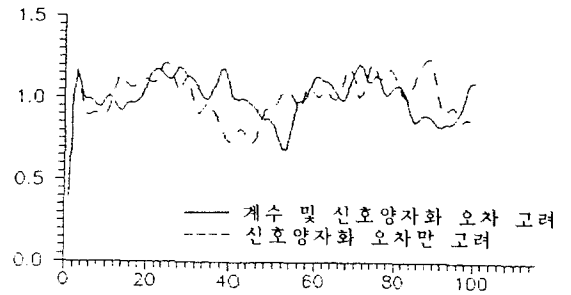


그림 5.4 직접구조 디지털 PID 제어기의 성능

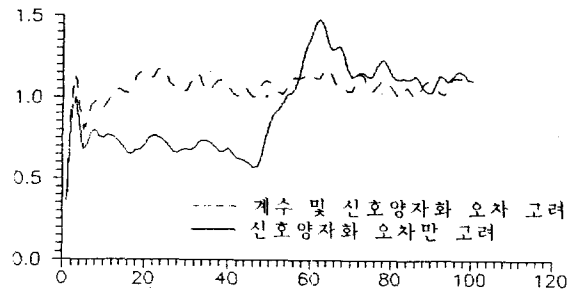


그림 5.5 병렬구조 디지털 PID 제어기의 성능