'89 韓國自動制御學術會議論文集 1989. 10. 27~28

# 잡음이 존재하는 선형 시스템에서의 센서 고장감지에 대한 연구
(A Study on the Sensor Failure Detection and Diagnosis in the Stochastic system)

°손 성한 전 기준
(S. H. Son, G. J. Geon)

경북대학교 공과대학 전자공학과
(Kyung Pook National Univ.,Dept. of Elec.Eng.)

Abstract
In the paper a failure detection and diagnosis method of a stochastic system is proposed. It is based on the comparison of the moving averages generated from outputs of the real plant and a modeled normal plant. The proposed method allows us to locate the failed sensor and can be efficiently used for the failure detection and diagnosis of a plant with many sensors

## 1.서 론

다이나믹 시스템에서 고장의 감지와 진단(fault detection and diagnosis)은 제어의 실행에 매우 중요한 일중에 하나이다. 이는 초기 고장의 감지가 주공정의 파손이나 정지를 피할 수 있게 해주고, 또한 많은 물질적 피해 심지어는 인명 손상도 막을 수 있게 해주기 때문이다.

일반적으로 잡음이 존재하는 시스템에서는 칼만 필터를 이용하여 실제공정의 출력값과 칼만 필터 출력값의 비교로써 구한 여분(residual)을 분석하여 센서의 고장을 감지하여 왔다. 이 방법은 센서의 고장은 감지할 수 있으나, 어느 센서가 고장인지 정확히 알 수는 없다. 이러한 문제는 센서 수가 증가할 때 더욱 심각한 문제이다. 그래서 본 논문에서는 공정의 정상적인 출력값을 정의하고 이 값의 이동평균(moving average)을 실제공정의 출력값 이동평균과 비교하므로써 고장난 센서를 정확히 판별할 수 있는 방법을 제안하였다.

논문의 구성은 2장에서 센서 고장의 감지방법과 문제점에 대해 알아보고, 3장에서는 고장난 센서의 판별법을 제안하였고, 4장에서는 시뮬레이션 결과를 제시했으며 마지막으로 5장에서 결론을 적었다.

## 2. 센서 고장의 감지와 문제점

n차 시불변 선형 이산시간 스토캐스틱 시스템을 다음과 같이 정의한다.

$$x(t_i)=Ax(t_{i-1})+ Bu(t_{i-1})+GW(t_i) \quad (1)$$

$$z(t_i)=Hx(t_i)+V(t_i) \quad (2)$$

여기서 $x(t_i)$는 n차원의 상태벡터, $u(t_i)$는 m차원의 입력벡터, $z(t_i)$는 g차원의 출력벡터이다. 그리고 $W(t_i)$는 n차원의 가우스 백색 잡음벡터이고, $V(t_i)$는 g차원의 가우스 백색 잡음벡터이다. 각각은 평균이 영이고 공분산 행렬은

$$E[W(t_i)W^T(t_j)]=\begin{cases} Q_d(t_i) & t_i=t_j \\ 0 & t_i\neq t_j \end{cases}$$

$$E[V(t_i)V^T(t_j)]=\begin{cases} R(t_i) & t_i=t_j \\ 0 & t_i\neq t_j \end{cases}$$

이다.

칼만 필터를 이용하여 시스템의 상태변수를 2단계로 추정하는 과정을 보면 1단계에서는 상태변수의 예측 추정치 $\hat{x}(t_i^-)$는

$$\hat{x}(t_i^-)=A\hat{x}(t_{i-1}^+)+Bu(t_{i-1}) \quad (3)$$

와 같이 계산하며 이때 예측에러(prediction error) $\tilde{x}(t_i^-)=x(t_i)-\hat{x}(t_i^-)$의 공분산 행렬 $P(t_i^-)$는

$$P(t_i^-)=AP(t_{i-1}^+)A^T+GQG^T \quad (4)$$

와 같다.

2단계로 시스템의 상태변수 추정치 $\hat{x}(t_i^+)$를 계산하면

$$\hat{x}(t_i^+)=\hat{x}(t_i^-)+K(t_i)(z(t_i)-H\hat{x}(t_i^-)) \quad (5)$$

와 같고 추정에러(estimation error)의 공분산 행렬 $P(t_i^+)$는

$$P(t_i^+)=P(t_i^-)-K(t_i)HP(t_i^-) \quad (6)$$

이고, 필터이득 $K(t_i)$는

$$K(t_i)=P(t_i^-)H^T[HP(t_i^-)H^T+R]^{-1} \quad (7)$$

이다.

한편, 여분(residual)은 $t_i\in T$ 에서 다음과 같이 정의된다.

$$r(t_i)=z(t_i)-H\hat{x}(t_i^-) \quad (8)$$

여기에서 $r(t_i)$는 측정값 $z(t_i)$에 예측값의 차이를 의미한다.

다음으로 예측에러의 평균과 공분산 행렬을 계산해

보면

$$e(t_i)=x(t_i)-\hat{x}(t_i^-)$$

$$E[e(t_i)]=0$$

$$E[e(t_i)e^T(t_i)]=P(t_i^-) \tag{9}$$

이다.만약 (8)식에서 센서의 고장이 존재하지 않는다면

$$E[r(t_i)]=0 \tag{10}$$

$$E[r(t_i)r^T(t_i)]=E[(z-H\hat{x}(t_i^-))(z-H\hat{x}(t_i^-))^T]$$

$$=HP(t_i^-)H^T+R \tag{11}$$

를 얻을 수 있다.

(11)식에서 $r(t_i)$값의 공분산이 $\Sigma^2=HP(t_i^-)H^T+R$이므로 여분벡터 $r(t_i)$의 각 성분값의 약 68%는 $\sigma$범위에, 약 95%는 $2\sigma$범위에 존재하게 된다. 그러나 $r(t_i)$이 연속적으로 이 범위를 벗어나면 센서에 고장이 생겼다고 감지하여도 무방하다. (그림 1참조)

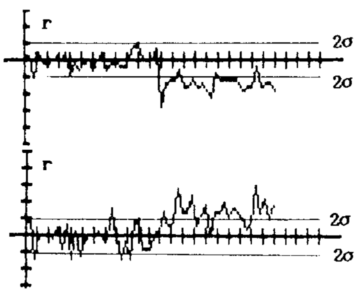


그림 1. 여분을 이용한 센서 고장감지

그러나 이 방법은 센서가 여러개 존재할 때 즉

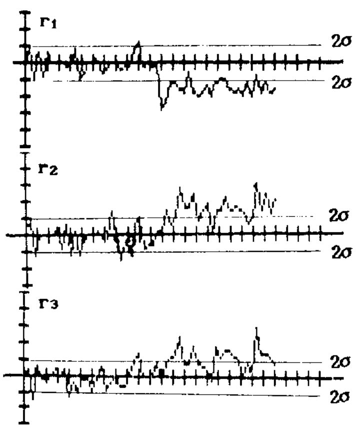


그림 2. $z_1$의 값이 잘못 측정 되었을 경우

그림 2와 같이 하나의 센서가 고장이 났음에도 불구하고 모든 $r(t_i)$가 $2\sigma$의 범위를 벗어나고 있어 어느 센서가 고장인지 알 수가 없다. 이는 고장난 센서로 부터 얻은 측정치가 칼만 필터에서 추정되는 모든 상태변수에 영향을 미쳐, 칼만 필터의 출력값 전부를 변화 시킴으로써 실제공정 값과 모두 다르게 되기 때문이다.

## 3. 고장센서의 판별

(1), (2)식에서 잡음을 제거한 정상적인 이산시간 시스템은 다음과 같다.

$$x(t_i)=Ax(t_{i-1})+Bu(t_{i-1}) \tag{12}$$

$$y(t_i)=Hx(t_i) \tag{13}$$

여기에서 시스템의 극점(pole)이 단위원 근처에 존재할 때 초기값에 따라서는 정상상태에로의 수렴속도가 매우 느릴 수도 있을 것이다. 이 점을 보완하기 위해 관측기(observer)를 구성하면

$$x^*(t_i)=(A-LC)x^*(t_{i-1})+Ly(t_{i-1})+Bu^*(t_{i-1}) \tag{14}$$

와 같다. 다음으로 (14)식의 추정값을 이용하여 정상적인 공정의 출력값을 얻으면

$$z^*(t_i)=Hx^*(t_i) \tag{15}$$

이고, 여기서 k 크기의 창(window)을 가진 이동평균(moving average)을 정의하면

$$\bar{Z}(t_i) = (1/k)\sum_{j=0}^{k-1} z(t_{i-j}) \quad , \quad i>k-1 \tag{16}$$

와 같고, (16)식을 사용하여 (15)식의 양변에 이동평균을 취하면

$$\bar{Z}^*(t_i)=H\,\bar{X}^*(t_i) \tag{17}$$

이다. 다음으로 (2)식의 스토캐스틱 시스템에서 공정의 출력값은

$$z(t_i)=Hx(t_i)+V(t_i) \tag{18}$$

인데, 양변에 이동평균을 취하면, (18)식에서 가우스 백색 잡음의 평균은 영이므로

$$\bar{Z}(t_i)=H\bar{X}(t_i) \tag{19}$$

를 얻을 수 있다.

여기에서 (19)식은 실제 공정의 출력값에 대한 이동평균이고, (17)식은 정상적인 공정의 이동평균이다. 이는 모든 센서에 고장이 없다면 같은 값이나, 센서에 고장 존재한다면 값은 같지 않을 것이다. 두 이동평균의 차를 $\bar{r}(t_i)$하면

$$\bar{r}_i= \bar{Z}^*(t_i)-\bar{Z}(t_i) \tag{20}$$

와 같고, 이를 분석하여 고장위치를 찾을 수 있다. (20)식에서의 모든 요소값이 $\varepsilon$(허용 오차)보다 적으면, 모든 센서는 정상동작을 한다고 감지하고, $\varepsilon$ 범위를 벗어나면, 벗어난 $\bar{r}_i$의 요소에 사용된 센서에 고장이 생겼다고 감지한다. 이는 공정에서 잘못 측정된 값만이 정상적인 공정의 출력값과 다르기 때문이다.

## 4. 시뮬레이션 결과 및 검토

제안된 방법을 다음과 같은 예제에 적용시켜 컴퓨터 시뮬레이션을 하였다.

$$A = \begin{bmatrix} 0.26 & 0.12 & 0.22 & 0.14 \\ 0.15 & 0.28 & 0.02 & 0.23 \\ 0.12 & 0.12 & 0.27 & 0.13 \\ 0.25 & 0.15 & 0.15 & 0.29 \end{bmatrix} \quad H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

앞절의 그림 2는 실제공정에서 H가

$$\begin{bmatrix} 0.5 & 0.0 & 0.5 & 0.5 \\ 0.0 & 1.0 & 1.0 & 1.0 \\ 1.0 & 1.0 & 0.0 & 1.0 \end{bmatrix}$$

로 변함에 따라 $z_1$이 잘못 측정됨에 의해 $r_1, r_2, r_3$가 모두 $2\sigma$의 범위를 벗어나고 있음을 보이는 결과인데,

이것을 3장의 센서고장 판별방법으로 $\bar{r}_i$값을 얻으면 그림 3과 같으며

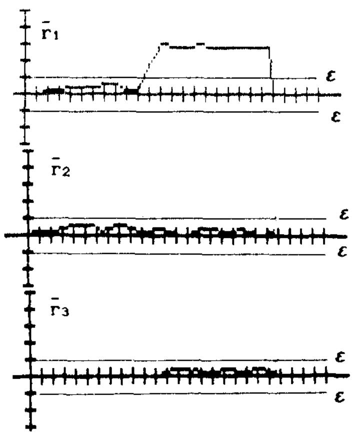


그림 3. $z_1$의 값이 잘못 측정 되었을 경우

여기서 $\bar{r}_1$의 값만이 $\varepsilon$의 범위를 벗어남을 알 수 있다.

그림 4는 실제공정에서 H가

$$\begin{bmatrix} 0.5 & 0.0 & 0.5 & 0.5 \\ 0.0 & 0.5 & 0.5 & 0.5 \\ 1.0 & 1.0 & 0.0 & 1.0 \end{bmatrix}$$

로 변함에 따라 $z_1$, $z_2$가 잘못 측정됨에 의해 나타나는 $r(t_i)$의 결과이다.

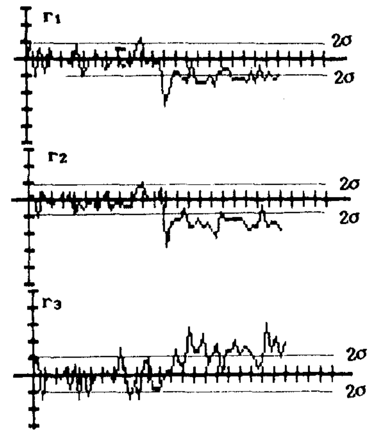


그림 4. $z_1$, $z_2$의 값이 잘못 측정 되었을 경우

$r_1$, $r_2$, $r_3$가 모두 $2\sigma$의 범위를 벗어나고 있음을 보이고 있다. 이것을 3장의 센서 고장판별법으로 $\bar{r}_i$값을 얻으면

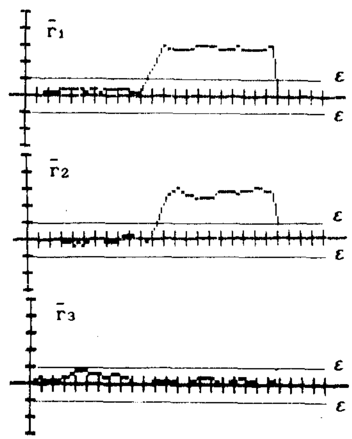


그림 5. $z_1$, $z_2$의 값이 잘못 측정 되었을 경우

그림 5와 같이 $\bar{r}_1$, $\bar{r}_2$의 값이 $\varepsilon$의 범위를 벗어남을 알 수 있다.

그림 6은 실제공정의 H가

$$\begin{bmatrix} 1.0 & 0.0 & 1.0 & 1.0 \\ 0.0 & 1-0.05t & 1-0.05t & 1-0.05t \\ 1-0.05t & 1-0.05t & 0.0 & 1-0.05t \end{bmatrix}$$

로 변함에 따라 $z_2$, $z_3$가 점차적으로 잘못 측정됨에 의해 나타나는 $r(t_i)$의 결과이다.

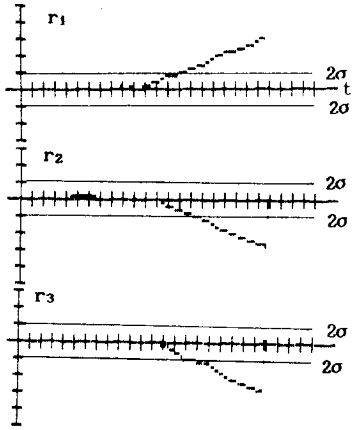


그림 6. $z_2$, $z_3$의 값이 잘못 측정 되었을 경우

$r_1$, $r_2$, $r_3$가 모두 $2\sigma$의 범위를 벗어나고 있음을 보이고 있다. 이것을 3장의 센서 고장판별법으로 $\bar{r}_i$값을 얻으면

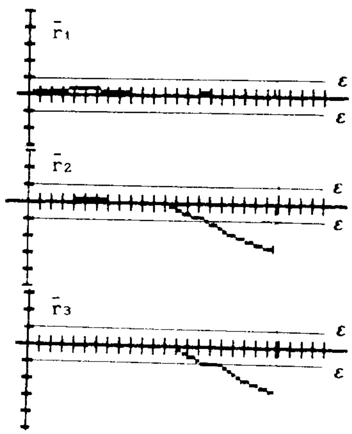


그림 7. $z_2$, $z_3$의 값이 잘못 측정 되었을 경우

그림 7에서 보는 바와 같이 $r_2$, $r_3$의 값이 $\varepsilon$의 범위를 벗어남을 알 수 있다.

## 5. 결론

본 논문에서는 공정의 정상적인 출력값을 정의하고, 이것을 실제공정의 출력값과 비교하므로써 고장난 센서를 알아 낼 수 있는 방법을 제안하였다.

이 방법은 2장에서 설명된 여분방법이 단지 센서의 고장 여부만을 판별하는데 비해 고장난 센서까지도 찾을 수 있다는 것을 시뮬레이션 결과로 보이고 있다. 또한 이 방법은 센서가 많이 사용되는 공정이나, 사람이 직접 각각의 센서를 조사할 수 없는 경우에 특히 유용하리라 생각된다.

## 참고 문헌

[1] J. J. Gertler, "Survey of Model-Based Failure Detection and Isolation in Complex Plants", vol. 8, No.6, pp.3-11, December, 1988

[2] E. Y. Chow and A. S. Willsky, "Analytical Redundancy and The Design of Robust Failure Detection Systems", IEEE Trans.on Auto.Control, Vol. Ac-29, pp.603-614, July, 1984

[3] P. S. Maybeck, Stochastic Models, Estimation and Control Volume1, Academic press, 1979

[4] C. T. Chen, Linear System Theory and Design, Holt-Saunders International Edition, 1984

[5] M. G. Singh, M. F. Hassan, Y. L. Chen and Q. R. Pan, "New Approach to Failure Detection in Largh- Scale System", IEE proc., Vol.130, pp.243-249, September, 1983