

공정 제어 구조 합성을 위한 변수들의 상호작용 해석 및 loop pairing 의 판별 기준

고 재욱*, 윤 인섭**, 송 형근***

* 광운대학교 공과대학 화학공학과
** 서울대학교 공과대학 화학공학과
*** 한국과학기술원 화학공정연구실

음 함수(implicit function)의 미분 관계를 고려하여, 유도한 본 연구의 판별 기준을 통해 조작 변수들과 제어 변수들간의 pairing 을 합리적으로 정할 수 있었으며, 기존의 기준이 해석 하지 못한 대각선 이득에 대한 대각선에 있지 않은 이득의 영향을 효과적으로 고려할 수 있었다. 그리고 여러 경우에 대해 적용 예제들을 통하여 제시한 기준의 검증과 응용성을 알아보았다.

I. 서 론

1970년대 후반 산업체로부터 화학공정의 제어구조는 공정의 특성을 전반적으로 고려하여 체계적으로 설계해야 한다는 요구가 증대함에 따라 연구가 본격화되기 시작하였다[1].

일반적으로 제어구조 합성은 먼저 정성적 방법들 [2][3][4]을 이용하여 가능한 제어변수, 측정변수 및 조작변수들의 집합을 구한 후, 정량적 방법들을 이용하여 집합들을 좀 더 세분화 하고 가능하면 SISO (single input single output) pairing (제어 변수와 조작변수 들의 짝짓기) 까지 합리적으로 구하게 된다.

MIMO (multi input multi output) 제어 이론이 이론상 많이 개발되었으나 아직도 화학 공정 제어는 제어 시스템 조업의 편리 함을 위해 가능하면 SISO 제어를 위한 loop 구성이 중요하며 부득이 한 경우 가능한 작은 수의 MIMO loop 구성이 바람직하다.

제어 loop들의 상호작용을 최소화시키도록 제어변수와 조작 변수를 결합하는 방법 (pairing) 으로 Bristol [5] 이 제시한 RGA (relative gain array) 는 정상상태 이득의 이용과 계산이 간단하여 loop들의 SISO pairing 을 위한 정량적 기법으로 오랫동안 사용되어 왔다. 그러나 pairing 을 정하기 애매한 경우 (array 값이 비슷한 경우)도 있으며, 정상상태 값만을 고려하여 pairing을 하기 때문에 폐회로(closed loop)의 응답이 판별 기준 에 일치하지 않는 경우도 있어 이를 보완하는 연구도 꾸준히 진행되고 있다 [6].

정상상태 이득 행렬의 SVD (singular value decomposition) 를 이용하여 새로운 loop pairing 기법을 제시하기도 하였으나 입력변수와 출력변수의 scaling에 의존하는 단점이 있으며[7], Mijares 등 [8]은 정상상태 이득 행렬의 역행렬을 구하는 반복 과정에서의 수렴속도를 이용하여 loop 의 영향을 고려한 SISO pairing 기법을 제시한 바 있다.

상호작용이 심한 복잡한 공정에서 SISO paring 을 하기 어려운 경우 상호작용을 고려하여 block 으로 잡아 부분적으로 MIMO paring을 택하는 연구도 진행되고 있다. Manousiouthakis 등[9]은 종래의 SISO paring 에 사용되는 RGA를 확장한 BRG (block relative gain) 을 제안하여 SISO paring보다 나은 결과를 보였 으며, 고재욱 [10] 은 정상상태 이득 행렬의 역행렬을 구하는 반복 과정에서의 수렴 속도를 이용하여 block loop 의 영향이 고려된 합리적 MIMO pairing 기법을 제시하였다.

조작변수에 대한 제어변수의 개회로 (open loop) 응답에서 inverse (혹은 nonminimum) 현상이 심하게 나타나거나, 변수 들간의 시간 지연 (time delay) 의 차이가 크다고 예측되는 제어 시스템은 가능하다면 동특성 (dynamics) 을 고려한 판별 기준의 도움을 받아야 한다.

정상상태에 대한 판별 기준은 정상상태 이득 행렬 ($C(0)$) 을 이용하고 동특성을 고려한 판별 기준은 전달함수 행렬 ($G(s)$) 을 이용하므로, 대부분의 동특성을 고려한 판별 기준은 정상상태를 다루는 판별 기준에 적용하였던 개념을 전체의 주파수 영역으로 그대로 확장하였다[11][12][13].

위의 방법들은 전달함수의 대각선상 원소의 크기에 대한 비대각선에 있는 원소의 크기의 영향을 효과적으로 해석하지 못하는 단점이 있다[14].

본 연구에서는 음 함수 (implicit function) 의 미분 관계를 고려하여 정상상태 이득을 이용한 새로운 판별 기준을 제시하였다. 이 기준을 통해 조작변수들과 제어변수들 간의 상호작용이 가장 작은 SISO pairing 을 정할 수 있었으며, 기존의 기준이 고려하지 못한 대각선상의 이득에 대한 대각선상에 있지 않은 이득의 영향을 효과적으로 설명할 수 있었다. 또한 동특성을 고려하는 시스템에 대해서도 이 기준에 적용하는 개념을 전 주파수 영역으로 그대로 확장 가능하다.

그리고 여러 경우에 대해 적용 예제들을 통하여 제시한 방법의 검증과 응용성을 알아보았다.

II. 음 함수 (implicit function) 미분을 이용한 판별 기준

n 개의 조작 변수(m) 와 n 개의 제어 변수(y) 로 이루어진 비선형 제어 시스템 (Fig. 1) 에 대해 정상상태 관계식은 다음과 같은 n 개의 대수 방정식으로 표시된다. 또한 n 개식을 만족하는 해는 각변수의 정상상태 값이다.

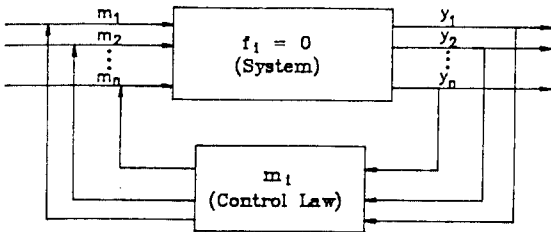


Fig. 1. n x n control system

$$\begin{aligned} f_1(m_1, m_2, \dots, m_n, y_1, y_2, \dots, y_n) &= 0 \\ f_2(m_1, m_2, \dots, m_n, y_1, y_2, \dots, y_n) &= 0 \\ &\vdots \\ f_n(m_1, m_2, \dots, m_n, y_1, y_2, \dots, y_n) &= 0 \quad \dots(1) \end{aligned}$$

각 함수들의 편차를 변수들의 편차와의 관계로 표시하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} df_1 &= \sum_{i=1}^n \frac{\partial f_1}{\partial m_i} dm_i + \sum_{i=1}^n \frac{\partial f_1}{\partial y_i} dy_i \\ df_2 &= \sum_{i=1}^n \frac{\partial f_2}{\partial m_i} dm_i + \sum_{i=1}^n \frac{\partial f_2}{\partial y_i} dy_i \\ &\vdots \\ df_n &= \sum_{i=1}^n \frac{\partial f_n}{\partial m_i} dm_i + \sum_{i=1}^n \frac{\partial f_n}{\partial y_i} dy_i \quad \dots(2) \end{aligned}$$

만일 조작변수인 m_1, m_2, \dots, m_n 과 제어변수인 y_1, y_2, \dots, y_n 을 동시에 고려하는 전체적인 MIMO feedback 제어로 하는 시스템이라면

$$\begin{aligned} m_1 &= m_1(y_1, y_2, \dots, y_n) \\ m_2 &= m_2(y_1, y_2, \dots, y_n) \\ &\vdots \\ m_n &= m_n(y_1, y_2, \dots, y_n) \quad \dots(3) \end{aligned}$$

로 표시할 수 있으며, 조작변수 m_1, m_2, \dots, m_n 의 편차는 다음과 같이 표시가 가능하다.

$$\begin{aligned} dm_1 &= \sum_{i=1}^n \frac{\partial m_1}{\partial y_i} dy_i \\ dm_2 &= \sum_{i=1}^n \frac{\partial m_2}{\partial y_i} dy_i \\ &\vdots \\ dm_n &= \sum_{i=1}^n \frac{\partial m_n}{\partial y_i} dy_i \quad \dots(4) \end{aligned}$$

n x n 제어 시스템을 조업의 편리함을 위해 SISO 제어 시스템을 구성한다면 가능한 SISO pairing 집합의 수는 n! 이다.

그 중 한 예로 $(m_1 - y_1), (m_2 - y_2), \dots, (m_n - y_n)$ 으로 SISO 제어를 하는 시스템을 생각한다면, 조작 변수는

$$m_i = m_i(y_i) \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad \dots(5)$$

으로 표시할 수 있으며 조작변수 $m (i = 1, 2, \dots, n)$ 의 편차는 다음과 같이 표시가 가능하다.

$$dm_i = \frac{\partial m_i}{\partial y_i} dy_i \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad \dots(6)$$

MIMO 시스템에 관한 식 (4) 를 식 (2) 에 대입하여 정리하면

$$\begin{aligned} df_1 &= \sum_{j=1}^n \left[\sum_{i=1}^n \frac{\partial f_1}{\partial m_i} \frac{\partial m_i}{\partial y_j} + \frac{\partial f_1}{\partial y_j} \right] dy_j \\ df_2 &= \sum_{j=1}^n \left[\sum_{i=1}^n \frac{\partial f_2}{\partial m_i} \frac{\partial m_i}{\partial y_j} + \frac{\partial f_2}{\partial y_j} \right] dy_j \\ &\vdots \\ df_n &= \sum_{j=1}^n \left[\sum_{i=1}^n \frac{\partial f_n}{\partial m_i} \frac{\partial m_i}{\partial y_j} + \frac{\partial f_n}{\partial y_j} \right] dy_j \quad \dots(7) \end{aligned}$$

$$E_{\bullet} = \begin{bmatrix} e_{11} & ,e_{12} & , \dots ,e_{1n} \\ e_{21} & ,e_{22} & , \dots ,e_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ e_{n1} & ,e_{n2} & , \dots ,e_{nn} \end{bmatrix}$$

$$e_{ij} = \frac{\partial f_i}{\partial m_j} \frac{\partial m_j}{\partial y_j} + \frac{\partial f_i}{\partial y_j} \quad \text{이다.}$$

이 되어 이 식을 vector 방정식으로 표시하면 다음과 같다.

$$f = E_{\bullet} y \quad \dots(8)$$

여기서 $f = [df_1, df_2, \dots, df_n]^T$

$$y = [dy_1, dy_2, \dots, dy_n]^T$$

$$E_{\bullet} = \begin{bmatrix} e_{11} & ,e_{12} & , \dots ,e_{1n} \\ e_{21} & ,e_{22} & , \dots ,e_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ e_{n1} & ,e_{n2} & , \dots ,e_{nn} \end{bmatrix}$$

$$e_{ij} = \sum_{k=1}^n \frac{\partial f_i}{\partial m_k} \frac{\partial m_k}{\partial y_j} + \frac{\partial f_i}{\partial y_j} \quad \text{이다.}$$

가능한 SISO 시스템의 한 예가 되는 식 (6)을 식 (2)에 대입하여 정리하면

$$\begin{aligned} df_1 &= \sum_{j=1}^n \left[\frac{\partial f_1}{\partial m_j} \frac{\partial m_j}{\partial y_j} + \frac{\partial f_1}{\partial y_j} \right] dy_j \\ df_2 &= \sum_{j=1}^n \left[\frac{\partial f_2}{\partial m_j} \frac{\partial m_j}{\partial y_j} + \frac{\partial f_2}{\partial y_j} \right] dy_j \\ &\vdots \\ df_n &= \sum_{j=1}^n \left[\frac{\partial f_n}{\partial m_j} \frac{\partial m_j}{\partial y_j} + \frac{\partial f_n}{\partial y_j} \right] dy_j \quad \dots(9) \end{aligned}$$

이 되어 이 식을 vector 방정식으로 표시하면 다음과 같다.

$$f = E_{\bullet} y \quad \dots(10)$$

여기서 $f = [df_1, df_2, \dots, df_n]^T$

$$y = [dy_1, dy_2, \dots, dy_n]^T$$

가능한 모든 경우의 SISO pairing 시스템에 대한 제어에서도 E_{\bullet} 행렬의 값이 다를 뿐 형태는 같다.

가장 합리적인 SISO pairing 구조는 가능한 모든 SISO 구조 중에서 y_k ($i = 1, \dots, n$) 의 편차들 (즉, 설정치의 변화) 에 대해 f_k ($i = 1, \dots, n$) 의 편차 (정상상태 관계식으로 부터 벗어나는 정도) 가 작아야 한다. 또한 이 n 개의 편차들을 다 포함하여 각 제어 구조들을 비교할 수 있는 기준 제어가 필요하다.

Vector 의 성질에서

$$\max \frac{f^T f}{y^T y} = \max \frac{y^T E^T E y}{y^T y} = \|E\|^2 = \lambda_{\max}(E^T E) \quad \dots(11)$$

의 관계를 가지고 있으며 $\|E\|$ 는 E 행렬의 norm 이다[15].

$\frac{f^T f}{y^T y} = \frac{\|f\|}{\|y\|}$ 는 단위 크기를 갖는 y 의 편차에 대해 f 의 편차의 제곱의 합을 의미하며, $\max \frac{f^T f}{y^T y}$ 는 y 의 편차들에 대해 가능한 f 의 편차의 제곱의 합이 가장 큰 값을 뜻한다. 따라서 제어 시스템의 pairing 을 위한 관점에서 보면 이 값이 작은 SISO 제어 구조를 선택하여야 한다.

* 제시하는 새로운 판별 기준 *

E 행렬의 $\text{norm}((\lambda_{\max}(E^T E))^{\frac{1}{2}})$ 이 제일 작은 값을 갖는 SISO 제어구조를 선택한다. 또한 가능한 SISO 구조에 대한 λ_{\max} 값이 모두 1 보다 클 때에는 부분적 MIMO pairing 을 고려한다.

III. 선형 시스템에 응용

일반적으로 비 선형 제어 시스템을 주어진 정상상태를 기준으로 선형화시켜 선형 시스템으로 해석하고 있다. 비 선형 시스템을 주어진 조건에서 선형화시켜 정상상태 이득의 관계로 표시하면 다음과 같다. 여기서 m 과 y 는 정상상태로 부터 벗어난 정도를 나타내며 앞의 비 선형 시스템의 dm 과 dy 에 대응한다.

$$\begin{aligned} f_1 &= g_{11} m_1 + g_{12} m_2 + \dots + g_{1n} m_n - y_1 = 0 \\ f_2 &= g_{21} m_1 + g_{22} m_2 + \dots + g_{2n} m_n - y_2 = 0 \\ &\vdots \\ f_n &= g_{n1} m_1 + g_{n2} m_2 + \dots + g_{nn} m_n - y_n = 0 \end{aligned} \quad \dots(12)$$

위 식을 vector 방정식으로 표시하면

$$G m = y \quad \dots(13)$$

$$m = G^{-1} y \quad \dots(14)$$

이며, 여기서

$$m = [m_1, m_2, \dots, m_n]^T$$

$$y = [y_1, y_2, \dots, y_n]^T$$

$$G = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} & \dots & g_{1n} \\ g_{21} & g_{22} & \dots & g_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{n1} & g_{n2} & \dots & g_{nn} \end{bmatrix}$$

$$G^{-1} = \begin{bmatrix} g_{11}^{-1} & g_{12}^{-1} & \dots & g_{1n}^{-1} \\ g_{21}^{-1} & g_{22}^{-1} & \dots & g_{2n}^{-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{n1}^{-1} & g_{n2}^{-1} & \dots & g_{nn}^{-1} \end{bmatrix} \quad \text{이다.}$$

조작 변수 (m_1, m_2, \dots, m_n) 과 제어 변수 (y_1, y_2, \dots, y_n) 를 동시에 고려하는 전체적인 MIMO 선형 제어 시스템이라면 조작 변수 m_n 는

$$m_i = \sum_{j=1}^n g_{ij} y_j \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad \dots(15)$$

로 표시되고 f 의 편차식 (식(7)) 에 대입하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} df_1 &= \sum_{j=1}^n \left[\sum_{i=1}^n g_{ii} g_{ij} \right] dy_j - dy_1 \\ df_2 &= \sum_{j=1}^n \left[\sum_{i=1}^n g_{2i} g_{ij} \right] dy_j - dy_2 \\ &\vdots \\ df_n &= \sum_{j=1}^n \left[\sum_{i=1}^n g_{ni} g_{ij} \right] dy_j - dy_n \end{aligned} \quad \dots(16)$$

판별기준에 필요한 E 행렬의 원소는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} c_{ii} &= \sum_{k=1}^n g_{ik} g_{ki} - 1 \quad (i = 1, 2, \dots, n) \\ c_{ij} &= \sum_{k=1}^n g_{ik} g_{kj} \quad (i \neq j, i=1, 2, \dots, n, j=1, 2, \dots, n) \end{aligned} \quad \dots(17)$$

만일 SISO pairing 구조에 하나인 (m_1, y_1), (m_2, y_2), ... (m_n, y_n) 으로 pairing 된 제어 시스템 이라면

$$m_i = g_{ij} y_j \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad \dots(18)$$

이 되며 E 행렬의 원소는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} c_{ii} &= g_{ii} g_{ii} - 1 \quad (i = 1, 2, \dots, n) \\ c_{ij} &= g_{ij} g_{ij} \quad (i \neq j, i=1, 2, \dots, n, j=1, 2, \dots, n) \end{aligned} \quad \dots(19)$$

선형 시스템의 전체적인 MIMO 제어 시스템의 행렬 E 의 원소 (식(17)) 는 행렬 연산으로 부터 모두 0 이 되며 $\lambda_{\max}(E^T E) = 0$ 이 된다. 이는 전체적인 MIMO 제어를 할 경우 다른 판별 기준인 BRG 가 1 이 되는 것과 마찬가지로 의미를 가지며 Jacobian 반복 행렬을 이용하는 판별 기준에서 수렴 속도가 ∞ 가 되는 것과 같다.

IV. 적용 결과 및 검토

예 1) 정상상태 이득 행렬이 다음과 같은 2 x 2 제어 시스템을

생각해 보자.

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.8 & -0.2 \\ 0.1 & 0.6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \end{bmatrix}$$

- RGA

$$\Lambda = \begin{bmatrix} 0.96 & 0.04 \\ 0.04 & 0.96 \end{bmatrix}$$

- 수렴속도를 이용한 기준

($m_1 - y_1$) ($m_2 - y_2$)의 수렴성 (S(A)) : 0.204

($m_1 - y_2$) ($m_2 - y_1$)의 수렴성 (S(A)) : 4.899

- 제시한 기준

($m_1 - y_1$) ($m_2 - y_2$)의 구조 : 0.323

($m_1 - y_2$) ($m_2 - y_1$)의 구조 : 1.012

세 기준 모두 ($m_1 - y_1$) ($m_2 - y_2$) SISO pairing 하는 것이 바람직한 것으로 판별하고 있으며, 대각선 상에 있는 이득과 비 대각선 상의 이득의 비가 작은 경우 (본 예제)에는 변수들 간의 상호작용이 작아 판별 기준들이 같은 결과를 제시하였다.

예 2) 다음은 Friedly [6] 가 RGA 기준이 SISO pairing 기법으로서 보완이 필요하다고 하면서 제시한 예의 정상상태 model 식이다.

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0.01 & 0.1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \end{bmatrix}$$

- RGA

$$\Lambda = \begin{bmatrix} 0.901 & 0.091 \\ 0.091 & 0.901 \end{bmatrix}$$

- 수렴속도를 이용한 기준

($m_1 - y_1$) ($m_2 - y_2$)의 수렴성 (S(A)) : 0.316

($m_1 - y_2$) ($m_2 - y_1$)의 수렴성 (S(A)) : 3.16

- 제시한 기준

($m_1 - y_1$) ($m_2 - y_2$)의 구조 : 9.09

($m_1 - y_2$) ($m_2 - y_1$)의 구조 : 9.181

기존의 두 기준은 상호작용이 상당히 작은 것으로 나타내고 있어 이 제어 시스템의 pairing은 ($m_1 - y_1$) ($m_2 - y_2$)를 제시하고 있으나, 본 연구에서 제시한 기준에서는 ($m_1 - y_1$) ($m_2 - y_2$)구조나 ($m_1 - y_2$) ($m_2 - y_1$)구조가 SISO pairing 하기에는 부적합한 것으로 판별하고 있다. 이는 정상상태 이득의 비가 비슷하여 상호작용이 심하기 때문이며 이에 대해 Friedly는 closed-loop response 가 이러한 현상이 나타난다고 보고한 바 있다. 따라서 본 연구에서 제시하는 기준은 두 기준의 미비한 점을 보완하여 좀 더 나은 기법이라 할 수 있다.

예 3) 다음은 초임계 추출 공정 [16]의 정상상태 model 식이다.

$$\begin{bmatrix} P_e \\ P_s \\ m_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -37.55 & 3.60 & 0.0852 \\ 1854.91 & -695.52 & 0.0751 \\ 1091.12 & 104.65 & 0.0442 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{v_1} \\ C_{v_2} \\ P_p \end{bmatrix}$$

P_e : 추출기의 압력

P_s : 분리기의 압력

m_3 : 유량

C_{v_1} : 제어 valve 1

C_{v_2} : 제어 valve 2

P_p : pump의 압력

- RGA

$$\Lambda = \begin{bmatrix} 0.018 & 0 & 0.982 \\ 0.204 & 0.796 & 0 \\ 0.778 & 0.204 & 0.018 \end{bmatrix}$$

- 제시한 기준

- ($P_e - P_p$) ($P_s - C_{v2}$) ($m_3 - C_{v1}$) 의 구조 : 5.32
- ($P_e - P_p$) ($P_s - C_{v1}$) ($m_3 - C_{v2}$) 의 구조 : 5.35
- ($P_e - C_{v1}$) ($P_s - C_{v2}$) ($m_3 - P_p$) 의 구조 : 5.49

RGA 판별법은 ($P_e - P_p$) ($P_s - C_{v2}$) ($m_3 - C_{v1}$) 구조를 추천하나 제시한 방법은 변수들간의 상호작용이 심하여 마땅한 SISO pairing 구조가 없다고 제시하고 있다. 실제 동특성을 고려하여 폐회로 응답을 구한 결과 [16] 에서도 RGA의 판별이 들렸으며 SISO 제어가 어렵다고 밝힌바 있다.

V. 결 론 및 제 안

음 함수(implicit function)의 미분 관계를 고려하여, 유도한 본 연구의 판별 기준을 통해 조작 변수들과 제어 변수들간의 pairing 을 합리적으로 정할 수 있었으며, 기존의 기준이 해석 하지 못한 대각선 이득에 대한 대각선에 있지 않은 이득의 영향을 고려할 수 있었다. 제시한 기준은 제어 시스템의 동특성없이 정상상태 이득만을 이용하므로 정상상태 모사기를 사용하는 공정 설계 단계에서 동시에 수행이 가능하며, 동특성을 고려하는 시스템에 대해서도 이 기준에 적용하는 개념을 전 주파수 영역으로 확장함으로써 사용 가능하다.

또한, 본 연구 내용은 최근에 활발히 연구되고 있는 공정 제어 시스템 설계를 위한 전문가 시스템에 활용될 것이며, 특히 제어 구조 합성을 위한 합리적이고 정량적인 해석 수단으로 사용 될 것이다.

본 연구의 수행을 위하여 도움을 주신 한국과학기술원 화학공정실에 깊은 감사를 드립니다.

References

1. Lee, W.Y., and V.W. Weekmen, "Advanced Control Practice in the Chemical Process Industry: A View from Industry," *AIChE J.*, 22, 27, (1976)
2. Govind, R., and G.J. Powers, "Control System Synthesis Strategies," *AIChE J.*, 28, 60, (1982)
3. Umeda, T., T. Kuriyama, and A. Ichikawa, "A Logical Structure for Process Control System Synthesis", *Proc. IFAC*, (1978)
4. Morari, M., Y. Arkun, and G. Stephanopoulos, "Studies in the Synthesis of Control Structures for Chemical Processes, Part I: Formulation of the Problem, Process Decomposition and the Classification of the Control Tasks, Analysis of the Optimizing Control Structures," *AIChE J.*, 26, 220, (1980)
5. Bristol, E., "On New Measure of Interaction for Multi-variable Process Control," *IEEE Trans. Auto. Control*, AC-11, 133, (1966)
6. Friedly J.C., "Use of the Bristol Array in Designing Noninteracting Control Loops. A Limitation and Extension", *Ind. Eng. Chem. Proc. Des. Dev.*, 23, 469, (1984)
7. Lan, H. J. Alvarez and K.F. Jensen,"Synthesis of Control Structure by Singular Value Analysis: Dynamic Measures of Sensitivity and Interaction," *AIChE J.*, 31, 427,(1985)
8. Mijiares, G., et al., "New Criterion for the Paring of Control and Manipulated Variables", *AIChE J.*, 32,1439, (1986)
9. Manousiouthakis, V., R. Savage, and Y. Arkun, "Synthesis of Decentralized Process Control Structure Using the Concept of Block Relative Gain," *AIChE J.*,32, 991, (1986)
10. 고 재욱, "공정제어 구조합성에서의 상호작용 해석," 87 한국 자동제어 학술회의, 643, (1987)
11. Rijnsdorp, J. E., "Interaction in Two-variable Control Systems for Distillation Columns. I," *Automatica*, 1, 15, (1965)
12. Tung, L.S. and T.F. Edgar, "Analysis of Control-Output Interactions in Dynamic Systems," *AIChE J.*, 29, 690, (1981)
13. Witcher, M.F., and T.F. McAvoy, "Interacting Control Systems: Steady State and Dynamic Measurement of Interaction," *ISA Trans*, 16, 35, (1977)
14. Jensen, N., D.G. Fisher, and S.L. Shah, "Interaction Analysis in Multivariable Control System Design," *AIChE J.*, 32, 959, (1986)
15. Strang, G., "Linear Algebra and its Applications", Academic Press, NY, (1980)
16. 이 원홍, 유 기풍 과 이 광순 "중류공정의 소비에너지 최소화 방안 개발," 제2차 보고서, 한국 과학 재단, (1988)