

## BALL-HOOP 시스템의 위치 제어에 관한 연구 (A Study of the Position Control of the BALL-HOOP System)

주 해 호 \*      °이 훈 구 \*\*  
(Haeho Joo , Hoon KU Lee)

\* 영남 대학교 공과대학 기계설계공학과 (Yeungnam Univ., Dept. of Mech. Design)  
\*\* 금성사 DF설계실 (Goldstar Co., Ltd. DF Part Design)

This paper presents a new algorithm for position control of the BALL-HOOP system driven by the D.C. servo motor through the micro computer simulation. The State Feed back + PID control algorithm is proposed. This algorithm performs that the settling time is faster and overshoot is decreased more remarkably than the PID and the State Feedback algorithm alone. In this simulation the difference equations are used to calculate the output of the control system.

### 1. 서      론

BALL-HOOP 시스템의 동적 특성과 제어 문제는 실제로 원유 수송선의 기름 탱크내에서 발생하는 원유의 진동문제나, 액체 추진 로켓에서 추진기관의 액체원료 흔들림 문제와 같은 것이기 때문에 흥미있는 역학제어 분야중에 하나이다. 원유 수송선의 운동을 HOOP의 운동으로, 원유의 진동은 BALL의 진동 운동으로 모델링 할 수 있다.

BALL-HOOP 시스템은 회전속도 감지기와 각위치 감지기를 갖춘 D.C. 서어보 모터가 큰 원형 HOOP와 연결되어 있고, HOOP의 내측 원주 방향으로 급속으로 된 BALL이 진동 하도록 구성되어 있다.

BALL의 진동을 제어하는 것은 D.C. 서어보 모터를 제어하는 것이기 때문에 D.C. 서어보 모터의 위치제어가 주된 문제가 되고있다. D.C. 모터의 위치제어는 릴레이를 사용하거나 전기회로에 의한 제어가 이루어졌으나 그 구성이 복잡하므로 고장율이 높고 사용이 불편한 점이 많다(1).

이러한 것을 개선하기 위하여 70년대 들어와서 LSI 기술의 급속한 진전으로 반도체 소자를 이용한 정지형 변환기나 초퍼등을 이용한 방식으로 전환 되었다(2).

D.C. 서어보 모터의 위치제어 알고리즘은 여러 형태의 기존 PID 제어 알고리즘, 학술적인 외란의 보상을 위한 최소변위 제어기의 알고리즘, 단위입력에 대해 정상상태 제어를 위한 디지털 제어 방식으로 데드비트(Deadbeat) 알고리즘 등이 사용되어 왔다(3).

최근에는 마이크로 컴퓨터를 이용하여 현대제어 이론의 실현을 가능케 하는 상태변수 피드백 제어 알고리즘을 D.C. 서어보 모터의 위치제어에 이용하므로 산업분야에 중요한 의미를 갖게 되었다(4).

본 논문에서는 BALL-HOOP 시스템의 위치제어를 위한 제어 알고리즘 세가지를 비교 분석 하였다. 두가지 제어 알고리즘은 종래에 많이 사용하고 있는 PID 제어 알고리즘과 상태변수 피드백 제어 알고리즘이며 이 두가지 제어 알고리즘을 혼합한 State Feedback + PID 제어 알고리즘을 새로운 제어 기법으로 제시하여 마이크로 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 그 성능을 입증 하였다.

그 결과 State Feedback + PID 제어 방식이 종래의 PID 제어 방식과 상태변수 피드백 제어 방식보다 안정 시간이 빠르고 진동현상이 현저히 줄어드는 성능을 나타 내 였다.

### 2. 시스템 모델링

BALL-HOOP 시스템의 위치제어를 위한 제어시스템 구성은 다음과 같다.

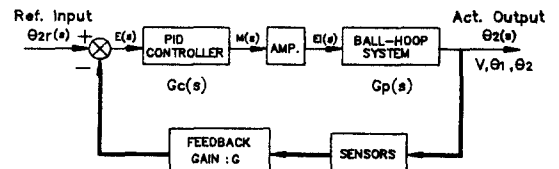


Fig. Block Diagram of the BALL-HOOP Position Control System.

#### 2-1. 시스템 전달함수

##### 2.1.1 D.C.서어보 모터와 HOOP의 전달함수

D.C.서어보 모터의 입력전압  $e_i$  와 HOOP의 각위치  $\theta_1$  에 대한 전달함수는 식(1)과 같다.

$$\frac{\Theta_1(s)}{E_i(s)} = \frac{(K_T / J.Ra)}{S(S+(B.Ra+K_T.Kb)/J.Ra)} \quad (1)$$

여기서

- J : D.C.서어보 모터와 HOOP의 관성 모멘트
- $K_T$  : 토크 상수
- Ra : 전기자 저항
- B : 점성 감쇠계수
- $K_b$  : 유기전압 상수

식(1)에 시스템 파라메타 값을 대입하여 정리하면

$$\frac{\Theta_1(s)}{E(s)} = \frac{1.47}{S(S+1.33)} \dots\dots\dots (2)$$

와 같다.

### 2.1.2 HOOP와 BALL의 전달함수 (5)

HOOP와 BALL의 상대적인 운동을 Fig.2와 같이 나타낼 수 있다.

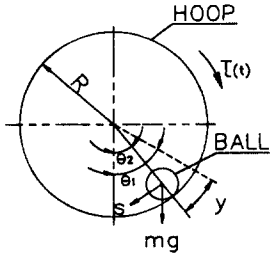


Fig.2 BALL-HOOP in a Form Suitable for Modeling

Fig. 2로부터 HOOP의 각위치  $\theta_1$  에 대한 BALL의 경사각  $\theta_2$  의 전달함수는 다음과 같다.

$$\frac{\Theta_2(s)}{\Theta_1(s)} = \frac{\frac{2}{5}(S + \frac{5}{2} \frac{f}{mr^2})S}{\frac{7}{5}S^2 + \frac{f}{mr^2}S + \frac{g}{R}} \dots\dots\dots (3)$$

여기서

- m : BALL의 질량
- r : BALL의 반경
- f : BALL의 회전 마찰계수
- R : HOOP의 반경

식(3)에 파라메타 값을 대입하여 정리하면 식(4)와 같다.

$$\frac{\Theta_2(s)}{\Theta_1(s)} = \frac{0.408S^2 + 0.014S}{1.4S^2 + 0.013S + 0.128} \dots\dots\dots (4)$$

식(2)와 식(4)로부터 D.C.서버보 모터의 입력전압  $e_i$  와 BALL의 경사각 위치제어에 대한 전달함수는 식(5)와 같다.

$$\frac{\Theta_2(s)}{E(s)} = \frac{0.6S + 0.02}{S(1.4S^2 + 1.875S + 0.17)} \dots\dots\dots (5)$$

### 2.2 상태 방정식

선형 시불변 시스템의 상태 방정식을 일반적인 상태 방정식으로 표현하면

$$\begin{aligned} \dot{X} &= [A] X + [B] u \dots\dots\dots (6) \\ Y &= C^T X \end{aligned}$$

여기서

- $X$  : 상태변수 벡터 ( $n \times 1$ )
- $[A]$  : 상수행렬 ( $n \times n$ )
- $[B]$  : 입력행렬 ( $n \times m$ )
- $u$  : 입력벡터 ( $m \times 1$ )
- $Y$  : 출력벡터 ( $r \times 1$ )
- $[C]$  : 출력행렬 ( $r \times n$ )

BALL-HOOP 시스템의 전달함수인 식(5) 를 식(6) 과 같이 표현하여 나타내면

$$X_1 = \Theta_2, X_2 = \dot{\Theta}_1, X_3 = \ddot{\Theta}_1$$

$$u = e_i, Y = \Theta_2$$

$$\dot{X} = [\dot{X}_1, \dot{X}_2, \dot{X}_3]^T$$

$$[A] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -0.12 & -1.34 \end{bmatrix}$$

$$[B] = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -1.326 \end{bmatrix}, u = [u_1]^T$$

$$[C] = [ 0 \quad 0 \quad 1 ]$$

와 같이된다.

## 3. 제어 알고리즘

### 3.1 PID 제어 알고리즘

PID(Proportional Derivative Integral) 제어 알고리즘은 산업체에서 가장 널리 쓰이고 있는 제어 알고리즘 중의 하나이다.

PID 제어 알고리즘의 전달함수는 식(7)과 같다.

$$\frac{M(s)}{E(s)} = K_p + K_d S + K_i/S \dots\dots\dots (7)$$

여기서 PID 제어 알고리즘의 이득  $K_p, K_i, K_d$  는 물 제어 제거법에 의해 산출 했으며 그 값들은 다음과 같다.

- 비례이득  $K_p = 5$
- 적분이득  $K_i = 0.01$
- 미분이득  $K_d = 0.2$

### 3.2 상태변수 피이드백 제어 알고리즘(6)

상태 방정식 식(6)으로부터 극점 지정(Pole Assignment) 방법을 통하여 상태변수 피이드백 제어 계수  $G$  값은 다음과 같이 계산된다.

상태변수 피이드백을 갖는 제어입력  $U(t)$ 는 식(8)과 같이 정의된다.

$$U(t) = -[G] X(t) + r(t) \dots\dots\dots (8)$$

여기서

- $[G]$  : 상태변수 피이드백 제어계수 ( $1 \times n$ )
- $r(t)$  : 기준 입력

식(6)과 식(8)을 조합하여 폐회로 시스템에서의 상태 방정식은

$$\dot{X}(t) = (A-BG) X(t) + Br(t) \dots (9)$$

특성 방정식은

$$|\lambda I - A + BG| = 0 \dots\dots\dots (10)$$

와 같다.

상태변수 피이드백 제어계수 G 는 성능 요구 조건을 만족하는 극점을 먼저 지정하고 이에 해당되는 피이드백 제어계수를 구한다.

여기서 감쇠비 = 0.7

$$\text{고유 진동수 } \omega = \sqrt{2} \text{ rad/sec}$$

가 되도록 극점을 지정한다.

식(10)을 BALL-HOOP 시스템에 적용시켜 상태변수 피이드백 제어계수 G 값을 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} g_1 &= 20 \\ g_2 &= 123.5 \\ g_3 &= 5.4 \end{aligned}$$

### 3.3 State Feedback + PID 제어 알고리즘

본 논문에서는 BALL-HOOP 시스템의 위치 제어를 하기 위해서 상태변수 피이드백 제어 알고리즘과 PID제어 알고리즘을 혼합한 State Feedback + PID 제어 알고리즘을 제안 하였으며 블록선도는 Fig.3과 같다.

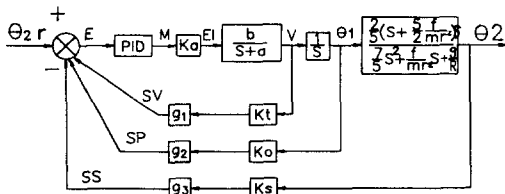


Fig.3 Block Diagram of the BALL-HOOP Position Control System Using the State Feedback + PID Control Algorithm

Fig.3 으로부터 컴퓨터 시뮬레이션 하기 위하여 차분 방정식으로 식을 전개하면 다음과 같다.

$$\theta_2(k) = e^{-\sigma T} \theta_2(k-1) + 0.007 \theta_1(k) \quad (11)$$

$$\theta_1(k) = \theta_1(k-1) + V(k) \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$V(k) = e^{-\sigma T} V(k-1) + K_a \frac{b}{\sigma} (1 - e^{-\sigma T}) M(k) \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$\begin{aligned} M(k) &= M(k-1) + K_1 e(k) + K_2 e(k-1) \\ &\quad + K_3 e(k-2) \quad \dots\dots\dots (14) \end{aligned}$$

여기서

$$a = \frac{B + K_r \cdot K_b}{J \cdot R a} = 1.33$$

$$b = \frac{K_r}{J \cdot R a} = 1.47$$

$$K_1 = K_p + K_i \cdot T/2 + K_d/T$$

$$K_2 = -K_p + K_i \cdot T/2 - 2 K_d/T$$

$$K_3 = K_d/T$$

BALL의 경사위치에 대한 오차값과 피이드백 값은

$$E(k) = \theta_{2r}(k) - (SV(k) + SP(k) + SS(k)) \quad \dots\dots\dots (15)$$

$$SV(k) = g_1 \cdot K_t \cdot V(k) \quad \dots\dots\dots (16)$$

$$SP(k) = g_2 \cdot K_o \cdot \theta_1(k) \quad \dots\dots\dots (17)$$

$$SS(k) = g_3 \cdot K_s \cdot \theta_2(k) \quad \dots\dots\dots (18)$$

와 같이된다.

## 4. 시뮬레이션 결과 및 고찰

식(11)에서 식(18)을 이용하여 시뮬레이션한 시간반응 곡선은 Fig.4 와 같다. 여기서 BALL의 요구 경사각은 15°로 하였고 샘플링 시간은 0.1초로 하였다.

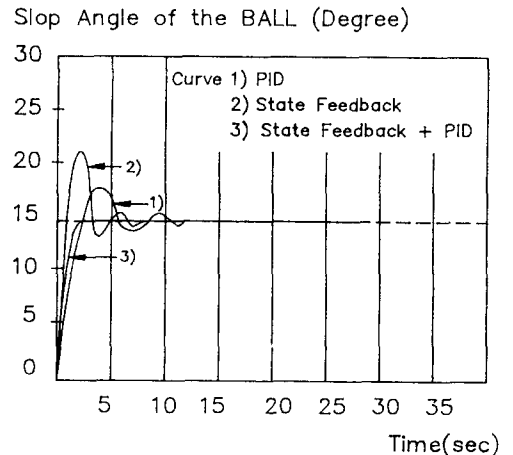


FIG.4 Time Responses of the BALL-HOOP Position Control System

각 제어방식의 시간반응 제정수를 비교하면 표1 과 같다.

Table 1 Result for Three Kind Control Algorithm

제어종류 \ 비교내용	상승시간 (sec)	안정시간 (sec)	최대 초과치 (%)
PID 제어	1.9	12.2	13.5
상태변수 피이드백 제어	0.8	8.5	44.6
State Feedback + PID 제어	1.2	1.7	0.004

## 5. 결 론

본 논문에서는 BALL-HOOP 시스템의 BALL 경사각 위치를 제어하기 위한 새로운 제어 알고리즘을 제시 하였다. 마이크로 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 다른 기존 제어 알고리즘과 비교할때 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) BALL의 경사각 위치를 제어하기 위하여 PID 제어 알고리즘을 이용한 경우에는 시스템 반응이 상당히 느리게 나타나고 있다.
- 2) 상태변수 피이드백 제어 알고리즘을 이용 하므로 시스템 반응은 상당히 빨라졌으나 최대 초과치가 증폭 되어 진동 현상이 일어나고 있다.
- 3) State Feedback + PID 제어 알고리즘을 이용 하므로 안정시간이 상당히 빠른 응답을 얻을 수 있었으며 최대 초과치도 감소 시키므로 진동 현상이 완전히 제거 되었음을 볼 수 있다.

본 논문에서 제시한 State Feedback + PID 제어 알고리즘을 D.C.서어보 모터의 위치제어 알고리즘에 적용 시킬때 시스템 반응이 다른 제어 알고리즘에 비하여 상당히 우수할 것으로 예측된다.

## 참 고 문 헌

1. A.K.Lin, W.W.Koepsel, "Microprocessor Speed Control System", IEEE Tran.on IEIC., Vol.24, NO.3. Aug. 1977.
2. David M. Auslander, "Direct Digital Process Control; Practice and Algorithms for Microprocessor Application", IEEE Proc. Vol.66, NO.2 May, 1976.
3. Stefano Marsili-Libelli, "Optimal Design of PID Regulators", INT.J. Control Vol.35, 1981.

4. Elton E.Mitchell, R.D.Jr, " A Versatile Digital Controller and State Feedback", IEEE Tran. Ind. Ele., Vol. IE-32 NO.1, Feb.1985.
5. Peter E.Wellstead, " The Ball and Hoop System", Automatica, Vol.19 NO.4, 1983.
6. Paul Katz, " Digital Control Using Microproceccor", Prentice-Hall, 1981.
7. B.C.Kuo, " Automatic Control System", Prentice-Hall, 1980.