

Euler Parameter 를 이용한 로봇 손목관절의 특이성 분석과 여유자유도 제어

○ 전 의식                      박 수홍                      오 재용                      엄 성하  
 (E. S. Jeon,                      S. H. Park,                      J. E. Oh,                      S. H. Yeom)

한양대학교 정밀기계공학과  
 (HanYang Univ., Dept. of Prec. Mech. Eng.)

In considering the singularities of robot, singularity avoidance control of robot wrist is very important. Because it is more difficult structurally to exclude the wrist singularity than the arm singularity. Since control policies with Jacobian may bring about mathematical singularities, control policies with Euler parameters that never cause mathematical singularities are necessary.

In this research, singular status of robot wrist was analyzed and control algorithms for 3 and 4 axes robot wrist were proposed. Application results of the proposed control algorithms to the path including singularity showed us usefulness and validity.

1. 서 론

최근 산업이 발달함에 따라 생산성 및 품질향상을 위하여 공장자동화가 요구되고 있다. 이러한 생산자동화 라인에서는 일련적인 작업을 수행하기 위하여 6 관절을 갖는 로봇이 투입될 수 있다. 그러나 실제로 복잡한 작업환경내에서는 장애물과의 충돌이나 액츄에이터가 움직일 수 없는 특이상태에 놓여 작업을 수행할 수가 없는 경우가 발생한다. 이러한 특이성 문제는 로봇의 구조적 측면과 제어방법에 의하여 극복되어질 수 있으며 구조적 측면에서의 개선방법으로 6 축 로봇에 하나의 관절이 추가된 7 축 로봇에 관련된 연구가 진행되고 있다.

로봇의 특이성 중 shoulder나 elbow 에 의한 특이성보다 손목관절의 특이성이 구조적으로 가장 배제하기 힘들므로 로봇의 특이성에 관련된 문제는 손목관절의 특이성 문제가 지배적이라 말할 수 있다. [1][2]

특이성 제어방법으로 Time scaling법은 입력속도가 매우 클 때에는 원하는 출력에 시간지연이 나타나며, Jacobian을 이용한 제어방법은 수치제어이므로 해석적이지 못하며 계산시간 때문에 실시간내 제어알고리즘으로 부적당하며 여유자유도를 갖는 로봇의 경우 가장 역변환에 의한 해를 산출하므로 정확한 해를 얻지 못한다는 단점을 지니고 있다. [3][4][5][6]

Euler parameter 를 이용하면 Jacobian 역변환이 필요없으므로 수학적 특이상태가 발

생하지 않으며 해석적으로 정확한 해를 산출할 수 있다. [7]

따라서 본 연구에서는 Euler parameter 를 이용하여 3 축 및 4 축을 갖는 로봇손목관절의 특이성을 분석하고 Euler parameter 를 이용한 4 축 로봇 손목관절의 제어방법을 제시하고자 한다.

제시된 제어알고리즘의 타당성을 검증하기 위하여 특이상태를 포함하는 경로에 대하여 3 축 및 4 축 로봇 손목관절을 컴퓨터 시뮬레이션하고자 하며 가시적인 검증을 위해 3 차원 그래픽을 이용하고자 한다.

2. 손목 관절의 기구학적 해석

2.1 Euler angles을 이용한 hand의 자세 표현 방법

robot hand의 운동을 표현하기 위해서는 hand에 hand Cartesian frame {H}를 부착한 뒤 frame {H}를 forearm 끝단의 reference Cartesian frame {F}에 대하여 기술하여야 한다.

frame {F}에서 frame {H}로의 회전matrix  ${}^F_R(\psi, \theta, \phi)$ 는 다음과 같다.

$${}^F_R(\psi, \theta, \phi) = \begin{bmatrix} \cos\psi\cos\theta & & & \\ \cos\psi\sin\theta\sin\phi - \sin\psi\cos\phi & & & \\ \cos\psi\sin\theta\cos\phi + \sin\psi\sin\phi & & & \\ \sin\psi\cos\theta & & -\sin\theta & \\ \sin\psi\sin\theta\sin\phi + \cos\psi\cos\phi & & \cos\theta\sin\phi & \\ \sin\psi\sin\theta\cos\phi - \cos\psi\sin\phi & & \cos\theta\cos\phi & \end{bmatrix} \quad (1)$$

한편, Euler angles는 손목관절의 joint angles에 해당하므로 joint angle rates

와 hand의 angular velocity와의 관계는 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = [J]^{-1} \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \frac{1}{\cos\theta} \begin{bmatrix} \cos\theta \sin\theta \sin\phi & \sin\theta \cos\phi \\ 0 & \cos\theta \cos\phi - \cos\theta \sin\phi \\ 0 & \sin\phi & \cos\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} \quad (2)$$

$\theta = \pm 90^\circ$  이면  $\det(J) = \cos\theta = 0$  이 되어 joint angle rates를 구할 수 없다. 이 상태를 특이상태 (singular state)라 하며 손목관절의 3개의 회전축이 한 평면상에 있을 때 발생한다. 따라서 3축 손목관절을 Jacobian을 써서 제어할 경우 특이상태에서는 제어가 불가능하다.

### 2.2 Euler parameters (quaternion)를 이용한 hand의 자세 표현방법

앞에서 논한 Euler angles는 기구학적으로 이해하기 쉬운 장점을 가지나 특이상태 때문에 손목관절을 제어하기에 부적당하다.

본 절에서는 Euler parameters를 이용한 자세표현 방법에 대하여 논하고자 한다.

회전 matrix R과 Euler parameters와는 다음과 같은 관계가 있으며,

$$R = \begin{bmatrix} 2(\eta^2 + q_1^2) - 1 & 2(q_1 q_2 + \eta q_3) \\ 2(q_1 q_2 - \eta q_3) & 2(q_1 q_3 + \eta q_2) \\ 2(\eta^2 + q_2^2) - 1 & 2(q_2 q_3 - \eta q_1) \\ 2(q_2 q_3 + \eta q_1) & 2(\eta^2 + q_3^2) - 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

joint angle rates와 Euler parameters와의 관계는 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \dot{\eta} \\ \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & -\omega_x & -\omega_y & -\omega_z \\ \omega_x & 0 & \omega_z & -\omega_y \\ \omega_y & -\omega_z & 0 & \omega_x \\ \omega_z & \omega_y & -\omega_x & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} \quad (4)$$

그리고 첫번째 회전으로 생기는 자세차이를 나타내는 Euler parameters를  $\eta_1, q_1$ 이라 하고 두번째 회전으로 생기는 자세차이를 나타내는 Euler parameters를  $\eta_2, q_2$ 라 하면 두번의 회전이 연속적으로 일어난 후의 자세차이를 나타내는 Euler parameters  $\eta, q$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \eta &= \eta_1 \eta_2 - q_1 \cdot q_2 \\ q &= \eta_1 q_2 + \eta_2 q_1 + q_1 \times q_2 \end{aligned} \quad (5)$$

### 3. Euler parameters를 이용한 손목관절의 특이상태 회피제어

#### 3.1 3축 손목관절의 제어방법

Fig. 1은 3축 robot wrist의 구조를 나타낸다. Fig. 1에서  $X_F, Y_F, Z_F$ 는 robot forearm을 나타내며 fixed frame이다.  $X_H, Y_H, Z_H$ 는 robot hand를 나타내며  $p, q, r$ 은 hand의 angular velocity  $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ 를 의미한다. 3축 robot wrist의 control algorithm을 Fig. 2에 block diagram으로 나타내었다.

그러나 위의 algorithm을 그대로 적용할 경우 특이상태 즉  $\theta$ 가  $\pm 90^\circ$  근처에 가면 joint angle rate  $\dot{\psi}$ 의 값이 매우 커지므로 구동 actuator의 작동범위를 넘게 된다 이것을 방지하기 위하여 joint angle rates를 scaling하는 algorithm을 부가한다.

이 scaling algorithm이란 계산된 joint angle rates가 각각의 joint actuator의 최대허용 각속도와 비교되어 같은 비율로 나뉘어지는 것이다. 이 scaling algorithm이 적용된 control algorithm의 block diagram을 Fig. 3에 나타내었다.

#### 3.2 4축 손목관절의 제어 방법

앞에서 언급한 scaling algorithm은 joint actuators에 과부하가 걸리는 것을 방지하나 원하지 않는 시간 지연이 발생한다. 그러므로 3축 손목관절에 제 4의 관절을 부착하여 이 어유관절을 이용하여 특이상태를 회피한다. Fig. 4은 4축 robot wrist의 구조를 나타낸다.

4축 손목관절에서의 joint angle rates와 hand의 angular velocity와의 관계는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{\psi} &= \{ \rho \sin\alpha + q \cos\alpha \} \sin\phi + \{ r - \dot{\alpha} \} \cos\phi / \cos\theta \\ \dot{\theta} &= \{ \rho \sin\alpha + q \cos\alpha \} \cos\phi - \{ r - \dot{\alpha} \} \sin\phi \\ \dot{\phi} &= \{ \rho \cos\alpha - q \sin\alpha \} + \dot{\psi} \sin\theta \end{aligned} \quad (6)$$

4축 손목관절의 제어 algorithm의 기본 원리는  $\cos\theta = 0$ 이 되는 특이상태에 도달하기 전에  $\dot{\theta}$ 의 부호를 바꾸는 것이다. 즉, 다음과 같은  $\dot{\alpha}$ 의 식을 제안한다.

$$\dot{\alpha} = -\theta \operatorname{sgn}(\sin\phi) \quad (7)$$

여기서

$$\text{sgn}(A) = 1 \text{ when } A \geq 0$$

$$\text{sgn}(A) = -1 \text{ when } A < 0$$

Fig. 5 에 4 축 robot wrist 의 제어 algorithm 을 block diagram 으로 나타내었다. 4 번째 joint angle  $\alpha_{k+1}$  는 Adams-Bashforth second order predictor integration 을 이용하여 다음과 같이 얻는다.

$$\alpha_{k+1} = \alpha_k + (h/2) (3\dot{\alpha}_k - \dot{\alpha}_{k-1}) \quad (8)$$

#### 4. Simulation 결과 및 고찰

Computer Simulation 은

- 1) 3 축 robot wrist 의 joint angle rates 를 scaling 하지 않은 경우
- 2) 3 축 robot wrist 의 joint angle rates 를 scaling 한 경우
- 3) 4 축 robot wrist 를 사용한 경우 등

3 가지 경우로써 특이상태를 포함하는 경로 즉 probe tip 이 robt forearm axis system {F} 의 (0, 6, 0) 에서 (0, 0, -6)을 경유하여 (6, 0, 0) 으로 움직이게 하였다.

위의 동작을 수행시키기 위해서 sampling period h를 1/30 sec로 하였으며 robot hand rates command를 (0, 6, 0) 에서 (0, 0, -6)구간에서는  $p = 0$  (deg/sec),  $q = 30$  (deg/sec),  $r = 0$  (deg/sec)로 하였으며 (0, 0, -6)에서 (6, 0, 0) 구간에서는  $p = 0$  (deg/sec),  $q = 0$ (deg/sec),  $r = -30$  (deg/sec)로 하였다.

Fig. 6 에 일고자 하는 probe - tip 의 위치와 robot hand rates command 를 나타내었다.

##### 4.1 3 축 robot wrist 의 joint angle rates 를 scaling 하지 않은 경우

joint angle rates 를 scaling 하지 않은 경우의 commanded robot hand rates와 joint angle rates 를 Fig. 7에 나타내었다.

Fig. 7(b) 를 보면 3 초에서 의 크기가 무한대가 되고 있음을 알 수 있다. 이것은 손목관절이 특이상태가 되었음을의

미하며 이러한 joint angle rate가 그대로 joint actuator에 전달될 경우 joint actuator 는 과부하를 받게 되어 제대로 동작을 못하게 된다.

##### 4.2 3 축 robot wrist 의 joint angle rates 를 scaling 한 경우

joint angle rates 를 scaling 한 경우, scaled robot hand rates, probe - tip 의 위치, joint angle rates 와 joint angles 를 Fig. 8에 나타내었다. 이때 joint actuator 의 최대 허용각속도를 60 deg/sec라 하였다

Fig. 8의 (a), (c)를 보면 scaling 않은 경우의 Fig. 8(b) 에서 joint angle rates 가 무한대의 값을 갖게 되어 최대 허용 각속도를 넘게 되어 commanded robot hand rates와 joint angle rates 가 같은 비율로 scaling 되었으며 이로인해 특이상태를 통과하는데 시간이 약 1.4 초 걸렸다.

Fig. 9 에서 보면 약 3 초에서 4.4 초 사이에서는 probe - tip 이 거의 움직이지 못한 것을 알 수 있다. 즉 특이상태로 인하여 원하지 않은 시간 지연이 발생한 것이다.

##### 4.3 4 축 robot wrist 의 경우

Fig. 10 (a) 의 commanded robot hand rates 를 보면 이것은 Fig. 6 (a) 와 같으며 Fig. 10 (c) 의 joint angle rates 도 무한대의 값이 나오지 않았다. 이것은 4 번째 관절의 joint angle rate  $\dot{\alpha}$  의 작용으로  $\theta$  가  $90^\circ$  에 접근하지 못하여 특이상태가 회피되었음을 의미한다. 즉 Fig. 10 (d) 에서  $\theta$  가 약  $45^\circ$  이상의 값을 가지지 않음을 알 수 있다.

Fig. 11 에 4 축 robot wrist 를 사용한 경우의 probe - tip 의 운동을 3 차원 그래픽으로 나타내었다.

#### 5. 결 론

본 논문에서는 손목관절의 특이상태를 분석하였으며 이의 제어를 위하여 Euler parameter 와 Time scaling법을 사용하였으며 특이상태를 포함하는 경로에 적용, 시뮬레이션해 본 결과 다음과 같은 결론을 얻었다

첫째, Euler parameter 를 이용하여 로봇 손목관절의 기구학적 해를 구하였다.  
 둘째, 3 축 로봇 손목관절의 경우 특이 상태를 통과하면서 계산된 관절속도가 관절의 최대 허용각속도를 넘을 경우 Time scaling법을 이용하여 특이성을 회피할 수 있었으나 시간지연이 발생하였다.  
 셋째, 시간지연 없이 특이상태를 회피하기 위해서는 4 축 로봇 손목관절이 필요하며 이 경우 여유자유도를 이용하여 특이성을 제어할 수 있었다.

4 축 로봇 손목관절의 여유자유도를 제어하기 위해서 성능지수함수의 도입이 요망되며 속도제어 뿐만이 아닌 가속도제어, 다이내믹 특이성이 고려되는 토포르제어방법 등이 더 연구 진행되어야 할 것이다.

참고 문헌

1. John M. Hollerbach, " Optimum Kinematic Design for a Seven Degree of Freedom Manipulator ", The 2nd Int. Symp. on Ind. Robots., p.p.215-222 , 1985
2. J. Y. S. Luh, Y. L. Gu, " Industrial Robots with Seven Joint ", IEEE Int. Conf. on R & A, vol.2 , p.p. 1010~1015, 1985
3. M. Sampei, K. Furuta, "On time Scaling for Nonlinear Systems: Applications to Linearization", IEEE Trans. on A.C., Vol. AC-31, No. 5, p.p. 459~462, 1986
4. M. Sampei, K. furuta, "Robot Control in the Neighborhood of Singular Points", IEEE J. of R & A, Vol. 4, No. 3, p.p. 303~309,1988
5. T. Yoshikawa, "Analysis and Control of Articulated Robot Wrist with Redundancy" , Robotics Research: The First Int. Symp , ed. M. Brady, R. P. paul, p.p. 735~748 , 1984
6. Y. Nakamura, H. Hanafusa, "Optimal Redundancy Control of Robot Manipulators

", Int. J. of Robotics Research, Vol.6, No. 1, p.p. 32~42, 1987

7. M. H. Ang Jr., V. D. Tourassis, "Singularities of Euler and Roll-Pitch-Yaw Representations", IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems, Vol. AES-23, No. 3, p.p. 317~324, 1987
8. J. S. C. Yuan, "Closed-loop Manipulator Control Using Quaternion Feedback", IEEE J. of R & A, Vol. 4, No. 4, p.p. 434~440, 1988
9. J. J. Craig, "Introduction to Robotics : Mechanics & Control", Addison-Wesley Publishing Company, 1986

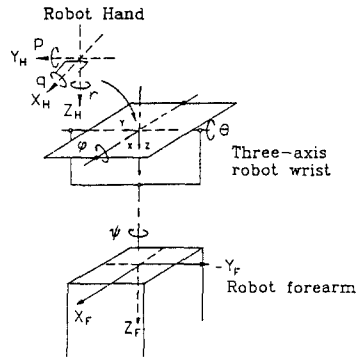


Fig. 1 Robot hand with three axis robot wrist

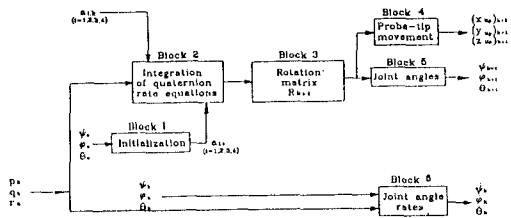


Fig. 2 Block diagram of the control algorithm for 3-axis wrist

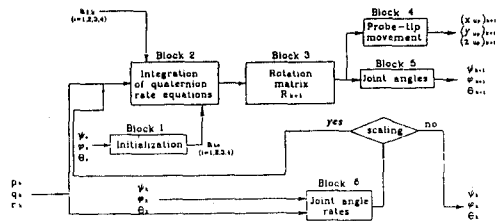


Fig. 3 Block diagram of the control algorithm for 3-axis wrist with scaling procedure

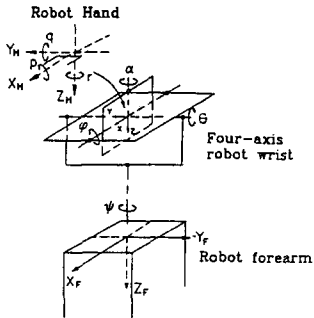


Fig. 4 Robot hand with 4-axis robot wrist

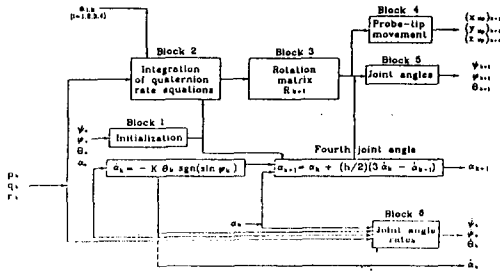


Fig. 5 Block diagram of the control algorithm for 4-axis wrist

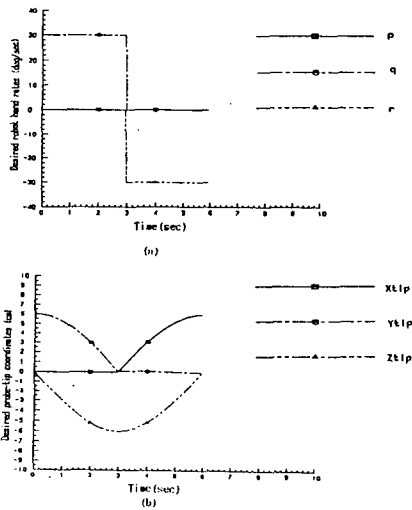


Fig. 6 Desired output

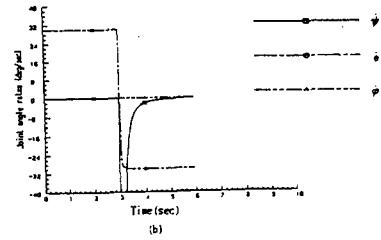
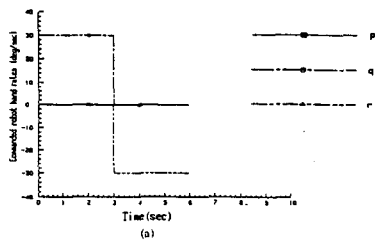


Fig. 7 Simulation with 3-axis robot wrist without scaling of joint angle rates

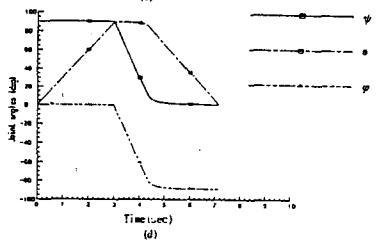
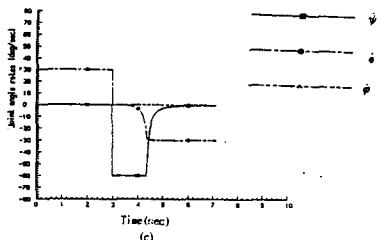
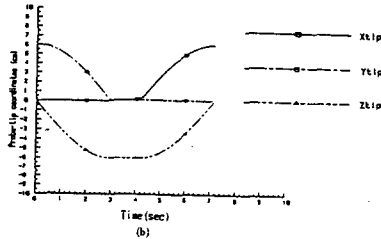
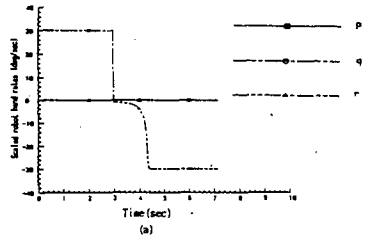


Fig. 8 Simulation with 3-axis robot wrist with scaling of joint angle rates

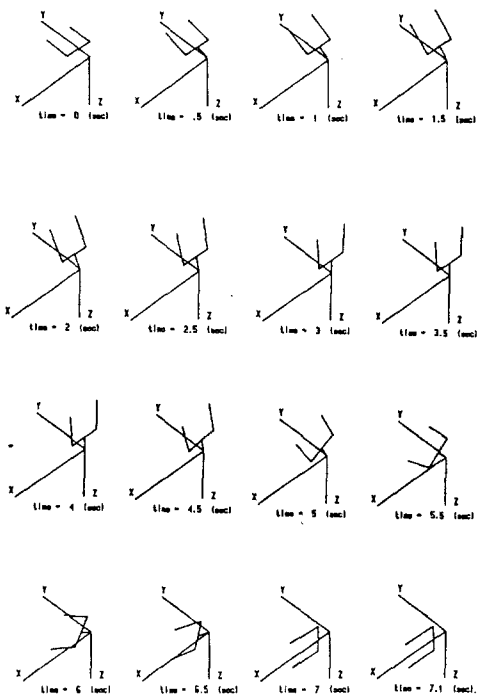


Fig. 9 Probe - tip movement with scaling of joint angle rates

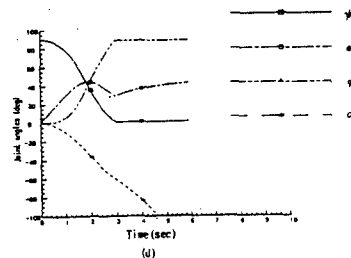
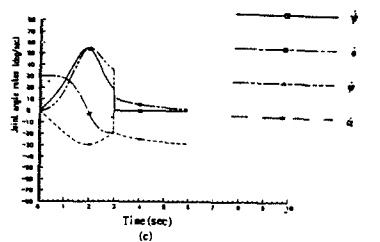
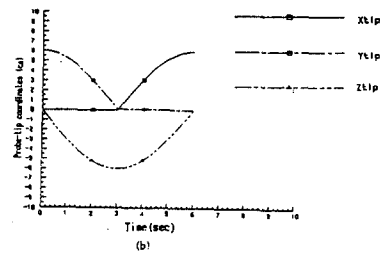
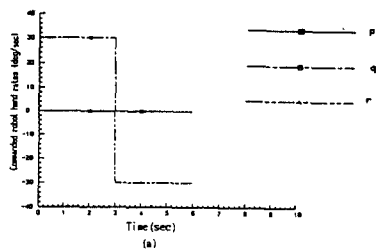


Fig.10 Simulation with 4-axis robot wrist

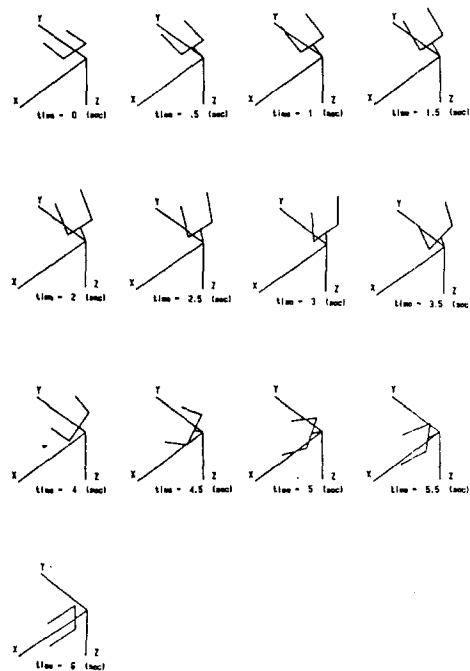


Fig.11 Probe - tip movement with 4-axis robot wrist