

로보트 Accuracy 향상을 위한 Kinematic Identification
(Kinematic Identification For Improving Robot Accuracy)

조 선휘* 김 문상** 김 기식* ° 장 현상*
(S. W. Cho, M. S. Kim, K. S. Kim, H. S. Chang)

* 서울대학교 기계설계학과 (Seoul National Univ., Dept. of M.D.P.E)
** 한국과학기술연구원 CAD/CAM실 (KAIST CAD/CAM Lab)

The effect of kinematic model choice on robot calibration is examined. This paper presents a complete formulation to identify the actual robot kinematic parameters directly from position data. The method presented in this paper applies to any serial link manipulator with arbitrary order and combination of revolute and prismatic joint.

2. Kinematic Modelling

1. 서 론

현재 사용되고 있는 로보트들은 높은 absolute positioning accuracy 를 요구하는 작업, 예를 들어 off-line programing 을 필요로 하는 advanced flexible manufacturing 에 사용될 수 있을 정도로 그 absolute positioning accuracy 가 좋지 못하다. 그러나 대부분의 기존 로보트에 있어 positioning accuracy 보다 높은 정도의 repeatability 를 보여 주고 있기 때문에, 앞으로도 positioning accuracy 를 향상시킬 수 있는 여지가 많다.

이에 여러 가지 calibration 과 compensation technique 을 이용하여 로보트의 positioning accuracy 를 향상시키려는 많은 연구(1)(2)(3)(4) 들이 행하여져 왔으나 아직까지 크게 공감을 얻고 있는 방법은 제시되지 못하였다.

따라서 본 연구에서는 로보트의 calibration 과 compensation 시 앞선 다른 연구들에서 제시된 문제점을 살펴보고 얻은 결과로부터 로보트 calibration 에 적합한 kinematic model 을 선정하고, 이 선정된 kinematic model 에 기초하여 로보트의 true kinematic parameter 를 직접 구해내는 calibration algorithm 을 제시하였다.

Kinematic model의 선택은 로보트의 accuracy 를 결정하는 매우 중요한 요인중의 하나이다. Denavit & Hartenberg 의 kinematic model(9) 은 로보트 link 의 크기와 형태, 로보트 전체의 운동만을 나타내 주었다. 그러나 보다 높은 정도의 positioning accuracy 를 얻기 위해서는 kinematic model에 위의 사항 외에 하중과 온도의 변화에 따른 link deformation, 가공 및 조립시의 오차 등 여러 가지 error의 요인이 modelling 되어야하나, 로보트의 accuracy 를 저하시키는 요인이 많이 modelling 될수록 보다 높은 정도의 positioning accuracy 를 보장할 수 있는 반면, 이는 한편으로 로보트 control 을 복잡하게 만들어, 로보트 작업속도의 감소를 가져온다.

따라서 로보트 calibration 후 원하는 positioning accuracy 와 작업속도를 보장하는 kinematic model의 선정에 있어, 본 연구에서는 gear backlash, link deformation 등과 같이 geometry 와 무관한 positioning error 요인들의 modelling 을 배제하고 geometry 에 기인하는 positioning error 요인만을 고려하였다. 이와 같이 geometry 에 기인하는 positioning error 요인만을 고려한 로보트 calib-

ration 시 주로 문제되는 것이 kinematic model의 parameter 갯수이다.

우선 Figure-1.의 Denavit & Hartenberg model을 살펴보면 link i 를 나타내는 kinematic parameter 들이 전 link $i-1$ 의 형태와 위치에 영향을 받는다. 이들 i 번째 link parameter 의 $i-1$ 번째 link 에 대한 종속성은 Figure-2.의 near parallel joint 의 경우 두 joint 간의 약간의 misalignment 는 다른 kinematic parameter 의 큰 변화를 야기시킨다.

특히 이 경우 Figure-2.에서 볼 수 있듯이 misalignment 의 양이 적어질수록 실제 kinematic parameter d 와 model parameter d 의 값차이가 커진다.

따라서 이 near parallel joint 의 경우를 해결하기 위하여 Denavit & Hartenberg 의 kinematic model 에 y 축 방향의 회전을 추가한 5 개의 kinematic parameter 로 구성된 modified kinematic model 을 선정하였다.

Figure-1. Denavit & Hartenberg Model

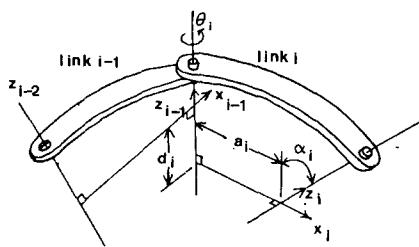
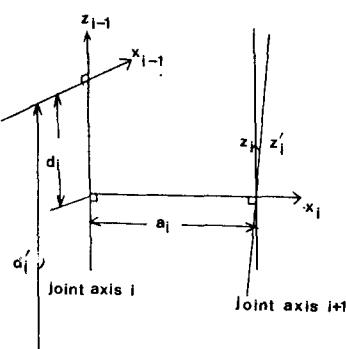


Figure-2. Near Parallel Case

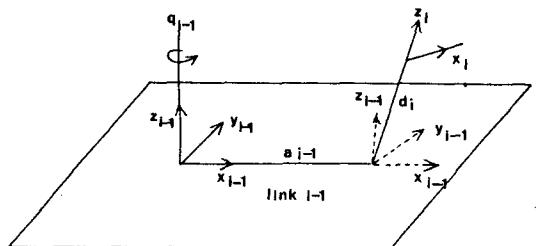


3. Modified Kinematic Modelling

앞에서 살펴본 kinematic modeling 요인들로부터 채택된 5 개의 kinematic parameter 로 구성된 kinematic model 의 $i-1$ 번째 coordinate frame 으로부터 i 번째 coordinate frame 으로의 transformation matrix 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} {}^{i-1}T &= \text{Rot}(x_{i-1}, \alpha_{i-1}) \text{Trans}(x_{i-1}, a_{i-1}) \text{Rot}(y_{i-1}, \beta_{i-1}) \\ &\quad \text{Rot}(z_i, \theta_i) \text{Trans}(z_i, d_i) \end{aligned} \quad (3-1)$$

Figure-3. Modified Kinematic Model



$${}^i T =$$

$$\begin{bmatrix} c\beta_{i-1}c\theta_i & c\beta_{i-1}s\theta_i \\ c\alpha_{i-1}s\theta_i + s\alpha_{i-1}s\beta_{i-1}c\theta_i & c\alpha_{i-1}s\theta_{i-1} - s\alpha_{i-1}s\beta_{i-1}s\theta_i \\ s\alpha_i s\theta_i - c\alpha_{i-1}s\beta_{i-1}c\theta_i & s\alpha_{i-1}c\theta_i + c\alpha_{i-1}\beta_{i-1}s\theta_i \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3-2)$$

$$\begin{bmatrix} s\beta_{i-1} & s\beta_{i-1}d_i + a_{i-1} \\ -s\alpha_{i-1}c\beta_{i-1} & -s\alpha_{i-1}c\beta_{i-1}d_i \\ c\alpha_{i-1}c\beta_{i-1} & c\alpha_{i-1}c\beta_{i-1}d_i \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

4. Kinematic Identification

기본 idea는 screw matrix를 이용하여 transformation을 나타내는 법(5)(6)(7), 즉 joint axis를 나타내는 unit vector (α)와 이 unit vector에 대한 rotational angle (ϕ), joint axis가 통과하는 점 (p)를 이용하는 방법에서 얻었다. 그러나 이 개념을 직접 kinematic identification에 응용한 Mooring(5)의 방법은 다음과 같은 결점을 가지고 있다.

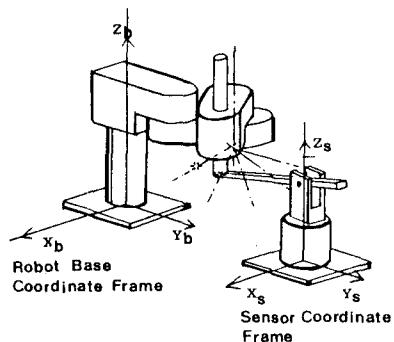
- 1) Screw matrix를 이용한 joint axis의 표현은 물리적으로 이해하기 어려운 점이 있다.
- 2) Prismatic joint를 가진 로보트의 경우 α , ϕ , p 를 구하기 위하여 각각의 joint axis를 회전시켜야하는 방법상의 문제로 이 방법의 적용이 불가능하다.
- 3) 동시에 end effector 상의 일직선상에 있지 않은 4 점을 측정해야하는 번거로움이 있다.

4-1) Kinematic parameter identification

본 연구에서 채택한 kinematic parameter identification 방법은 각각의 joint를 회전시켜 얻은 점들의 position data로부터 rotational plane과 rotational center를 estimate하여 rotational plane으로부터는 joint axis에 해당하는 unit normal vector (α)를 구하고, rotational center로부터 joint axis가 통과하는 점 (p)를 구한다. 이 구해진 α , p 로부터 modified kinematic model의 kinematic parameter들을 구해낸다.

Figure-4. 측정 개략도에서 볼 수 있듯이 i 번째 joint 만을 회전시켜서 얻어진 position data를 p_{ij} ($j=1, \dots, m$)이라 할 때, 이 측정된 position data로부터 i 번째 rotational plane과 i 번째 rotational center를 구한다. 여기서 측정된 점들의 position data로부터 i 번째 rotational plane과 rotational center를 구하는 문제는 X_j 를 점

Figure-4. Measurement Process



p_{ij} 에 대응하는 rotational plane 상의 점들, α 를 rotational plane에 대한 unit normal vector, $p_{i,c}$ 를 i 번째 rotational center라 할 때, 다음의 constraints를 갖는 함수 $\sum_{j=1}^m |X_j - p_{ij}|^2$ 의 최소화 문제로 해결할 수 있다.

CONSTRAINTS :

$$(X_j - p_{i,c})^T \cdot \alpha = 0$$

$$|X_j - p_{ij}|^2 - r^2 = 0$$

$$|\alpha| = 1$$

앞에서 언급된 revolute joint의 경우 외에 prismatic joint의 경우는 position data로부터 least squares를 이용 translation line을 구하면 이 translation line이 prismatic joint의 joint axis가 된다. 앞에서 구하여진 rotational plane, rotational center, translation line과 modified kinematic modelling에서 제시된 link coordinate frame을 정의하는 방법에 의해 transformation matrix를 구성하면 이 때 사용된 position data가 sensor coordinate frame에 대한 좌표값들이므로 구하여진 transformation matrix는 i 번째 coordinate frame을 sensor coordinate frame에 대하여 나타내주는 transformation matrix이다.

마지막 joint로부터 맨 처음 joint까지 차례로 회전시키며 얻어진 transformation matrix들을 i_T , ${}^{i-1}_T$, ... 라 할 때 이들로부터 ${}^{i-1}_T$ 를 구해보면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} {}^i_{\bar{i}} T &= {}^i_s T {}^s_{\bar{i}} T \\ &= ({}^i_{i-1} T)^{-1} {}^s_s T \end{aligned}$$

여기서 sensor coordinate frame에 대한 transformation matrix로부터 ${}^i_{\bar{i}} T$ 를 구하는 것은 robot base coordinate frame에 대한 sensor coordinate frame의 위치가 입의 적이고, sensor coordinate frame의 위치를 robot base coordinate frame에 대하여 정확히 정의하기가 어렵다는 면에서 합당하다.

4-1-1) Rotational plane estimation

평면의 일반식은 다음과 같다.

$$Ax + By + Cz + D = 0 \quad (4-1)$$

구해질 plane과 측정된 점들 의 position 값들의 오차를 $\epsilon(x, y, z)$ 라 할 때,

$$\epsilon(x, y, z) = Ax + By + Cz + D \quad (4-2)$$

$$\Phi = [x \ y \ z \ 1]^T \quad (4-3)$$

$$\Theta = [A \ B \ C \ D]^T \quad (4-4)$$

이 되며, 식 (4-2)는 다음과 같이 정리된다.

$$\epsilon(x, y, z) = \Phi^T \Theta = \Theta^T \Phi \quad (4-5)$$

이 오차의 크기 $\epsilon^2(x, y, z)$ 와 측정된 모든 점들에서 오차의 합은 다음과 같다.

$$\epsilon^2(x, y, z) = \Theta^T \Phi \Phi^T \Theta \quad (4-6)$$

$$\Xi = \sum_{j=1}^m \epsilon_j^2 = \sum_{j=1}^m (\Theta^T \Phi_j \Phi_j^T \Theta) = \Theta^T \Phi \Phi^T \Theta \quad (4-7)$$

$$\Phi = \sum_{j=1}^m \Phi_j \Phi_j^T \quad (4-8)$$

rotational plane과 측정된 점들 의 position 값들의 수직거리 제곱의 총합 최소화 문제는, 측정된 점 p_{ij} ($j=1, \dots, m$)에서 error 함수의 평균 gradient 값이 1이라는 조건 하에 식 (4-7)을 최소화시키는 것과 같다. 함수 ϵ 의 gradient $\nabla \epsilon$ 의 제곱 값은 다음과 같다.

$$(\nabla \epsilon)^2 = \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial z} \right)^2 \quad (4-9)$$

$$\Theta^T \Psi \Theta = 1 \quad (4-10)$$

따라서 식 (4-10)의 constraint를 갖는 식 (4-7)의 최소화 문제는 Lagrange multiplier를 이용하여

$$\Phi \Theta = \lambda \Psi \Theta \quad (4-11)$$

의 generalized eigenvalue problem으로 만들 수 있다. 따라서 식 (4-11)로부터 구해진 eigenvalue 중 가장 적은 값의 eigenvalue에 해당하는 eigenvector가 구하고자 하는 평면방정식의 계수가 된다. 식 (4-11)의 eigenvalue problem을 Jacobi method를 이용하여 풀기 위하여 symmetric matrix로 만들어 주면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \sum x_j^2 & \sum x_j y_j & \sum x_j z_j & \sum x_j \\ \sum y_j x_j & \sum y_j^2 & \sum y_j z_j & \sum y_j \\ \sum z_j x_j & \sum z_j y_j & \sum z_j^2 & \sum z_j \\ \sum x_j & \sum z_j & \sum z_j & m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{bmatrix}$$

$$= \lambda \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{bmatrix} \quad (4-12)$$

양변의 마지막 행으로부터 계수 D의 값을 구하면 다음과 같다.

$$D = - \frac{A \sum x_j + B \sum y_j + C \sum z_j}{m} \quad (4-13)$$

$$= - (A \bar{x} + B \bar{y} + C \bar{z})$$

여기서 $\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}$ 는 측정된 점의 $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$ 값의 평균 값이다. 식 (4-12)으로부터 식 (4-13)을 이용 D를 소거하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \sum x_j^2 - m \bar{x}^2 & \sum x_j y_j - m \bar{x} \bar{y} & \sum x_j z_j - m \bar{x} \bar{z} \\ \sum x_j y_j - m \bar{x} \bar{y} & \sum y_j^2 - m \bar{y}^2 & \sum y_j z_j - m \bar{y} \bar{z} \\ \sum x_j z_j - m \bar{x} \bar{z} & \sum y_j z_j - m \bar{y} \bar{z} & \sum z_j^2 - m \bar{z}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \end{bmatrix}$$

$$= \lambda \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \end{bmatrix} \quad (4-14)$$

식 (4-14)는 앞에서 언급된 Jacobi method나 QR method와 같이 잘 알려진 eigenvalue problem에 의해 그 해를 얻을 수 있다.

4-1-2) Rotational center estimation

Rotational center는 joint axis 상의 coordinate frame의 위치를 나타낸다. 측정된 점들의 position data로부터 rotational center를 estimate하는 것은, 이를 측정점들을 공간상의 원에 fitting하는 것과 같다. 앞서 구해진 평면상에 측정된 점들을 투영시켜 이 평면상의 점들로부터 least squares 를 이용하여 원을 estimate 하려 할 때, 원의 일반식은 다음과 같다.

$$(x - g)^2 + (y - h)^2 = r^2 \quad (4.15)$$

식 (4-15)를 이용하기 위해 sensor coordinate frame과 원점은 일치하고 Z축이 구하여진 평면의 unit normal vector 와 일치하는 S' coordinate frame 을 가정한다. estimate된 평면상에 투영된 점들을 이 가상의 S' coordinate frame 으로 transform시키면 이 가상의 coordinate frame 에 대한 rotational center 의 Z값은 estimate 된 평면과 가상의 coordinate frame S'의 X-Y 평면이 평행하므로 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$Z_s = \frac{D}{(A^2 + B^2 + C^2)^{1/2}} \quad (4-16)$$

원의 일반식을 least squares 를 이용하기 위해 다시 정리하면 다음과 같다.

$$\omega = x^2 + y^2 = Ax + By + C = \phi^T \Theta \quad (4-17)$$

$$\phi = [x \ y \ 1]^T \quad (4-18)$$

$$\Theta = [A \ B \ C]^T \quad (4-19)$$

식 (4.17)의 ω 의 최소화 문제는, 다음 (4-20)식의 Ξ 를 최소화 시키는 것과 같다.

$$\Xi = \sum_{j=1}^m \epsilon_j = \sum_{j=1}^m (\omega - \omega_j)^2 = \sum_{j=1}^m (\phi^T \Theta - \omega_j)^2 \quad (4-20)$$

$$\omega_j = x_j^2 + y_j^2 \quad (4-21)$$

위의 해는

$$\Phi = [\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_m]^T \quad (4-22)$$

$$\Omega = [\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_m]^T \quad (4-23)$$

일 때, 다음과 같다.

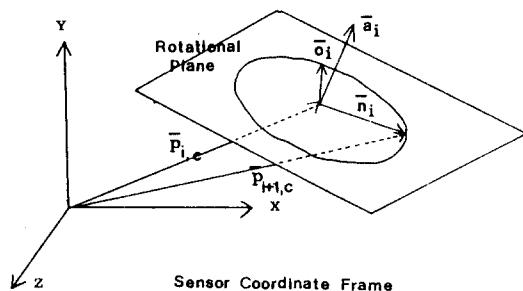
$$\Theta = [\Phi^T \Phi]^{-1} \Phi \Omega \quad (4-24)$$

식 (4-24)로부터 얻은 해는 S' 좌표계에 대한 값이며 이를 다시 sensor coordinate frame 의 값으로 변환시키면 이 값들이 구하고자 하는 rotational center 의 sensor coordinate에 대한 값이 된다.

4-2) Link coordinate frame specification.

4-1) 절의 방법으로 얻어진 a_i , p_i 벡터로부터 Figure-5.에 도시된 방법에 따라 i^T 를 구한다.

Figure-5. Coordinate frame specification



$p_{i+1,c}$ 를 i 번째 estimate 된 평면상에 i+1 번째 rotational center 를 투영시킨 점이라 할 때 방향 vector n_i 는 다음과 같다.

$$n_i = \frac{p_{i+1,c} - p_{i,c}}{\|p_{i+1,c} - p_{i,c}\|} \quad (4-25)$$

구하여진 방향 벡터를 a_i , n_i 로부터 σ_i 는 다음과 같다.

$$\sigma_i = a_i \times n_i \quad (4-26)$$

앞 절에서 구한 벡터 a_i , p_i 와 이로부터 구한 벡터 n_i , σ_i 로부터 i^T 를 구성한다.

$$i^T = \begin{bmatrix} n_i & \sigma_i & a_i & p_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4-27)$$

4-3) Kinematic parameter derivation

구해진 transformation matrix $i^{-1}T$ 로부터 true kinematic parameter 를 구해보면 다음과 같다.

$$i^{-1}T = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} c\beta_{i-1}c\theta_i & c\beta_{i-1}s\theta_i \\ c\alpha_{i-1}s\theta_i + s\alpha_{i-1}s\beta_{i-1}c\theta_i & c\alpha_{i-1}s\theta_{i-1} - s\alpha_{i-1}s\beta_{i-1}s\theta_i \\ s\alpha_{i-1}\theta_i - c\alpha_{i-1}s\beta_{i-1}c\theta_i & s\alpha_{i-1}c\theta_i + c\alpha_{i-1}s\beta_{i-1}s\theta_i \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} s\beta_{i-1} & s\beta_{i-1}d_i + a_{i-1} \\ -s\alpha_{i-1}c\beta_{i-1} & -s\alpha_{i-1}s\beta_{i-1}d_i \\ c\alpha_{i-1}c\beta_{i-1} & c\alpha_{i-1}s\beta_{i-1}d_i \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4-28)$$

[2,3] [3,3] element로부터 α_{i-1} 를 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} -s\alpha_{i-1}c\beta_{i-1} &= a_y \\ c\alpha_{i-1}c\beta_{i-1} &= a_z \\ \alpha_{i-1} &= \text{atan2}(-a_y, a_z) \end{aligned} \quad (4-29)$$

Backward multiplication technique (11) 을 이용식 (4-28)의 양변에 $\text{Rot}^{-1}(x_{i-1}, \alpha_{i-1})$ 을 곱하면 다음과 같다.

$$\text{Rot}^{-1}(x_{i-1}, \alpha_{i-1}) i^{-1}T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c\alpha_{i-1} & s\alpha_{i-1} & 0 \\ 0 & -s\alpha_{i-1} & c\alpha_{i-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} c\beta_{i-1}s\theta_i & -c\beta_{i-1}s\theta_i & s\beta_{i-1}s\beta_i d_i + a_{i-1} & 0 \\ s\theta_i & c\theta_i & 0 & 0 \\ -s\beta_{i-1}c\theta_i & s\beta_{i-1}s\theta_i & c\beta_{i-1} & c\beta_i d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4-30)$$

식 (4-30) 의 [2,1] [2,2] element로부터 θ_i 를 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} s\theta_i &= c\alpha_{i-1}n_y + s\alpha_{i-1}n_z \\ c\theta_i &= c\alpha_{i-1}o_y + s\alpha_{i-1}o_z \\ \theta_i &= \text{atan2}(c\alpha_{i-1}n_y + s\alpha_{i-1}n_z, c\alpha_{i-1}o_y + s\alpha_{i-1}o_z) \end{aligned} \quad (4-31)$$

[1,3] [3,3] element로부터 β_{i-1} 를 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} s\beta_{i-1} &= a_x \\ c\beta_{i-1} &= -s\alpha_{i-1}a_y + c\alpha_{i-1}a_z \\ \beta_{i-1} &= \text{atan2}(a_x, -s\alpha_{i-1}a_y + c\alpha_{i-1}a_z) \end{aligned} \quad (4-32)$$

[3,3] element로부터 d_i 를 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} -s\alpha_{i-1}p_y + c\alpha_{i-1}p_z &= c\beta_i d_i \\ d_i &= (-s\alpha_{i-1}p_y + c\alpha_{i-1}p_z)/c\beta_i \end{aligned} \quad (4-33)$$

[1,4] element로부터 a_{i-1} 를 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} p_x &= s\beta_i d_i + a_{i-1} \\ a_{i-1} &= p_x - s\beta_i d_i \end{aligned} \quad (4-34)$$

5. 결 론

본 연구에서는 선정된 kinematic model 의 실제 parameter 값을 측정된 position data로부터 직접 구해내는 방법을 제시하였다. 이 방법을 사용하면 model parameter를 이용 differential error matrix로부터 kinematic parameter 를 구할 시, differential model 의 선형화 과정 중 발생할 수 있는 error 가 제거되어 calibration에 사용된 position data 의 값만 정확하다면 differential model 을 사용한 앞서의 다른 연구보다 정확한 실제의 kinematic parameter 값을 얻을 수 있을 것이다.

6. 참 고 문 헌

- 1) Hayati,S.A. "Robot Arm Geometric Link Parameter Estimation", Proceeding of the 22nd IEEE Conference on Decision and Control, 1983.
- 2) Hsu,T.W. and Everitt,L.J., "Identification of the Kinematic Parameters of a Robot Manipulator for Positional Accuracy Improvement", Proceeding of the ASME 1985 International Computers in Engineering Conference, 1985.

- 3) Veitschegger,W.K. and Wu,C., "A Method for Calibration and Compensating Robot Kinematic Errors", Proceeding of the 1987 IEEE International Conference on Robotics and Automation, 1987.
- 4) Stone,H.W. and Sanderson,A.C. " A Prototype Arm Signature Identification System", Proceeding of the 1987 IEEE International Conference on Robotic and Automation, 1987.
- 5) Mooring,B.W., "The Effect of Joint Axis Misalignment on Robot Positioning Accuracy", Proceeding of the 1983 ASME International Computers in Engineering Conference, 1983.
- 6) Mooring,B.W. and Tang,G.R., "An Improved Method for Identifying the Kinematic Parameters in a Six-Axis Robot", Proceeding of the 1984 ASME International Computers in Engineering Conference, 1984.
- 7) Suh,Chung-Ha and Radcliffe,C.W.,Kinematic & Mechanisms Design, Wiley & Sons,1978.
- 8) Whitney,D.E.,Lozinski,C.A., and Rourke,J.M., "Industrial Robot Calibration Method and Results", Proceeding of the 1984 ASME Conference on Computers and Engineering,1984.
- 9) Denavit,J. and Hartenberg,R.S., " A Kinematic Notation for Lower-Pair Mechanisms Based on Matrices", Journal of Applied Mechanics,1955.
- 10) Strang, G., Linear Algebra and Its applications, Academic Press,New York, 1980.
- 11) Paul,R.P., Robot Manipulator: Mathematics, Programing, and Control, The MIT Press, Cambrige, MA, 1981