

이동중인 비행시스템의 자동조종장치 설계
Autopilot Design for BTT Flight Vehicles

오 백 은보* 허 남수* 이 만형** 황 창선***

부산대학교 대학원 기계공학과* 부산대학교 공과대학 정밀기계과**
부산대학교 공과대학 전기공학과***

Abstract

An autopilot for the class of Bank-To-Turn missiles is developed using a multivariable plant model & control design methodology. The roll-pitch-yaw cross coupling is included in the design considerations. Feedback system is designed using the Linear Quadratic Gaussian with Loop Transfer Recovery (LQG/LTR). Nonlinear simulations are presented to demonstrate the performances of the designed system.

1. 서 론

비행중인 다이내믹 시스템에 있어서, 페루우프 제어 시스템이 안정하고 외란과 모델링 오차하에서도 유도명령신호를 추종할 수 있는 고성능 미사일이나 항공기를 위한 강력하고 종합적인 자동조종장치를 설계하는 것은 매우 유용한 일이라 사료된다.

자동조종장치는 목표물을 요격하는 미사일이 유도칙에 따라 비행되도록 미사일 운동을 조종하는 것으로 그 제어방법에는 Skid-To-Turn (STT) 과 Bank-To-Turn (BTT)의 두 가지가 있다. STT 는 로울을 하지 않거나 일정한 로울 운동을 하도록 하며 (Roll Stabilized) BTT 는 큰 공격각을 가지며 로울과 동시에 피치운동을 하도록 하여 (Yaw Stabilized) 바람직한 조종방향으로 순간적으로 최대 수직상승력을 얻을 수 있도록 함으로서 응답성을 높여 준다.^{3,4,6)}

그러나 큰 공격각으로 인한 관성 및 공기역학적 카플링, 로울-피치-요, 제어채널사이의 비선형적 카플링, 옆미끄러짐 조건, 유도칙과의 연관성 등이 그 실현에 있어서 문제가 되어 왔으며 ^{3,4,)} 그 최근 연구동향은 두 가지로서 하나는 로울각과 공압의 함수로서 나타내어 지는 피치/요 와 로울 제어 채널을 가지는 두 시스템을 합성하는 것이며 (Marrin, A.V., Emmert, R.I. 등) 다른 접근 방법은 각 채널을 별도로 제어하는 것으로서 (Arrow, A., Froning, H.D. 등) 그 접근 방법에 관계없이 상호 카플링항은 공격각과 공압의 함수로써 나타내어 지며 미사일이 로울함에 따른 옆미끄러짐조건 및 카플링 등이 자동조종장치 설계에 그 어려움을 주고 있다.^{5,6)}

여기서는 두번째 방법을 사용하여 Short Range Air-To-Air BTT 미사일에 대하여 설계시 제어기의 강건한 정도를 직접 고려해 볼 수 있는 강력한 다변수 제어 시스템 설계법인 Linear Quadratic Gaussian with Loop Transfer Recovery (LQG/LTR) methodology 를

실현하기 위하여 체계적인 설계를 계획해 보고자 한다.

2. BTT 자동조종장치의 설계

Bank-To-Turn 제어는 미사일의 수직상승방향이 적 비행체와 같은 평면이 되도록하여 가속도를 증가 시킴으로서 미사일성능을 향상시키는 데 잠재적 가능성을 가지고 있다. 미사일은 유도명령을 받아 즉시 그 방향으로 상승하기 전에 요구되는 가속도가 피치 평면에 놓이도록 먼저 로울한다. 미사일의 최대수직상승방향이 바람직한 조종방향으로 되도록 로울 제어 시스템을 급속히 회전시키며 동시에 피치제어시스템도 최대수직상승방향으로 요구되는 가속도를 내게 함으로서 급속한 응답이 얻어 지게된다.

또한 BTT조종은 램제트 입구부에 주어 지는 작은 미끄러짐조건을 만족할 수 있도록 횡방향가속도를 감소시킨다.^{3,4)} 그 결과 미사일은 수직상승 효율과 제어면 효과를 최대로하는 보다 바람직한 방향으로 비행하게 된다.

BTT 자동조종장치를 설계하는 데 있어 공기역학적인 연성은 심각한 문제가 되며 안정성 문제를 고려하도록 하게 한다. 그 외에 피치-롤-요 사이의 운동학적인 연성, 관성의 연성이 미사일의 로울비를 증가시키는 데 문제가 되며 비대칭구조에서는 더욱 심각하게 된다. 특히 한방향으로만 공격각이 요구될 때는 매우 큰 로울비를 필요로 한다.

결국 연성문제와 조종문제는 더욱 심각해 진다.

이러한 문제들의 어려움을 줄이기 위해 보다 바람직한 조종방향으로 되도록 미사일을 로울시키는 종합적인 CBTT (Coordinated Bank-To-Turn)가 설계되어야 한다. 그 외에 피치방향으로 요구되는 가속도를 추종할 수 있도록 해야하며 횡방향 미끄러짐 조건을 만

축할 수 있게 해야 한다. 이와 같은 연성과 조종문제를 가지는 다변수제어 시스템에 대해 조직적인 설계방법인 LQG/LTR 이 적합하게 된다.

참고문헌 5에 나타난 바와 같이 유도,기체부,추진 시스템에 대한 요구조건들이 자동조종장치의 설계에 중요한 요소들이며, 구조가 다른 바람직한 조종방향도 달라지고 같은 유도칙에 대해서도 다른 미사일운동을 하게 된다.

호우밍 미사일 성능과 목표물 요격능력을 높이기 위해 비행조건들에 대해 일정한 계인을 가지며 급속하게 응답하고 외란에 대응하는 BTT 최적 제어를 설계하는 것이 바람직하다.

제어기에 고려되는 사항들은 다음과 같다.(5.6.7)

- (1) 자동조종장치의 작동범위에서의 비행조건들
- (2) 고도의 공격각, 큰 로울 비로 인해 서로 연성되는 비선형성,모델링 불확정성
- (3) 레이도움 오차
- (4) 공기역학적인 응답 변화

그 외에 특정 비행조건에 대해 일정한 이득을 가지는 제어를 설계한 다음에 안정여유,미사일 성능,돌풍과 같은 외란에 대응하는 면에서도 밀관되도록 전 비행조건에 적용시키고자 한다.

위에서 설명된 제어기의 설계과정은 페루우프 시스템의 안정도 대역폭, 수행성능 등에 근거를 두고 있다. 시스템성능은 프랜트와 측정에서의 랜덤외란을 갖는 공분산 해석기술에 의해, 안정도 대역폭은 페루우프 고유치에 의해 결정되고 결국 제어기의 강건한 정도는 페루우프 시스템의 특이값 해석에 의해 평가된다. 나아가 시스템성능은 시간응답 비선형 시뮬레이션으로평가된다.

앞에서 기술된 것과 같은 CBTT 자동조종 장치에 대한 각 로울,피치,요 제어의 입력은 피치,요,가속도와 로울 각속도 명령으로 구성되어 있으며 평면형 날개, 십자형 꼬리를 가지는 형태의 미사일을 그 모델로 하였다. 그 상태 및 제어변수,출력 및 바람직한 출력은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \mathbf{x}^T &= [q, w, r, v, p, \delta_p, \delta_r, \delta_p] \\ \mathbf{u}^T &= [\delta_{q_c}, \delta_{r_c}, \delta_{p_c}] \\ \mathbf{y}^T &= [n_p, n_y, p] \\ \mathbf{y}_r^T &= [n_{p_c}, n_{y_c}, p_c] \end{aligned}$$

여기서,

- p, q, r : roll, pitch, yaw rates
- w, v : 동체축의 z, y 방향 속도
- $\delta_p, \delta_q, \delta_r$: roll, pitch, yaw 방향 제어면 변형량
- n_p, n_y : pitch, yaw 가속도

그런데 동체축 z, y 방향 속도보다 pitch, yaw 가속도

가 측정이 용이하므로 w, v 를 n_p, n_y 로 대체시켜 상태변수를 재설정하면 새로운 좌표계에서의 미사일 시스템의 동역학식은 표 1.과 같은 상태, 제어 변수로서 다음과 같다.(1.2)

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{X} + \mathbf{B} \cdot \mathbf{U} + \mathbf{B}_f \cdot \mathbf{f} \quad (1)$$

여기서,

$$\mathbf{x}^T = [\delta_q, \delta_r, \delta_p, q, n_p, r, n_y, p]$$

표 2.에서의 6 개 비행조건은 무계에 비해 큰 추력을 가지는 경전투기를 요격하는 미사일의 6 자유도 실험 결과에서 선택된 것이며 ^{b)} 미사일은 1만 피이드 상공에서 마하 1.2 의 초속도로써 비행되고 그 때 적 전투기는 최소 선회반경으로 책략 비행하는 것으로 하였다.

그 때 플랜트 1 에 따른 시스템 행렬 은 부록 1에 나타내었다.

표 1 상태 및 제어변수 LIST

< 상태 변수 >		
δ_q :	피치각 제어 변형량	(Radian)
δ_r :	요 각 제어 변형량	(Radian)
δ_p :	로울각 제어 변형량	(Radian)
q :	피치 각속도	(Rad/sec)
n_p :	피치 가속도	(g)
r :	요 각속도	(Rad/sec)
n_y :	요 가속도	(g)
p :	로울 각속도	(Rad/sec)
< 제어 변수 >		
δ_{q_c} :	피치각 제어면 변형량	(Radian)
δ_{r_c} :	요각 제어면 변형량	(Radian)
δ_{p_c} :	로울각 제어면 변형량	(Radian)

표 2. 최종위상동안 6개 비행조건

플랜트	마하수	고도 (ft)
1	1.89	10,180
2	2.21	10,570
3	2.40	10,860
4	2.97	11,860
5	2.77	13,000
6	2.59	13,710

3. LQG/LTR 제어 시스템의 설계 절차

LQG/LTR 방법은 선형 다변수제어 시스템을 조직적으로 설계할 수 있는 방법으로 크게 목표 필터 무우프 설계와 무우프 전달 회복 단계로 이루어 진다. 그 기본 구조는 모델기준보상기(Model Based Compensator)와 같으며 고유값의 분리특성을 이용하여 보상기의 설계 파라미터인 제어 게인 G 와 필터 게인 행렬 H 를 독립적으로 설계할 수있는 특성을 지니고 있다.

분리 원칙, 즉 주어진 시스템 행렬 A, B 에 대해 G 를 선정하는 것과 A, C 에 대해 H 를 선정하는 문제로 분리시켜 설계할 수 있다. 필터 게인 행렬

H는 목표 필터 루우프를 설계할 때 제어 계인 행렬 G는 루우프 전달회복 절차를 수행할 때 선정된다.

요구되는 설계사양을 만족하는 목표필터 루우프가 설계되면 루우프 전달회복 방법을 이용하여 모델기준 보상기를 사용한 피이드백 제어시스템의 성능-강인성을 목표 필터 루우프에서 설계된 대로 회복시킬 수 있다. 즉 보상기를 플랜트의 역수와 목표 필터 루우프의 곱셈형으로 만들 수 있다는 것을 의미한다.

그 전형적인 피이드백 제어시스템은 그림 1.에 나타난 것과 같으며, 여기서 G(s)는 Augmented 플랜트로서 공칭 프랜트인 G_p(s)에 자유적분요소 동역학인 G_a(s)가 첨가된 것이다. 즉 G(s)=G_p(s)G_a(s)이다.

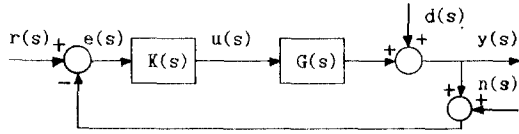


그림 1. MIMO 피이드백 루우프 선도

여기서

- r(s) = 기준 입력
- e(s) = 플랜트의 출력과 기준입력과의 오차
- u(s) = 플랜트에 가해지는 제어입력
- y(s) = 플랜트 출력
- d(s) = 플랜트 출력속으로 반영된 외란
- n(s) = 측정 잡음
- k(s) = 보상기 전달함수
- G(s) = 플랜트 전달함수

제어기의 구성에 대한 설계사양은 다음과 같이 설정하였다.

- 1) 유도명령 및 외란에 대한 0- 정상상태 오차
- 2) 명령추종 성능 및 센서잡음에 대한 저감도 향상
- 3) 출력속으로 반영된 모델링 오차 E(jw)에 대하여 다음의 안정도-강인성을 만족시키는 최대 교차주파수를 갖는 시스템

$$\sigma [E(jw)] < w/180 \quad (2)$$

목표 필터 루우프의 구조는 아래 그림 2.와 같으며 그 전달함수 G(s)는 아래와 같다.

$$G_p(s) = C \cdot \phi(s) \cdot H \quad (3)$$

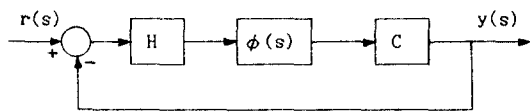


그림 2. 목표 피이드 백 루우프 선도

목표필터루우프는 아래의 성능-강인성을 만족시키는 필터계인행렬 H를 선정하는 것이다.

$$\text{성능} : \sigma [S_F(jw)] < P_m(w) \quad (4)$$

$$\text{안정도/강인성 조건} : \sigma [C_P(jw)] < E_m^{-1}(w) \quad (5)$$

여기서, w>0, P_m(w)는 주파수역에서 최대 허용성능

을 나타내는 함수이고 E(w)는 주파수역에서 최대 곱셈형 모델링 오차를 나타 낸다. 15)

Augmented 설계 플랜트에서, 필터 계인 H는 가상적인 센서 백색 잡음에 대한 칼만 필터를 설계하고 다음의 필터 대수 Riccati 식으로부터 구한다.

$$A \cdot P + P \cdot A^T + L \cdot L^T - 1/\mu \cdot P \cdot C^T \cdot C \cdot P = 0 \quad (6)$$

$$H = 1/\mu P \cdot C^T \quad (7)$$

설계패라미터 H를 선정하기 위해 아래의 칼만필터 주파수역 등가결과식을 이용한다. 13, 14)

$$G_F(s) \approx (1/\mu^{1/2}) \cdot C \cdot (SI-A)^{-1} \cdot L \quad (8)$$

바람직한 루우프 형상이 되도록 L을 선정하고 원하는 대역폭 혹은 교차주파수를 만족하도록 μ를 선정한다. 고주파 및 저주파역에서 동시에 특이값을 일치시키기 위해 아래와 같이 설계변수 L을 택한다.

$$L = \begin{bmatrix} - (C_p \cdot A_p^{-1} \cdot B_p)^{-1} \\ C_p^T (C_p \cdot C_p^T)^{-1} \end{bmatrix} \quad (9)$$

여기서 하첨자 p는 플랜트를 나타낸다.

이와 같이 목표 필터 루우프를 설계한 다음에는, 보상된 프랜트의 루우프 G(s)K(s)의 특이값이 목표 필터 루우프 G_F(s)의 특이값으로 회복시키는 단계인 루우프 전달 회복과정을 수행한다. 그림 3.의 LQG/LTR의 구조를 전달함수 행렬식으로 표현하면 다음과 같다.

$$u(s) = k(s) \cdot e(s) \quad (10)$$

$$k(s) = G \cdot (sI - A + B \cdot G + H \cdot C)^{-1} \cdot H \quad (11)$$

보상기 K(s)의 상태변수를 Z(t) ∈ Rⁿ으로 두면 시간영역에서의 보상기 상태방정식은 다음과 같다.

$$\dot{Z}(t) = (A - B \cdot G - H \cdot C) Z(t) - H \cdot e(t) \quad (12)$$

$$u(t) = -G \cdot Z(t) \quad (13)$$

비최소 위상영점이 교차주파수보다 작은 곳에 위치하면 명령 추종 및 외란 제거 성능을 제한하게 된다. 루우프 전달회복은 저가 제어 LQR 문제를 이용함으로써 가능하며, 제어계인 행렬 G는 다음식을 이용하여 선정한다.

$$K \cdot A + A^T \cdot K + C^T \cdot C - 1/\rho K \cdot B \cdot B^T \cdot k = 0 \quad (14)$$

$$G = (1/\rho) B^T \cdot K \quad (15)$$

시스템 행렬 [A, B]가 안정가능하고, [A, C]가 검출 가능한 최소위상플랜트이면 제어대수 Riccati식의 극한 거동으로부터 모델기준 보상기 전달함수 K(s) 및 루우프전달함수 T(s)의 거동은 아래와 같다.

$$\lim K(s) = G(s)^{-1} G_P(s) \quad (16)$$

$$\lim T(s) = G(s) G(s)^{-1} G_P(s) = G_P(s) \quad (17)$$

윗 식에서 LQG/LTR 보상기는 플랜트 $G(s)$ 의 inverse 다이내믹을 포함하고 있음을 알 수있으며 ρ 가 0 으로 접근함에 따라 루우프 전달함수 $T(s)$ 는 목표필터 루우프 전달함수로 일치하는 것을 볼 수 있다.

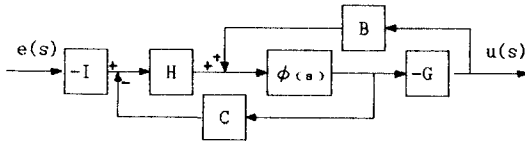


그림 3. LQG/LTR 보상기의 구조

4. 결과 및 고찰

식 (7)에 의해 결정된 필터 계인은 아래와 같다.

$$H = \begin{bmatrix} 2.659986899163824 & 0 & 0 \\ 0 & -96.75454645030325 & 69.92760855884798 \\ 0 & -30.84538252550324 & 29.33465636572804 \\ 1.335396370942016 & 0 & 0 \\ 0 & -64.41669933439058 & 68.71638408591586 \\ 0 & -19.51904735772467 & 26.32669361091005 \\ .1453323913474971 & 0 & 0 \\ 170.4948297443234 & 0 & 0 \\ 0 & 45.07002636651314 & -19.37836862495213 \\ 0 & 162.0347693456196 & 3.549168352990476 \\ 0 & 3.549168352990661 & 194.2823196017173 \\ 0 & 0 & 45.07002636651314 \\ -19.37836862495213 & 0 & 162.0347693456196 \\ 3.549168352990476 & 0 & 3.549168352990661 \end{bmatrix}$$

위와 같이 선정된 필터계인 행렬에 따라 H에 따라 식 (3)과 같은 목표필터루우프 전달함수 $G_P(S)$ 의 특이값 선도는 그림 4.과 같다.

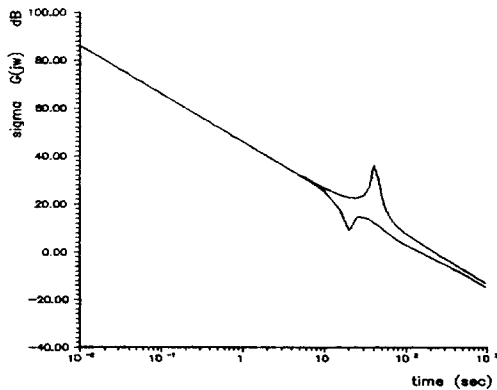


그림 4. 목표필터루우프의 특이값 선도

설계사양을 만족시키는 그림 4.과 같은 루우프 행상을 갖는 제어시스템을 구성하기 위해서는 식 (15)의 제어 계인 행렬 G 를 결정하는 단계 즉, 루우프 회복 단계를 거침으로써 이루어 진다. 제어기중 파라메타

$\rho = 10^{-7}$ 으로 (교차주파수보다 1 decade 위까지 회복시키는 데 필요한 값) 아래의 제어계인 행렬 G 를 선정하였을 때 그림 5.과 같이 비교적 만족스러운 LTR 이 수행되었다.

$$GT = \begin{bmatrix} 2299.784204857815 & 0 & 0 \\ 0 & 2174.356829025843 & -.2525346798877691 \\ 0 & -.2525346798856363 & 1460.604345001633 \\ 26456.80494703959 & 0 & 0 \\ 0 & 12714.89148507142 & -1268.723736889021 \\ 0 & -.7119969838185702 & 5926.014212253925 \\ -77319.94686230518 & 0 & 0 \\ 8443.864417904226 & 0 & 0 \\ 0 & -28617.06568640736 & 131.6625198063562 \\ 0 & 293.0789814557336 & 886.5620504114460 \\ 0 & -.9219955867064371 & 9765.795419409373 \end{bmatrix}$$

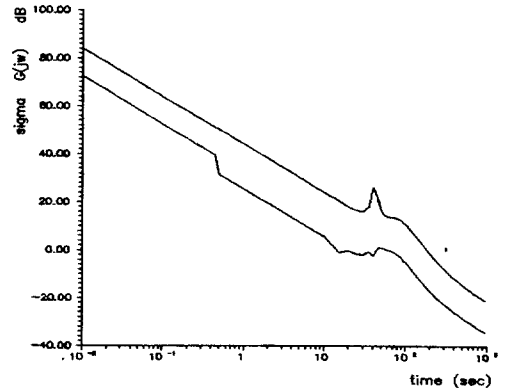


그림 5. 회복된 루우프전달함수의 특이값선도

그림 5.은 이상과 같이 설계된 LQG/LTR 제어시스템의 안정도-강인성 및 성능을 조사하기 위하여 폐루우프 전달함수의 특이값 선도를 나타 낸 것이다.

위 그림으로부터 $w \rightarrow 0$ 즉 정상상태에서 폐루우프 전달함수의 크기가 1 이므로 명령입력 및 외란에 대한 정상상태 오차가 0 이 됨을 알 수 있으며, 이 제어시스템은 $w=180$ rad/sec 보다 1 decade 위까지의 주파수영역에서 센서잡음 성능을 갖는 것을 알 수 있다. 또한 설계사양 3)을 만족시키므로 불확실한 모델링 오차에 대하여 강인한 안정성을 충분히 유지함을 알 수 있다.

식 (1)에서 부록 1.과 같은 시스템행렬 $A, B,$ 을 가지는 공칭 시스템에 대해 비선형성 및 외란항인 $Br \cdot f$ 에서 로울-피치-요 사이의 비선형성을 10 배로 두었으며 10 rad/sec의 정현파 외란은 피치-로울-요 방향으로 각 5, 10, 1 rad/sec²의 진폭을 가지는 것으로 했다. 그 결과는 아래 그림과 같으며, 롤-피치-요사이의 높은 회전비로 인한 비선형적인 카플링의 영향아래서도 BTT 추적 성능은 우수함을 알 수 있다.

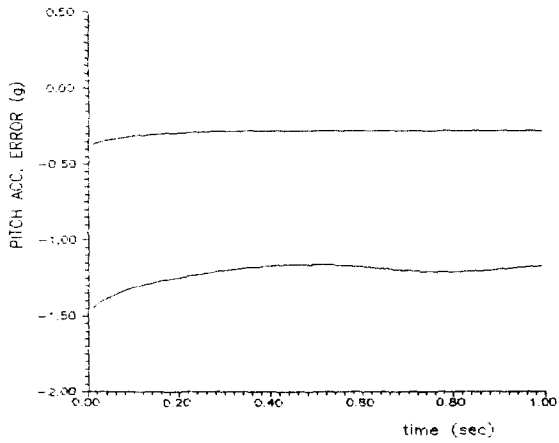


그림 6. Pitch Acc. Error time history

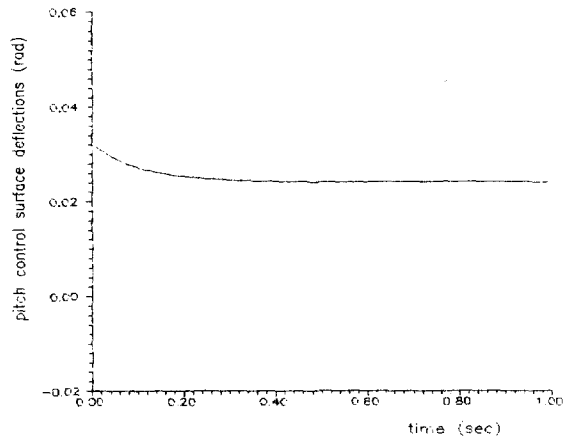


그림 9. Pitch Control Surface Deflection Angle

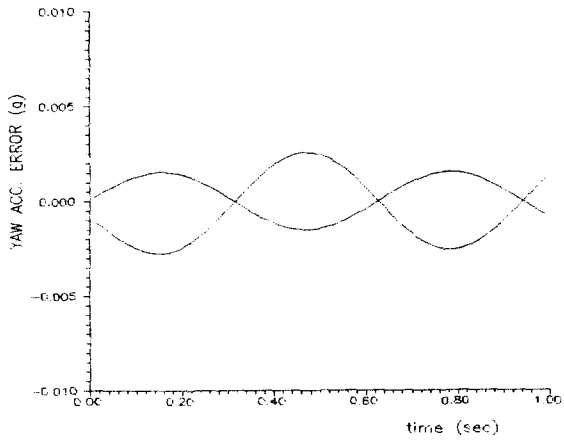


그림 7. Yaw Acc. Error time history

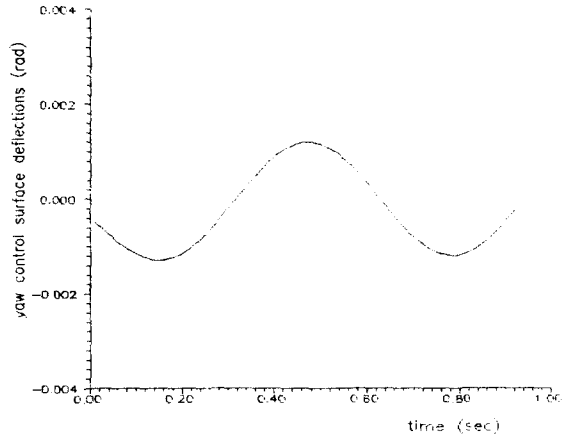


그림 10. Yaw Control Surface Deflection Angle

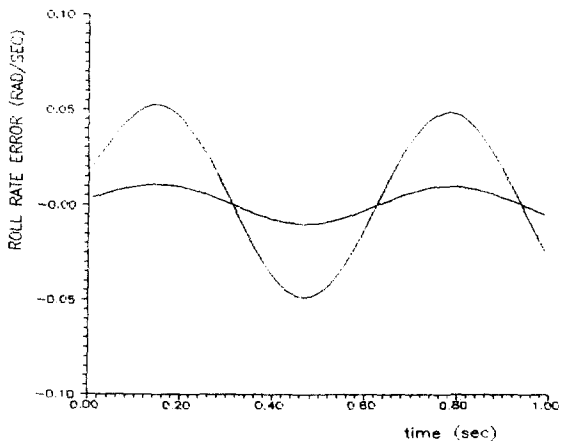


그림 8. Roll rate Error Time history

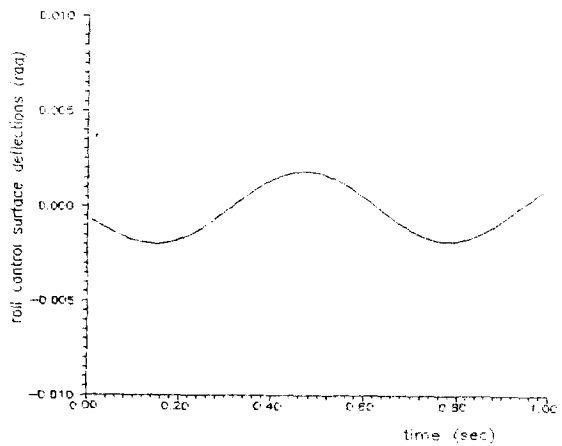


그림 11. Roll Control Surface Deflection Angle

5. 결 론

LQG/LTR 제어 시스템 설계방법을 사용한 Bank-To-Turn 미사일 자동조종장치는 미사일의 최종 위상 동안 마하 1.9 - 2.6 고도 1만 - 1만 4천 피드의 범위에서 6 가지 비행조건에 대해 주어진 정현파 외란과 높은 회전비로 인한 비선형 카플링영향 아래서도 BTT 명령추적에 우수한 성능을 보여 주었다.

본 연구에서는 주어진 명령추종 및 모델링 오차에 대한 설계사양을 만족시키는 LQG/LTR의 설계파라미터를 조직적으로 산정함으로써 원하는 주파수 및 시간 영역 성능을 얻을 수 있음을 고찰하였고 모델링 오차에 대한 강한 안정성을 얻을 수 있는 제어기 구성을 제시하였다.

6. 참고 문헌

1. Riedel, F.W., "Bank-to-Turn Control Technology for Homing Missiles," NASA CR-3325, April 1980.
2. Reichert, R.T., "Homing Performance Comparison of Selected Airframe Configuration Using Skid-to-Turn Steering Policies," NASA CR-3420, May 1981
3. Arrow, A., "An Ananalysis of Aerodynamic Requirements for Coordinated Bank-to-Turn Autopilots," NASA-CR-3644, NOV. 1983.
4. Garnell, P., Guided Weapon Control Systems, 2nd Ed., Pergamon, London, 1980
5. Arrow, A., "Status and Concerns for preferred Orientation Control of high Performance Antiair Troctical Missiles," AIAA Paper 83-2198, Aug. 1983
6. Nesline, F.W. and Nesline, M., "How Autopilot Requirements Constrain the Aerodynamic Design of Homing Missiles," Proceedings of the American Control Conference, Vol.2, June 1984, pp.716-730.
7. Yueh, W.R. and Lin, C.F., "Optimal Controller for Homing Missile," Proceedings of the American Control Conference, Vol.2, June 1984, pp.737-742.
8. Lin, C.F., "Minmum-Time Three-Dimensional Turn to a Point of Supersonic Aircraft," Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol.5, Sep.-Oct. 1982, pp.512-520
9. Williams, D.E., Friedland, B., Madiwale, A.N., "Modern Control Theory for Design of Autopilot for Bank-to-Turn Missiles," Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol.10, Jul.-Aug. 1987. pp 378-386
10. Sheperd, C.L., Valavani, L., "Autopilot Design for Bank-to-Turn Missiles Using LQG/LTR Methodology" Proceedings of American Control Conference, Vol.1, June, 1988. pp. 579-586
11. 이만형 외 3인, "칼만필터링을 사용한 표적 트래킹과 화기제어시스템의 설계," 과학재단 차관연구 제 3차 최종보고서, 1989.4
12. 이만형 외 6인, "기동목표물의 수학적모델링과 칼만필터를 이용한 실시간 추적기법의 개발," 산학협동재단 최종연구 보고서, 1987.7
13. Athans, M., "A Tutorial On the LQG/LTR Method", Proceedings of the American Control Conference, Seattle, WA., June 1986
14. Doyle, J.C., Stein, G. "Multivariable Feedback Design : Concepts for a Classical/Modern Synthesis," IEEE Trans. on Automatic Control, Vol. AC-26, pp. 4-16, Feb. 1981
15. Stein, G., Athans, M., "The LQG/LTR Procedure for Multivariable Feedback Control Design,"

IEEE Trans. Automatic Control, Vol. AC-31, pp. 105-114, Feb. 1987

16. Lehtomaki, N.A., Sandell, N.R., Jr., Athans, M., "Robustness Results in Linear Quadratic Gaussian Based Multivariable Control Design," IEEE-AC, Vol. AC-26, No.1, pp.75-92, Feb. 1981

부 록 1.

행렬 A (8 x 8)

(col. 1 to 4)			
-.1800E+03	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00
.0000E+00	-.1800E+03	.0000E+00	.0000E+00
.0000E+00	.0000E+00	-.1800E+03	.0000E+00
-.4336E+02	.0000E+00	.0000E+00	-.3333E+01
.2508E+03	.0000E+00	.0000E+00	-.5052E+03
.0000E+00	-.2123E+02	.0000E+00	.0000E+00
.0000E+00	-.2567E+03	.0000E+00	.0000E+00
.0000E+00	-.5233E+02	.3047E+03	.0000E+00
(col. 5 to 8)			
.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00
.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00
.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00
.5920E+00	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00
-.7391E+01	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00
.0000E+00	-.6888E+00	-.1407E+02	.0000E+00
.0000E+00	.1226E+03	-.1793E+01	.0000E+00
.0000E+00	.0000E+00	.3670E+02	-.9661E+01

행렬 B (8 x 3)

.1800E+03	.0000E+00	.0000E+00
.0000E+00	.1800E+03	.0000E+00
.0000E+00	.0000E+00	.1800E+03
.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00
-.2508E+03	.0000E+00	.0000E+00
.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00
.0000E+00	.2567E+03	.0000E+00
.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00

행렬 Br·f (8 x 1)

0
0
0
10 (Izz - Ixx) / Iyy · r · p + 5 · SIN(10t)
0
10 (Ixx - Iyy) / Izz · p · q + SIN(10t)
0
10 (Iyy - Izz) / Ixx · q · r + 10 · SIN(10t)