

# 위성궤도의 추정기법에 관한 연구

\*최철환\* 조검래\*\* 박수홍\*

\*부산대학교 대학원 기계공학과

\*\*부산대학교 공과대학 항공우주공학과

## Abstract

Lately, at an epoch of a full-scale satellite launching plan of Korea, T.T.C(Tracking, Telemetry & Command) is a indispensable part. In this paper, particular attention is given to orbit determination problem of the role of T.T.C. A near-earth satellite is modeled, batch and extended sequential estimation algorithm (ESEA) are compared using range data. As a result, ESEA show effectiveness.

## 1. 서론

위성은 다양한 임무에 따라 각기 독특한 궤도가 정해지게 되며 위성 임무의 여부는 얼마나 위성을 성공적으로 원하는 궤도에 투입하는냐에 달려있다. 일반적으로 지구에서 발사된 발사체에 의해서 운반된 위성은 여러가지 불확실성으로 인해 목표궤도에 정확한 진입이 어렵다. 그래서 궤도진입후 조금씩 위성의 궤도를 보상해주는 것이 쉽고, 더욱 경제적이므로 경험적으로 알려져 있다.

첫째, 지상정지궤도상에 위성을 올려놓기 위해서는 타원궤도, 표류궤도, 지상정지궤도의 순으로 위성을 전이해야 하는데, 이것은 위성의 위치, 속도를 관측하고 궤도를 정확히 추정함으로써 가능하다.

둘째, 목표궤도에 진입한 위성이라 할지라도 지구중력권의 비대칭, 태양과 달의 중력의 영향, 태양의 복사압(solar pressure) 등으로 인해 궤도에서 조금씩 벗어나게 된다. 이러한 경우 궤도의 보상은 위성을 추적, 관측하여 궤도를 추정함으로써 달성될 수 있다.

셋째, 궤도상의 위성과 랑데뷰가 요구되는 경우, 고려하여야 할 파라메타(parameter)는 위성의 실제궤도와 관련되어 있어 실제궤도의 추정이 선행되어야 한다.

이상에서 살펴본 바와 같이 정확한 위성궤도의 추정은 모든 우주발사 계획에 필수적이며 관측데이터를 처리하는 방법에 따라 추정되는 궤도는 조금씩 달라질 수 있으며, 잘못 추정하였을 경우 그 손실은 막대하게 된다.

본 연구에서는 위에서 말한 목적에 이용 가능하도록 지구근방위성(near-earth satellite)을 모델링하였으며 지구관측소에서 추적, 관측하고 관측데이터를 처리하여 궤도를 추정해낼 수 있는 데이터 처리기법, 즉 배치알고리즘과 확장된 연속알고리즘을 연구, 비교하여 어떤 기법이 적합한지 살펴보았다.

## 2. 연구내용 및 방법

랜덤오차(random error)를 일으키는 이상관측(discrete observation)을 사용한 비선형 다이나믹 시스템의 상태를 추정하는, 특히 위성궤도를 추정하는 문제는 우주개발이 본격화된 이후 상당히 주목받아왔다.

이러한 문제의 고전적 해는 비선형 방정식을 공칭해(nominal solution)에 대해 선형화하고 선형추정기법(linear estimation technique)을 사용하는 것이다. 기존해로부터의 편차의 추정은 배치데이터처리 알고리즘(batch data processing algorithm)이나 혹은 연속데이터처리 알고리즘(sequential estimation algorithm)에 의해 얻어질 수 있다.

선형추정의 정확도에 미치는 오차의 4가지 형태는

- (1) 선형화 과정에서 생기는 오차
- (2) 계산 과정에서 생기는 오차
- (3) 관측 과정에서 생기는 오차
- (4) 수학적 모델링 과정에서 생기는 오차

등이 있다. 관측과정에서 생기는 오차는 전체추정에서 매우 중요하지만 여기서는 고려하지 않는다. 대신 모델링과 계산과정에서 마주치는 오차에 중점을 둔다. 복잡한 궤도결정 프로그램에 있어서 계산과정에서 생긴 오차와 부적절한 모델링에 의해서 생긴 오차는 깊이 관련되어 있으며 세심한 주의가 요망된다. 복잡한 수학적 모델링으로 추정과정을 정의하는 관계식에 대한 해를 구하기는 어렵다. 반대로 수학적 모델이 간단하면 중요한 물리적 효과들이 무시되는 수가 있으며 추정이 빗나갈 수도 있다.

시간에 따라 변화하는 가속도가 모델링에 포함되지 않았으나 연속필터(sequential filter) 또는 칼만-부시필터를 사용하여 보상될 수 있다. 더구나 어떤 시각  $t_i$ 에서의 추정을 공칭궤도(nominal orbit)로 정의한 다음 관측시각  $t_j$ 에서의 추정으로 전파시켜 나가는 연속추정의 확장된 형태를 사용하면 선형화에 의한 오차가 최소화 된다. 이러한 개념들을 사용하여 다음 과제들을 연구하였다.

- (1) 지구근방위성(near-earth satellite)에 관한 궤도결정 문제의 일반적인 식
- (2) 최적선형 추정기법의 일반적인 식
- (3) 배치 데이터 처리 기법
- (4) 확장된 연속 데이터 처리 기법
- (5) (3), (4)의 비교 검토.

### 3. 문제의 형성

지구에서 발사된 발사체에 의해 운반된 위성의 실제 궤도는 공칭궤도와는 다르다.

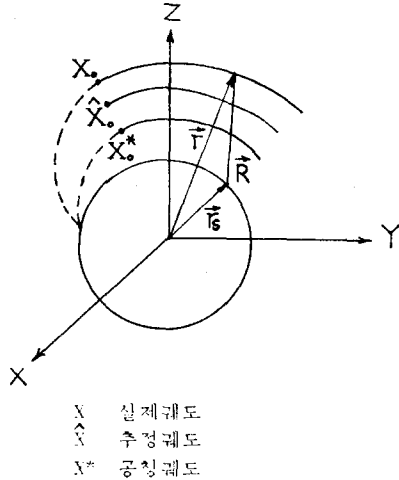


그림 3.1 궤도추정 모델

#### 3.1 운동 방정식

중심체에 대한 궤도상의 위성운동을 지배하는 방정식은 뉴우턴역학으로부터 위성을 입자(particle)로 가정할 두 물체간 문제(two-body problem)로 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$m \ddot{\vec{r}} = -\frac{G m M \vec{r}}{r^3} + m \vec{P} \quad (3.1.1)$$

여기서  $\vec{r}$ 은 중심체로부터 측정된 위치벡터이고  $G$ 는 일반중력상수,  $m$ 은 위성질량,  $M$ 은 중심체질량, 그리고  $\vec{P}$ 는  $\vec{r}$ ,  $\dot{\vec{r}}$ 에 종속하는 외란벡터(perturbed vector)로써 공기저항력, 중심체 중력의 비중심적 성분, 제 3의 물체에 의한 인력등으로 구성된다.

지구근방위성(near-earth satellite)은 외란벡터를 단지 공기저항력만을 고려하여 근사적으로 모델링될 수 있다.

$$\ddot{\vec{r}} = 7U + \frac{AC_D}{m} \rho(r) \left| \dot{\vec{r}}_{rel} \right| \dot{\vec{r}}_{rel} \quad (3.1.2)$$

$$\rho(r) = \rho_0 \left[ 1 - \left( \frac{r-r_0}{r_0} \right)^2 \right] J_2 \left\{ -\left( \frac{r-r_0}{r_0} \right)^2 - \dots \right\} \quad (3.1.3)$$

$\mu$  = 지구중력상수  
 $r_0$  = 지구의 궤도반경  
 $J_2$  = 항상계수(Jornal harmonics)  
 $AC_D/m$  = 탄도계수(Ballistic coefficient)

$$\rho(r) = \rho_0 e^{-k(r-r_0)} \quad (3.1.4)$$

$\rho_0$  = 고도  $r_0$  에서 평균 대기밀도  
 $k$  = 상수

$$\dot{\vec{r}}_{rel} = \dot{\vec{r}} - \vec{\omega}_0 \times \vec{r} \quad (3.1.5)$$

$\vec{\omega}_0$  = 지구 평균 각속도

상태벡터(State vector)는 모든 시간종속 변수들과 위성운동을 유일하게 결정하는 상수 파라메타들이며 위성의 위치  $\vec{r}$ , 속도  $\dot{\vec{V}}$ , 추정과정에서 추정되어야 할 상수  $\vec{a}$ , 관측소 위치  $\vec{r}_s$  등을 포함하고 있다.

$$X = (\vec{r} \ \dot{\vec{V}} \ \vec{a} \ \vec{r}_s)^T \quad (3.1.6)$$

여기서  $\vec{a} = \left( \mu \ J_2 \ \dots \right)^T$  이다.

#### 3.2 상태방정식(state equation)

상태방정식을

$$\dot{X} = F(X, t), \quad X(t_0) = X_0 \quad (3.2.1)$$

로 표현하면

$$F = \begin{bmatrix} \dot{\vec{V}} \\ \mu \ddot{\vec{r}} \\ \vec{P}(\vec{r}, \dot{\vec{V}}, \vec{a}) \\ 0 \\ \vec{r}_s \end{bmatrix} \quad (3.2.2)$$

이다.

일반적으로 궤도결정문제에서  $X_0$ 는 완전히 알려져 있지 않고 결과적으로 실제궤도는 공칭궤도(nominal orbit)와는 다르다. 그래서  $X_0$ 의 추정을 위해서 관측이 선행되어야 한다.

### 3.3 관측-상태 관계식

일반적으로 상태벡터  $X(t)$ 는 직접 관측될 수 없다. 대신 관측은 상태에 대한 비선형 함수이다.

위성관측 장비로는 레이더가 일반적으로 사용되며 거리(Range)와 거리변화율(Range-rate)를 측정하며 랜덤오차(random error)를 항상 포함하고 있다.

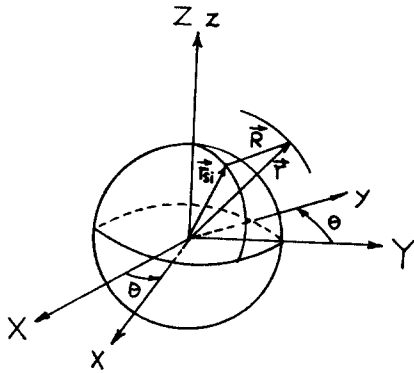


그림 3.3.1 위성관측 모델

. 거리(Range)

$$R = |\vec{r} - \vec{r}_{s_i}| + \epsilon_R \quad (3.3.1)$$

. 거리 변화율(Range-rate)

$$\dot{R} = \frac{(\dot{r} - \dot{r}_{s_i}) \cdot (\vec{r} - \vec{r}_{s_i})}{R} + \epsilon_{\dot{R}} \quad (3.3.2)$$

(그림 4.3.1)에서  $\vec{r}$ 은 XYZ좌표계로 지구중심에 원점을 두고 있는 관성좌표계(inertial coordinate)이며  $\vec{r}_{s_i}$ 는 xyz좌표계로 지구고정 좌표계(earth-fixed coordinate)이다. 그러므로  $R, \dot{R}$ 가 관성좌표계의 항으로 표시될려면  $\vec{r}_{s_i}$ 를 지구고정 좌표계에서 관성좌표계의 좌표변환이 필요하다.

$$(\vec{r}_{s_i})_{XYZ} = T (\vec{r}_{s_i})_{xyz} \quad (3.3.3)$$

$$T = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

관측은 항상 특정시점에서 이루어지므로 관측상태 관계식은

$$Y_i = G(X_i, t_i) + \epsilon_i \quad (3.3.4)$$

처럼 이산관측식(discrete function)으로 기술될 수 있으며  $Y_i$ 는 특정시점  $t_i$ 에서의  $p$ -관측벡터,  $G(X_i, t_i)$ 는 관측-상태를 관련짓는 비선형방정식, 그리고  $\epsilon_i$ 는  $p$ -벡터의 관측오차이다.

(1) 일반적으로 궤도결정문제에서  $Y_i$ 는  $X_i$ 보다 차원이 작다. ( $p < n$ )

(2)  $p=n$  일지라도 정확한 관측( $\epsilon_i = 0$ )이 아니면 (3.3.4)식으로 부터  $X_i$ 는 결정되지 못한다. 그러므로 많은 관측이 실시되어야 하고 이때 특정시점에서의 상태  $X_0$ 를 추정하는데 이용될 수 있는 정보가 다음 식과 같이 표현될 수 있다.

$$Y_i = G(X_i, t_i), \quad i = 1, 2, \dots, l \quad (3.3.5)$$

여기서  $l$ 은 관측횟수를 의미한다.

또한 (3.2.1)식에서  $X_0$ 가 정의되었다면 특정시점의 해는

$$X_i = G(X_0, t_0, t_i) \quad (3.3.6)$$

가 되며 이때 (3.3.5)식은  $(1 \times p)$ 방정식,  $l \times (p+n)$  미지수를 포함하고 있다. 미지수가 방정식의 수보다 적어야 하므로  $X_0$ 를 결정하기 위해서 추가적인 조건이 필요하며 일반적으로 추정오차를 최소화하는 것으로 선택된다.

## 4. 비선형 문제의 선형화

실제상태  $X(t)$ 와 공칭상태  $X^*(t)$ 가 관심있는 시간 간격  $t_0 \leq t \leq t_l$  내에서 충분히 가까이 있다면 각 시점에서 공칭상태에 대해 선형화한 편차방정식(perturbed equation)은 다음식으로 표시된다.

$$\dot{x} = A(t)x, \quad x(t_0) = x_0 \quad (4.1)$$

$$y_i = \tilde{H}_i x_i + \epsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, l \quad (4.2)$$

여기서

$$\dot{x}(t) = \dot{X}(t) - \dot{X}^*(t), \quad t_0 \leq t \leq t_l \quad (4.3)$$

$$y_i = Y_i - G(X^*_i, t_i), \quad i = 1, 2, \dots, l \quad (4.4)$$

$$A(t) = \begin{bmatrix} \frac{\partial F}{\partial X} \end{bmatrix}^* \quad (4.5)$$

$$\tilde{H}_i = \begin{bmatrix} \frac{\partial G}{\partial X} \end{bmatrix}^*_i \quad (4.6)$$

미지상태  $X_0$ 가 미지상태편차  $x_0$ 로 대체되었고 비선형 추정문제가 선형 추정문제로 대체되어 관측은 상태와 선형관계에 놓여 상태는 시간중속행렬  $A(t)$ 를 포함한 선형 시스템 방정식에 의해 전파된다.

추정될 량  $x(t)$ 는 기준해  $X^*(t)$ 로 부터의 편차량이다. (4.1), (4.2)식의  $1 \times (p+n)$ 미지수는 모든 상태변수  $x_i$ 가 단일시점에서의 상태  $x_k$ 의 함수로 표시되면  $1 \times p+n$  미지수로 된다.

$$x_i = \Phi(t_i, t_k) x_k \quad (4.7)$$

$y_i = \tilde{H}_i x_i + \varepsilon_i, i = 1, 2, \dots, l$   
이다.

지금 (4.7)식을 어떤시점  $t_k$ 에서의 상태량으로 표시하면 다음 관계식이 유도된다.

$$y = Hx_k + \varepsilon \quad (4.8)$$

$$y = \begin{bmatrix} y \\ y \\ \vdots \\ y \end{bmatrix} \quad H = \begin{bmatrix} \tilde{H}_1 \Phi(t_1, t_k) \\ \tilde{H}_2 \Phi(t_2, t_k) \\ \vdots \\ \tilde{H}_l \Phi(t_l, t_k) \end{bmatrix} \quad \varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_l \end{bmatrix}$$

$y$ 와  $\varepsilon$ 는  $m$ -벡터( $m = 1 \times p$ ),  $H$ 는  $m \times n$ 행렬이므로 (4.8)식은  $m+n$  ( $m > n$ )미지수,  $m$  방정식임을 보여준다. 만약  $\varepsilon = 0$ 일 경우 독립적인  $m$ 개의 식이  $x_k$ 를 결정하는데 사용될 수 있으나 일반적으로  $\varepsilon \neq 0$ 이므로 다른 조건식을 필요로 한다.

### 5. 최소분산 추정 기법

최소분산 추정은 사용상의 편리함, 랜덤오차에 관한 통계학적인 완전한 표현을 요구하지 않으므로 추정해를 구하는데 강범위하게 사용된다.

관측오차  $\varepsilon_i$ 는 다음 통계학적인 조건을 만족한다고 가정한다.

$$E[\varepsilon_i] = 0, E[\varepsilon_i \varepsilon_j^T] = R_i \delta_{ij} \quad (5.1)$$

$$E[(x_k - \hat{x}_k) \varepsilon_j^T] = 0$$

$\delta_{ij}$ 는 크로넬커 델타(Kronecker delta)이며  $R_i$ 는  $p \times p$  양의 한정행렬(positive definite matrix)이다.

#### 5.1 최소분산 추정의 해

(1) 선형  
선형추정이 요구하는 사항은 추정이 관측에 관한 선형결합으로 이루어져 있음을 의미한다.

$$\hat{x}_k = My \quad (5.1.2)$$

( $n \times m$ )행렬  $M$ 은 최선의 추정을 얻기위해 결정될 행렬이다.

(2) 언바이어스(unbiased)

추정이 언바이어스 되어 있다면 추정의 평균이 실제값과 같다.

$$E[\hat{x}_k] = x_k \quad (5.1.3)$$

식 (5.1.2)와 (4.8)을 (5.1.3)에 대입하면  $M$ 에 관한 구속조건식이 얻어진다.

$$MH = I \quad (5.1.4)$$

즉 추정이 언바이어스되어 있다면 선형사상(linear mapping)  $M$ 은 (5.1.4)식을 만족해야 한다.

(3) 최소 분산(minimum variance)

추정이 언바이어스 되어 있다면 분산행렬은 다음식으로 표시된다.

$$P_k = E[(\hat{x}_k - E(\hat{x}_k))(\hat{x}_k - E(\hat{x}_k))^T] \\ = E[(\hat{x}_k - x_k)(\hat{x}_k - x_k)^T] \quad (5.1.5)$$

문제는 (5.1.3)과 (5.1.4)를 만족하고 (5.1.5)를 최소화하는  $x_k$ 를 구하는 것이라고 말할 수 있다.

(5.1.3)식을 (5.1.5)식에 대입하면

$$P_k = MRMT^T, R = E[\varepsilon \varepsilon^T] \quad (5.1.6)$$

이 성립한다. (5.1.4)와  $P_k$ 가 대칭행렬이므로 성능지수(performance index)를 다음과 같이 정의한다.

$$P_k = MRMT^T + \Lambda^T(I - MH)^T + (I - MH)\Lambda \quad (5.1.7)$$

$\Lambda$ 는  $n \times n$  라그랑지 곱수(Lagrange multiplier)행렬이다.  $P_k$ 가 최소이기 위한 필요조건

$$\delta P_k = 0 \quad (5.1.8)$$

부터 최소분산 추정의 해는 다음과 같다.

$$\hat{x}_k = (H^T R^{-1} H)^{-1} H^T R^{-1} y \quad (5.1.9)$$

$$P_k = (H^T R^{-1} H)^{-1} \quad (5.1.10)$$

#### 5.2 이견정보(priori information)하에서 최소 분산추정

시간  $t_j$ 에서 추정과 분산행렬이 구해졌고  $t_k$ 에서 관측수열(observation sequence)이 얻어졌다면 추정과 관측은  $t_k$ 에서의 새로운 추정  $\hat{x}_k$ 를 산출하기 위해서 직접적으로 결합될 수 있다. 상태전이행렬식을 사용하면 추정  $\hat{x}_j$ 와  $P_j$ 의  $t_k$ 로 전파는 다음식과 같이 유도 된다.

$$\bar{x}_k = \Phi(t_k, t_j) \hat{x}_j \quad (5.2.1)$$

$$\bar{P}_k = \Phi(t_k, t_j) P_j \Phi^T(t_k, t_j) \quad (5.2.2)$$

이와 같이 이견정보(priori information)  $\bar{x}_k, \bar{P}_k$ 가 주어졌고  $t_k$ 에서 관측수열(observation sequence)  $y_k = Hx_k + \varepsilon_k$ 가 주어졌다면  $x_k$ 를  $t_k$ 에서의 다른 하나의 관측으로 가정한다.

$$y_k = H_k x_k + \varepsilon_k \quad (5.2.3)$$

$$\bar{x}_k = x_k + \eta_k \quad (5.2.4)$$

여기서  $E[\varepsilon_k] = 0$

$$E[\varepsilon_k \varepsilon_k^T] = R$$

$$E[\eta_k] = 0$$

$$E[\eta_k \eta_k^T] = \bar{P}_k$$

지금 다음식이 정의되면

$$y = \begin{bmatrix} y_k \\ x_k \end{bmatrix}, H = \begin{bmatrix} H_k \\ I \end{bmatrix}$$

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_k \\ \eta_k \end{bmatrix}, R = \begin{bmatrix} R_k & 0 \\ 0 & \bar{P}_k \end{bmatrix} \quad (5.2.5)$$

(5.2.5)식은  $y = Hx_k + \varepsilon$  이 되고 앞에서 구해진 꼭 같은 해가  $\hat{x}_k$ 를 결정하기 위해서 사용된다. (5.1.9) 식과 (5.1.10)을 사용하면

$$\hat{x}_k = (H_k^T R_k^{-1} H_k + \bar{P}_k^{-1})^{-1} (H_k^T R_k^{-1} y_k + \bar{P}_k^{-1} \bar{x}_k) \quad (5.2.6)$$

$$P_k = (H_k^T R_k^{-1} H_k + \bar{P}_k^{-1})^{-1} \quad (5.2.7)$$

(5.2.6)과 (5.2.7)에 관하여 살펴보면

- (1)  $y_k$ 는 유일한 관측이거나 전체 관측집합이다.
- (2) 이견추정(priori estimate)  $\bar{x}_k$ 는 관측이전의 초기값에 입각한 추정이거나  $t_k$ 관측시점 이전의 모든 데이터를 배치처리하여 추정한 값이다.

### 5.3 배치 알고리즘 (batch algorithm)

모든 관측 데이터를 특정시점으로 사상(mapping)시켜 데이터의 배치(batch of data)를 만들어 추정을 행하는 방법이다. 원하는 값에 수렴하기 위해서는 여러번의 반복계산이 요구되나 반복횟수가 많을수록 지극히 정확한 추정치를 얻을 수 있다.

### 5.4 확장된 연속추정 알고리즘 (Extended sequential estimation algorithm)

관측하는 즉시 데이터를 처리하는 연속추정 알고리즘의 장점은 역전될 행렬(matrix to be inverted)이 관측오차 공분산(observation error covariance)이 갖는 차원과 같은 차원을 갖는다는 것이다. 그러므로 단 하나의 스칼라 관측(single scalar observation)에 대

해서는  $x_k$ 의 추정에서 스칼라 나눗셈(scalar division)만이 필요하다. 이 알고리즘은 Swerling 에 의해서 개발되었으나 Kalman-Bucy에 의해서 발전되었다. 그래서 연속추정 알고리즘은 Kalman-Bucy filter 라고도 한다. 식 (5.2.6)과 (5.2.7)로 부터 적절한 행렬조각을 가하면 추정  $p \times p$ 의 역행렬 계산만이 요구되는 연속 추정식을 유도할 수 있다.

$$K_k = \bar{P}_k H_k^T (H_k \bar{P}_k H_k^T + R_k)^{-1} \quad (5.4.1)$$

$$P_k = (I - K_k H_k) \bar{P}_k \quad (5.4.2)$$

$$\hat{x}_k = \bar{x}_k + K_k (y_k - H_k \bar{x}_k) \quad (5.4.3)$$

위의 추정식은 선형화 과정에서 고차항을 무시함에 의해서 생긴 오차를 계산과정에서 항상 내포하고 있다.

$$\hat{X} = X^* + \hat{x}_k \quad (5.4.4)$$

선형화 과정에서 도입된 오차는  $x_k$ 가 작을수록 최소화된다. 실제상태가 공칭상태에

$$X = X^* + x_k \quad (5.4.5)$$

로 관련되고  $x_k$ 는  $X^*$ 보다  $X_k$ 에 근접한다는 가정하에 있기 때문에 추정이 진행됨에 따라 새로운 공칭상태로서 상태추정량을 사용하여 공칭궤도를 수정할 수 있다. 다음식과 같이

$$X(t) = X(t) + x(t), t_k \leq t \leq t_{k+1} \quad (5.4.6)$$

가정할 때 공칭해는 다음 미분방정식을 적분해서 얻은 이전평균해(priori mean solution)이다.

$$X = F(X, t), X(t_k) = X_k^* + x_k \quad (5.4.7)$$

상태편차의 추정  $\hat{x}_k$ 는 초기상태  $\bar{x}_k$ 에 포함되기 때문에 다음식이 성립한다.

$$\bar{x}_{k+1} = \Phi(t_{k+1}, t_k) \hat{x}_k = 0 \quad (5.4.8)$$

그 결과 확장된 연속추정식은 다음과 같이 표현된다.

$$X_k = X_k + K_k [Y_k - G(X_k, t_k)] \quad (5.4.9)$$

## 6. 시뮬레이션 결과

지금까지의 이론을 바탕으로 입수한 위성관측자료를 이용해 배치알고리즘과 확장된 연속알고리즘으로 시뮬레이션을 수행해 보았다. 각 알고리즘의 성능을 평가하기 위해서 성능지수(performance index)로 다음 식으로 정의되는 잉여오차(residuals)의 근평균자승(root mean square)

$$RMS = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n y_i^2}{n}} \quad (6.1.1)$$

여기서  $y_i = Y_i - G(X_i, t_i)$

를 설정하고 프로그램 실행시 RMS가 11cm보다 작으면 최적추정치(best estimation)를 계산하고 작업을 끝내도록 제어하였다. 비교기준으로써 동일한 공칭궤도(nominal orbit)와 이연정보(priori information)가 없다고 가정하였으며 최적추정(best estimation)시점은 율리언 날짜로 0.244157901486E+07이다.

반복 횟수	RMS ( m )	
	배치	확장 시퀀셜
1	156	0.103
2	36.5	
3	4.8	
4	0.89	
5	0.17	
6	0.1033	

표 6.1 두 알고리즘의 성능비교

	배치	확장된 연속
반복횟수	6	1
RMS	10.33 Cm	10.33 Cm
X	0.165854883E+07	0.165854937E+07
Y	0.706448397E+07	0.706448373E+07
Z	0.255001687E+07	0.255001722E+07
$\dot{X}$	-0.520401160E+07	-0.520401141E+07
$\dot{Y}$	0.269174817E+04	0.269174865E+04
$\dot{Z}$	-0.402778331E+04	-0.402778314E+04

표 6.2 시뮬레이션의 수치적 결과

## 7. 결론

1) 배치알고리즘과 확장된 연속알고리즘은 같은 관측이진 정보하에서 최적추정치는 같다.

2) 각 관측시점에서 공칭궤도를 수정하는 확장된 연속알고리즘은 1번의 반복계산으로 잉여오차가 11cm 이내로 수렴하나 배치 알고리즘은 6번의 반복이 요구되므로 수렴속도에 있어 확장된 연속알고리즘이 빠르다.

위의 고찰로부터 지구근방위성의 궤도결정 문제에 있어서 확장된 연속알고리즘이 효과적임을 알수있다. 똑같은 데이터와 모델링하에서 배치알고리즘은 지구히 정확한 추정치를 얻을 수 있으나 많은 반복계산이 요구되는 단점이 있다.

## 8. 참고 문헌

- 1) Tapely B.D., Schutz B.Z. "A Comparison of Estimation Methods for the Reduction of Laser Range Observation", Proc. Symposium on Earth's Gravitation Field & Secular Variation in Position, 489-508, 1973.
- 2) B.D. Tapely, "Statistical Orbit Determination Theory", D. Reidel Publishing Company, August 9-21, 1972.
- 3) 홍 용식, "인공위성과 우주발사체", 청문각, 1985.
- 4) 이 강규 외, "위성발사체 유도제어 시스템에 관한 연구", 최종 보고서, 과학 기술처, 1988.
- 5) Marshall H. Kaplan, "Modern Spacecraft Dynamics & Control", John Wiley & Sons, Inc. New York, 1976.

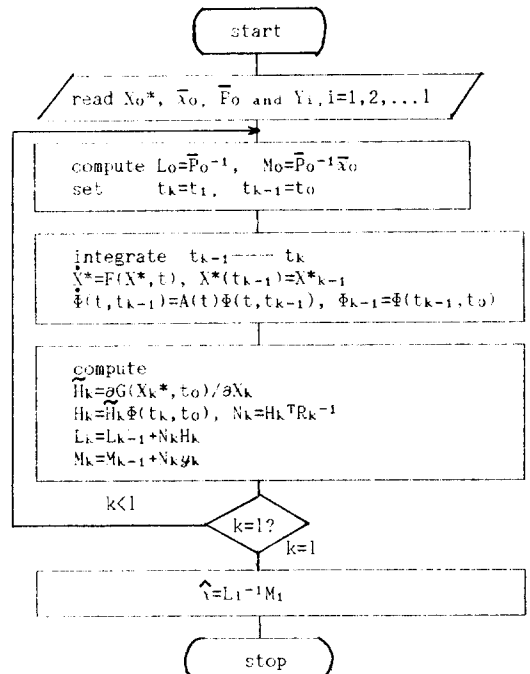


그림 1. 배치알고리즘

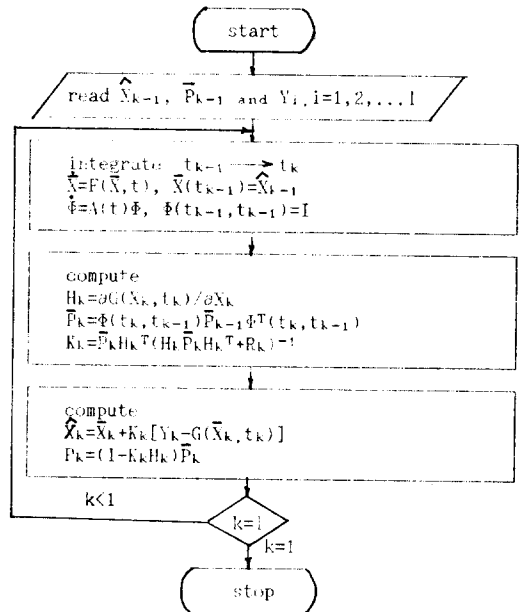


그림 2. 확장된 연속 알고리즘