

스트랩다운 관성항법장치에 대한 가관측성 분석
(Analysis of Observability for Strapdown Inertial Navigation System)

○ 정 태 호 * 박 흥 원 * 이 상 정 **
(T.H.Chung, H.W.Park, S.J.Lee)

* 대전기계창(Daejeon Machine Depot)
** 충남대학교 전자공학과(Chung Nam Univ., Dept. of Electronic Eng.)

The observability of an strapdown inertial navigation system(SDINS) is investigated. The piece-wise constant systems are defined and the stepped observability matrix scheme is applied to observability analysis of SDINS theoretically, the results are compared with that of covariance simulation.

It is found that SDINS is more observable than gimballed inertial navigation system (GINS) in the case of the variation of vehicle attitude, and is found that the stepped observability matrix theory is simple and useful for the analysis of the system observability but the results are not completely same as that of covariance simulation.

1. 서 론

관성항법장치의 항법오차는 작동시간 경과에 따라 슬러주기를 가지며 증가하는 특성이 있어서, 이를 억제하기 위한 방법으로 보조장치를 이용한 보정항법 칼만필터가 널리 응용되고 있다. 이러한 칼만필터의 설계시 시스템의 상태변수 초기오차를 추정하여 시스템의 교정가능성을 판단하기 위해서는 시스템의 가관측성 분석이 필요하다.[3,4,5]

본 논문에서는 스트랩다운 관성항법장치에 대하여 항체가 정지한 경우 자세변화의 유무에 따라, 그리고 항체가 이동하는 경우에는 가속도 변화의 유무 및 자세변화의 유무등에 따라 시스템의 가관측성을 분석하였다. 이때의 시스템모델은 수직채널을 제외하고 수평채널에 관련된 상태변수인 속도오차(2), 자세오차(3), 가속도계오차(2), 자이로오차(3) 등으로 구성된 10차의 시스템으로 단순화하여 구성하였으며, 측정 상태변수로는 속도오차(2) 성분을 가정하였다. 스트랩다운 관성항법장치는 항체의 위치, 가속도 및 자세변화등에 따라 시변시스템이 되는데, 위치변화에 따른 시스템 모델 계수의 변화는 무시할 수 있으므로 본 논문에서는 가관측성 분석시 항체의 가속도 변화나 자세변화가 없으면 시불변 시스템으로 간주하였으며, 가속도 변화나 자세변화가 있는 시변시스템의 경우는 구간별로 서로다른 시불변 시스템이 연속된 것으로 가정하여 분석하였다. 그리고 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 이론과 시뮬레이션 결과를 비교 분석하였다.

2. 시스템 정의

(1) GINS 시스템 오차모델

본 논문에서 사용한 시스템 오차모델에서는 고도계를 이용하여 고도오차 발산을 억제할 경우 수평채널에 미치는 영향을 무시할 수 있으므로 수직채널은 고려하지 않았으며, 속도계에 의한 보정

항법을 가정하였으므로 위치오차 상태변수도 제외시켰다. 그리하여 시스템 오차모델은 속도오차(N, E축), 자세오차(N, E, D축), 가속도계 바이어스 오차(N, E축) 및 자이로 바이어스 오차(N, E, D축)등의 상태변수에 의하여 10차 시스템으로 구성하였으며, 감지기 바이어스 오차는 불규칙상수로 가정하였다. 이렇게 하여 구성된 시스템 오차모델은 다음과 같다.[2,3,6]

$$\dot{X}(t)=A(t)X(t) \quad \dots (1)$$

$$X^T=[V_N, V_E, \epsilon_N, \epsilon_E, \epsilon_D, \delta f_N, \delta f_E, \delta \omega_N, \delta \omega_E, \delta \omega_D]$$

$$Z(t)=HX(t) \quad \dots (2)$$

식 (1)에서 시스템 이득행렬 A(t)는

$$A(t) = \begin{bmatrix} A_{11}(t) & A_{12}(t) \\ 0_{5 \times 5} & 0_{5 \times 5} \end{bmatrix} \quad \dots (3)$$

$$A_{12}(t) = I_5 \quad \dots (4)$$

$$A_{11}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 2\omega_D & 0 & g & f_E(t) \\ -2\omega_D & 0 & -g & 0 & -f_N(t) \\ 0 & 0 & 0 & \omega_D & 0 \\ 0 & 0 & -\omega_D & 0 & \omega_N \\ 0 & 0 & 0 & -\omega_N & 0 \end{bmatrix} \quad \dots (5)$$

가 되며 식 (2)에서 측정방정식의 이득행렬 H는 다음과 같다.

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \vdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \vdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \dots (6)$$

여기서 ω_D, ω_N : Earth Rate, g : 중력가속도
 V_N, V_E : 속도오차, $\epsilon_N, \epsilon_E, \epsilon_D$: 자세오차
 $\delta f_N, \delta f_E$: 가속도계 바이어스 오차

$\delta W_N, \delta W_E, \delta W_D$: 자이로 바이어스오차

$f_E(t), f_N(t)$: 항체의 가속도

(2) SDINS 시스템 오차모델

2.1절에서와 같은 가정하에서의 스트랩다운 관성항법장치의 시스템 오차모델은 식 (4)의 $A_{12}(t)$ 가 다음과 같이 다르게 표시된다. [6]

$$A_{12}(t) = \begin{bmatrix} C_{11}(t) & C_{12}(t) & 0 & 0 & 0 \\ C_{21}(t) & C_{22}(t) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_{11}(t) & C_{12}(t) & C_{13}(t) \\ 0 & 0 & C_{21}(t) & C_{22}(t) & C_{23}(t) \\ 0 & 0 & C_{31}(t) & C_{32}(t) & C_{33}(t) \end{bmatrix} \quad (7)$$

$C_{ij}(t)$; 좌표계 변환행렬 C_b^n 의 성분

b ; 항체의 몸체좌표계

n ; N, E, D 좌표계

3. 시스템의 가관측성 분석

(1) 시불변 시스템의 가관측성

시불변 시스템에 대한 가관측성 분석을 위한 관측행렬은 시스템의 A, H 행렬에 의하여 다음과 같이 구성된다.

$$O = [H^T : (HA)^T : (HA^2)^T : \dots : (HAN-1)^T] \quad \dots \quad (8)$$

시스템의 상태변수가 n, 관측행렬의 랭크가 m이라 할때 시스템의 가관측성은, $n=m$ 이면 완전관측 가능시스템이 되고, $n > m$ 이면 완전관측이 불가능한 시스템이다. 시스템이 관측가능하다는 것은 출력정보로써 시스템 상태변수의 초기치를 결정할 수 있다는 의미이다. [1] 불안전관측 시스템의 관측행렬을 간략화한 행렬을 U라 할때,

$$U X = 0 \quad \dots \quad (9)$$

의 해는 불안전관측 subspace가 되며, 이 식의 해중 $x=0$ 인 X의 성분이 있으면 x는 관측 가능한 상태변수가 된다. [2,3]

(2) 시변시스템의 가관측성

시변시스템에 대한 관측행렬은 구간별 시불변 시스템의 관측행렬 $O_1, O_2, O_3, \dots, O_n$ 에 의하여 식(10)과 같이 구성된다. 이 행렬의 랭크로써 시변시스템의 가관측성을 판단할 수 있다. [2,3]

$$O = [O_1 : O_2 : O_3 : \dots : O_n]^T \quad \dots \quad (10)$$

(3) 구간별 시불변 시스템 정의

시변시스템의 가관측성을 구간별 시불변 시스템의 연속으로 가정하여 분석하기 위하여 항체의 자세변화 또는 가속도변화에 따른 구간별 시불변 시스템 S_{ij} 를 표1과 같이 정의하였다.

엄격히 말하면 시스템은 항체의 위치변화에 따라 지구각속도 및 중력가속도가 변하므로 시변시스템이 되지만, 그 변화하는 정도가 항체의 자세변화 또는 가속도 변화에 비하여 무시할 수 있으므로 시불변 시스템으로 간주하여도 큰 무리가 없다.

(4) 항체가 정지한 경우의 가관측성 분석

1) 항체의 자세변화가 없는 경우

이 경우 시불변 시스템이고 $f_N=0, f_E=0$ 이다. 가관측행렬의 랭크는 7이 되어 불안전 관측 시스템이 된다. 한편 간략화한 관측행렬은 다음과 같다.

$$U_{OA} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & g & 0 & C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -g & 0 & 0 & C_{21} & C_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \omega_D & 0 & 0 & 0 & C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 \\ 0 & 0 & -\omega_D & 0 & \omega_N & 0 & 0 & C_{21} & C_{22} & C_{23} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\omega_N & 0 & 0 & 0 & C_{31} & C_{32} & C_{33} & 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

2) 항체의 자세변화가 있는 경우

항체의 자세변화가 있으면 시변시스템이 되는데 우선 가장 간단한 2 구간 시불변 시스템을 가정하자. 이 시스템의 관측행렬은 S_{OA} 에 의한 O_{OA} 와 S_{1A} 에 의한 O_{1A} 에 의하여

$$O = [O_{OA} : O_{1A}]^T \quad \dots \quad (12)$$

로 구성되며, 랭크가 10 이 되어 완전관측 시스템이 된다. 그러므로 항체의 자세변화가 있는 경우 임의의 n 구간 시불변 시스템으로 해석하면 완전관측 시스템이 된다.

(5) 항체가 이동하는 경우의 가관측성 분석

1) 항체의 자세변화가 없는 경우

항체의 가속도가 불변임을 가정할때 실제로 가능한것은 등속인 경우 밖에 없다. 이러한 경우 가관측성은 3.(4).1)결과 동일하다.

항체의 가속도가 변화하는 경우에는 구간별 시불변 시스템이 $S_{OA}, S_{OB}, S_{OC}, S_{OD}$ 가 있는데 이중 임의로 2개를 선택해서 구성한 2 구간 시스템에 대한 관측행렬의 랭크는 8 이며, 간주된 관측행렬 U는 다음과 같다.

$$U = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & g & 0 & C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -g & 0 & 0 & C_{21} & C_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \omega_D & 0 & 0 & 0 & C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 \\ 0 & 0 & -\omega_D & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{21} & C_{22} & C_{23} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\omega_N & 0 & 0 & 0 & C_{31} & C_{32} & C_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (13)$$

이 경우 $U \times = 0$ 의 해중 $\epsilon_D = 0$ 이므로 ϵ_D 가 관측가능한 상태변수가 된다.

2) 항체의 자세변화가 있는 경우

항체의 가속도변화와 무관하게 임의의 2 구간 시불변 시스템에 대해서 관측행렬의 랭크가 10 이 되어 완전관측 시스템이 된다.

4. 시뮬레이션 및 결과분석

(1) 시뮬레이션 방법

시뮬레이션을 위하여 속도보정 SDINS에 적합한 칼만필터를 구성하고, 상호분산 해석방법을 사용하였다. 항체가 2000초 동안 정지상태를 유지한 후 자세변화 및 가속도의 유무에 따라 표 2와 같이 세 경우에 대하여 항법오차를 시뮬레이션 하였다. 이때 사용한 상태변수의 상호분산 초기치, 공정잡음 및 측정잡음 크기는 표 3과 같다.

(2) 시뮬레이션 결과 및 분석

시뮬레이션 결과는 표 4와 그림 1과 같다. 항체의 자세변화가 있는 경우 2에서는, N 및 D축 자이로 오차를 제외한 모든 상태변수들은 완전관측 상태변수가 되어 이론과 일치 하지만 N 및 D축 자이로오차는 이론과 같이 완전관측 상태변수 라고 보기는 어렵다. 그러나 이들은 이미 초기오차에 비하여 거의 보상되었으며, 다른 두 경우보다 상대적으로는 가관측성이 높은것으로 나타났다. 이것은 GINS에서는 나타나지 않는 현상 이며 SDINS에서만 있는 특성이다.

가속도 운동이 있는 경우 3에서는 D축 자세오차가 항체의 자세운동 발생시 완전관측 상태변수가 되며, E축 자이로오차를 제외한 다른 상태변수들은 큰 변화가 없으므로 이론과 일치한다. 그런데 E축 자이로오차는 완전관측 상태변수가 되어 이론과 상치 되었다.

이 결과에 의하면 자세변화가 있는 경우 SDINS가 GINS 보다 시스템의 가관측성이 높은 것으로 나타났다.

5. 결 론

SDINS를 10차 시스템으로 구성하여 구간별 관측행렬 이론 및 시뮬레이션을 통하여 시스템의 가관측성을 분석한 결과, 항체의 자세변화가 있는 경우 SDINS는 모든 상태변수가 완전관측 상태변수이거나 불완전관측 상태변수인 경우에도 거의 초기오차가 보상가능한 것으로 나타나서, GINS 보다는 시스템의 가관측성이 높다는 것이 밝혀졌다. 이 결과는 속도보정 SDINS를 운용할때 보다 좋은 항법을 위한 항체의 비행계획을 결정하는데 이용할 수 있으며, 현재 사용하고 있는 초기축 정렬기법으로서 감지기의 불규칙상수 오차를 교정하며 초기축정렬 오차를 현저히 감소시킬 수 있는 두위치 초기축 정렬기법에 대한 이론적 근거가 된다. 그리고 구간별 관측행렬의 랭크에 의하여 시스템의 가관측성을 분석하는 방법은 비교적 간단하게 시스템 가관측성에 관한 정보를 얻을 수 있어서 매우 유용한 방법이라고 생각되지만

시뮬레이션 결과와 완전히 일치하지는 않으므로, 추후 이 문제에 대한 연구가 필요하다.

참 고 문 헌

1. T.Kailath, "Linear Systems", N.J., Prentice-Hall Inc., 1980, pp 79-84.
2. I.Y.Bar-Itzhack and N.Berman, "Control Theoretical Approach to Inertial Navigation Systems", AIAA Guidance and Control Conference, Monterey, CA, Aug., 17-19, 1987.
3. D.Goshen-Meskin and I.Y. Bar-Itzhark, "Observability Analysis of Inertial Navigation Systems During In-Flight Alignment", AIAA Guidance and Control Conference, 88-4125-CP, 1988.
4. F.M. HAM and R.G. Brown, "Observability, Eigenvalues, and Kalman Filtering", IEEE Transactions on Aerospace and Electronics Systems, Vol. AES-19, No. 2, March, 1983.
5. H.A. Kothe and E.P. Hofer, "Analytical Techniques for Observability Analysis and Filter Design for Inertial Navigation Systems", AIAA Guidance and Control Conference, 88-4127-CP, 1988.
6. K.Britting, "Inertial Navigation System Analysis", Wiley, New York, 1971.

표 1. 시스템 조건에 따른 시불변 시스템의 정의

시스템의 정의	시스템 조건
$i = 0$	$C_b^n(t) = C_b^n(0)$
$i = 1$	$C_b^n(t) \neq C_b^n(0)$
$j = A$	$f_N = 0, f_E = 0$
$j = B$	$f_N \neq 0, f_E = 0$
$j = C$	$f_N = 0, f_E \neq 0$
$j = D$	$f_N \neq 0, f_E \neq 0$

표 2. 시스템 조건 변화에 따른 시스템 분류

시스템 모델	시스템 조건(2000초 후)
case 1	계속 정지상태 유지
case 2	수직속으로 180도 회전후 정지상태 유지
case 3	남쪽으로 30초동안 3.22ft/sec ² 의 가속도 운동후 일정속도 유지

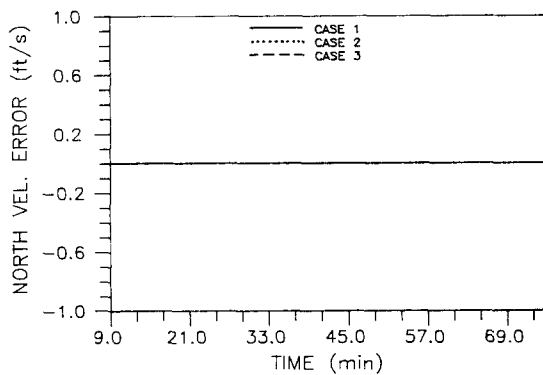
표 3. 칼만필터의 상호분산 초기치, 공정잡음 및 측정잡음의 크기(1σ)

상태변수	상호분산초기치	공정잡음	측정잡음
속도오차	0.1ft/sec	1 ug	0.01ft/sec
자세오차	2 degree	0.001 ^o /hr	-
가속도계오차	100 ug	0	-
자이로오차	0.02 ^o /hr	0	-

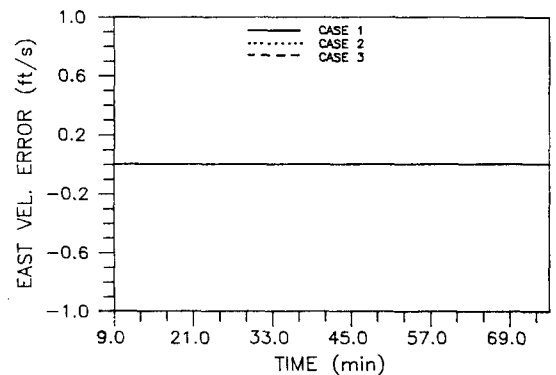
표 4. 시간 경과에 따른 상태변수 변화

구분 오차시간	경우 1,2,3		경우 1	경우 2	경우 3		단위
	0	2000	4500	4500	2030	4500	
V _N	0.1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	ft/sec
V _E	0.1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	ft/sec
ε _N	120	0.3543	1.5696	0.0171	0.8408	0.4472	arcmin
ε _E	120	0.8502	10.578	0.0282	0.3514	1.5935	arcmin
ε _D	120	3.3369	4.9816	0.1258	0.0401	0.1264	arcmin
δf _N	100	99.81	2359	0.8901	101.9	447.4	10 ⁻⁶ g
δf _E	100	101.85	539	2.8452	251.4	161.4	10 ⁻⁶ g
δw _N	0.02	0.0010	0.0046	0.0004	0.0009	0.0017	deg/hr
δw _E	0.02	0.0374	0.0625	0.0019	0.0019	0.0036	deg/hr
δw _D	0.02	0.0026	0.0166	0.0040	0.0043	0.0058	deg/hr

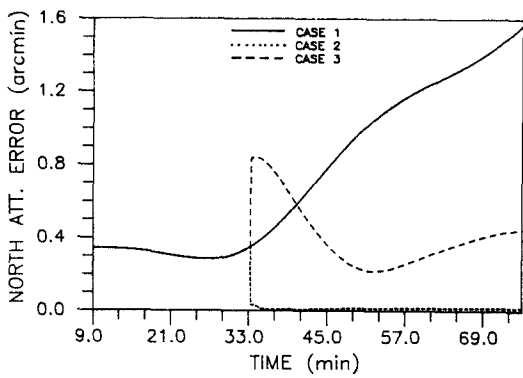
그림 1. (a)-(j) SDINS 항법오차 시뮬레이션 결과



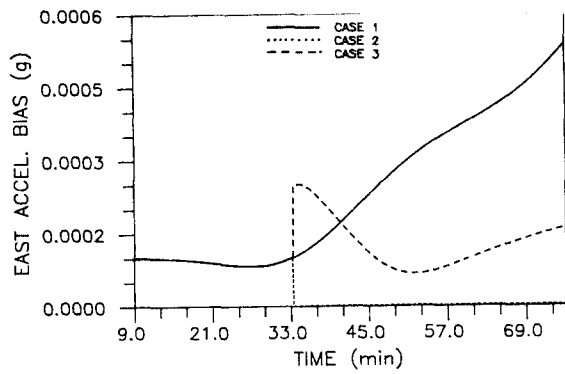
(a)



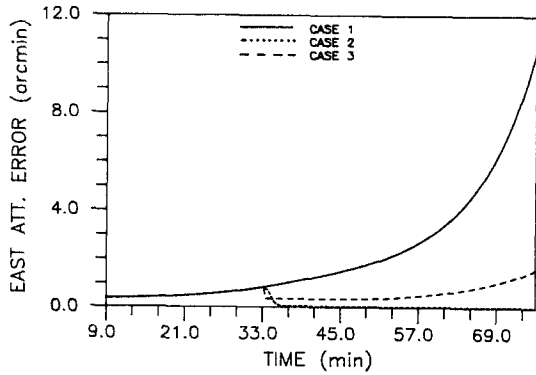
(b)



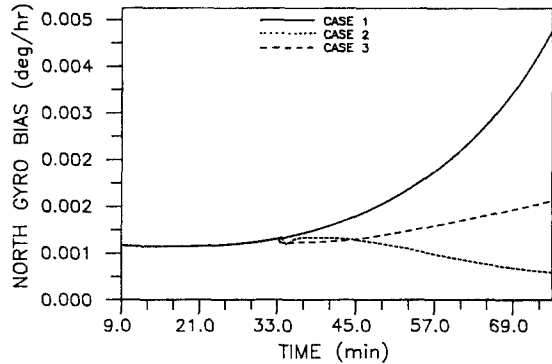
(c)



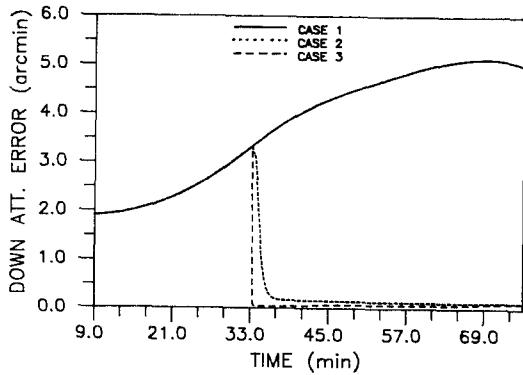
(g)



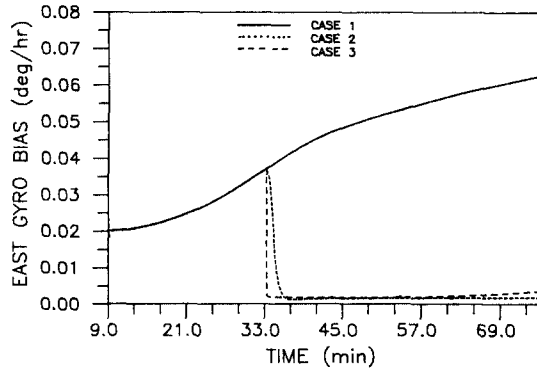
(d)



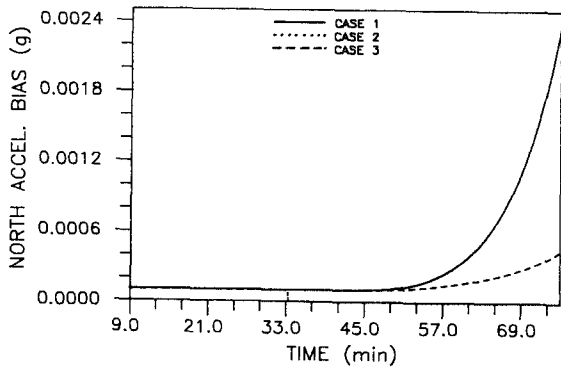
(h)



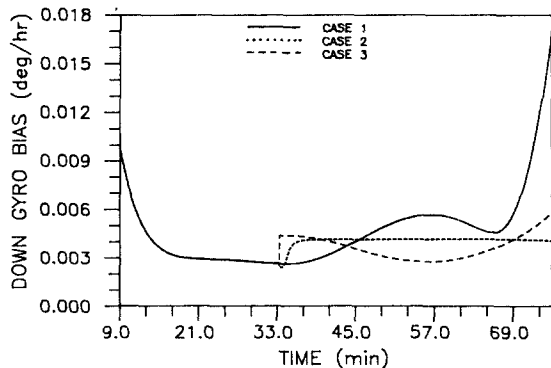
(e)



(i)



(f)



(j)