

유압서어보실린더로 구동되는 6자유도 운동재현기의 동특성해석  
 (Analysis of Dynamic Characteristic for 6 DOF Motion Simulator driven by Hydraulic Servo Cylinder)

\*서정용, 이동권, 민병주, 이교일  
 (Chungyong Suh, Dongkwon Lee, Byeong Ju Min, Kyo Il Lee,)

서울대학교 공과대학교 기계설계학과  
 (Dept. of Mechanical Design & Production Engineering, S.N.U.)

For the design of synergistic hydraulic motion simulator, the load locus method is introduced. The given mass property of load and its velocity profile is resolved into the load locus of each actuator which decides the suitable valve and cylinder. This asymmetric cylinder and 4 way valve system have the pressure oscillation on zero velocity. The variable structure position controller which based on linearized flow equation makes elimination of the unstable pressure oscillation.

## 1. 서론

지상장비에 비하여 비행체나 해상장비의 경우에는 공간상의 움직임이 다양하고 그 크기가 상대적으로 커서 장비의 조종이 쉽지 않다. 또한 외부에서 가해지는 움직임을 안정화(stabilize)하여 부착장비의 성능향상을 기하는 경우가 많다. 전체시스템운용의 안정성과 경제성을 증가시키고 안정화장치의 개발을 위해서 지상에서 다양한 형태의 움직임을 만들수 있는 운동재현기(motion simulator)의 필요성이 증가하고 있다.

운동재현기의 방식으로는 fig.1과 같이 하나의 액츄에이터(actuator)가 한자유도의 운동을 전담하는 직렬(cascade) 방식에 비하여 fig.2와 같은 직선 액츄에이터를 이용한 synergistic 방식은 각 액츄에이터에 부하를 분배할 수 있어 안정성증가와 규모의 효율을 증가시킬수 있고 상부간판의 공간을 활용할수 있다는 장점이 있으나 요구되는 공간상의 6 자유도 운동을 액츄에이터 길이들의 조합으로 변환 하여야 하므로 제어기가 단순하지 않고, 부하조건과 공간운동조건을 만족할수 있는 최적시스템 설계가 간단하지 않다.

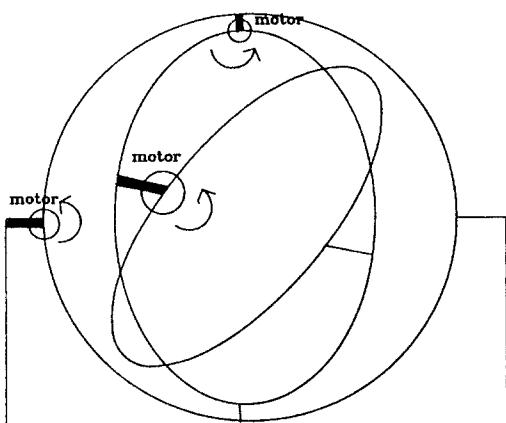


fig.1 Cascade Motion Simulator

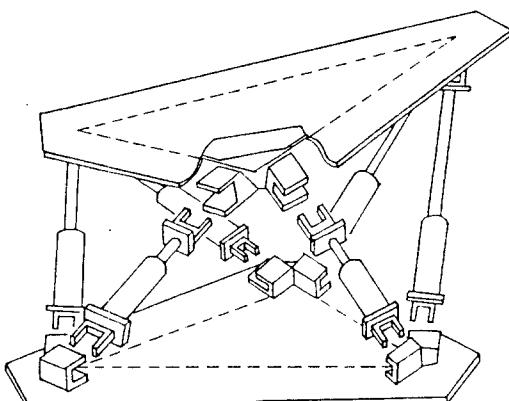


fig.2 Synergistic motion simulator

본 연구에서는 synergistic 운동재현기를 설계하는 경우 주어진 부하조건과 공간운동조건을 만족하도록 각 액츄에이터별로 계산된 부하궤적(load locus) [1]을 근거로 하여 최적 시스템 설계방안을 제시하고, 이 설계안의 동특성을 보상할수 있는 가변구조제어(variable structure control) [2]을 이용한 제어알고리즘을 제시하고자 한다.

## 2. 운동 재현기의 설계

### (1) Roll,Pitch,Yaw의 정의

공간상의 움직임을 기술하는 여러가지 좌표계중 본 연구에서는 fig.3과 같이 지구중심을 기준으로 움직이지 않는 inertial frame OXYZ가 OX축을 중심으로 Roll( $r$ ), O $y'$  축을 중심으로 Pitch( $p$ ), O $z'$  축을 중심으로 Yaw( $y$ )씩 순차적으로 회전하여 물체에 고정된 body fixed frame Oxyz와 일치하는 좌표계를 선정하였다[3].

body fixed frame의 inertial frame에 대한 변환행렬 [R<sub>rpy</sub>]는 다음과 같이 정의된다.

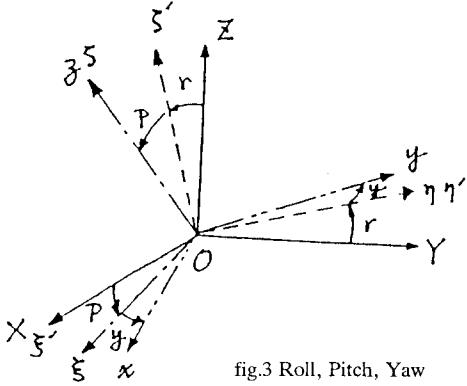


fig.3 Roll, Pitch, Yaw

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{\text{inertial}} = [R_{\text{RPY}}] \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\text{body}} \quad (1)$$

$$[R_{\text{RPY}}] = R_{x,r} R_{y,p} R_{z,y}$$

$$\begin{aligned} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & Cr - Sr & Sp \\ 0 & Sr & Cr \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Cp & 0 & Sp \\ 0 & 1 & 0 \\ -Sp & 0 & Cp \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Cy - Sy & 0 \\ Sy & Cy \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} Cp \cdot Cy & -Cp \cdot Sy & Sp \\ Sr \cdot Sp \cdot Cy + Cr \cdot Sy & -Sr \cdot Sp \cdot Sy + Cr \cdot Cy & Sr \cdot Cp \\ -Cr \cdot Sp \cdot Cy + Sr \cdot Sy & Cr \cdot Sp \cdot Sy + Sr \cdot Cy & Cr \cdot Cp \end{bmatrix} \quad (2) \end{aligned}$$

## (2) 무게중심의 운동방정식

질량  $m$ , 판성모멘트  $I_{xx}, I_{yy}, I_{zz}, I_{xy}, I_{yz}, I_{zx}$ 가 body fixed frame에 대해서 주어지고 무게중심의 Roll,Pitch,Yaw 운동이 주기함수의 형태로 정의되는 경우, 판성력은 fig.4에서의 실린더와 상부감판과의 연결점에서 작용하는 힘  $F_i$ 와 평형을 이루고, 회전판성력은 부하의 전체무게중심에서 각연결점까지의 거리와 힘  $F_i$ 에 의한 짹힘 (moment)과 평형을 이룬다.

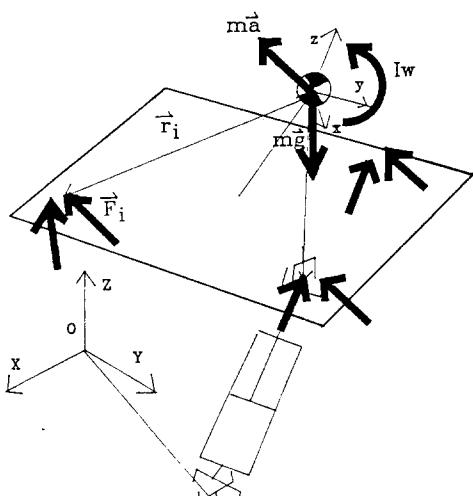


fig.4 Free body diagram of Synergistic Simulator

$$m\ddot{a} = \sum_{i=1}^6 \vec{F}_i + mg \quad (3)$$

$$[R_{\text{RPY}}](\vec{r}_i \times \vec{F}_i) = [I] \dot{\omega}' + [\omega][I] \omega$$

$$\dot{\omega}' = [I]^{-1} [R_{\text{RPY}}](\vec{r}_i \times \vec{F}_i) - [I]^{-1} [\omega][I] \omega \quad (4)$$

$\omega'$ ; inertial frame에 대한 무게중심의 각속도

$\vec{F}_i$ ; 실린더에 의해서 가해지는 힘 (inertial frame)

$\vec{r}_i$ ; 무게중심에서 각연결점중심에 대한 거리

$[I]$ ; body fixed frame에 대한 질량특성행렬

$$[I] = \begin{bmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{yx} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -I_{zx} & -I_{zy} & I_{zz} \end{bmatrix}$$

$\dot{\omega}'$ ; 회전하는 좌표축에 대한 각속도의 변화량

$$[\omega] = \begin{bmatrix} 0 & -\Omega_z & \Omega_y \\ \Omega_z & 0 & -\Omega_x \\ -\Omega_y & \Omega_x & 0 \end{bmatrix}$$

또한 식(5)와 같은 Roll,Pitch,Yaw (RPY) 각도의 시간변화율과 body frame의 각속도 관계식을 이용하고 식(3), (4)을 연립하여 해를 구하고 식(1)을 이용하여 무게중심에서의 임의의 각속도벡터 입력에 대해서 평형을 이루는 실린더작용점에서의 힘의 크기와 그때의 속도의 크기를 구할수 있다. 이러한 부하제적을 이용하여 이에 합당한 실린더와 벨브를 선택할수 있다.

$$\begin{bmatrix} \dot{r} \\ \dot{p} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \frac{1}{Cp} \begin{bmatrix} Cy & -Sy & 0 \\ Cp \cdot Sy & Cp \cdot Cy & 0 \\ Sp \cdot Cy & Sp \cdot Sy & Cp \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Omega_x \\ \Omega_y \\ \Omega_z \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$-90^\circ < P < 90^\circ$$

## (3) 부하제적과 벨브의 선정

부하가 정지상태에서 양의 최고속도까지 증가하였다가 속도 영점을 지나 음의 최고속도 까지 감소하고, 다시 증가하여 정지상태까지 도달하는 반복 가속주기 운동을 할때, 부하의 속도와 힘평면상의 웨직임을 부하제적이라 한다. 질량부하와 viscous friction이 결합한 경우 운동방정식은 식(6)으로 표시된다. 이때 변위  $x$ 가 식(7)과 같이 주기함수의 형태로 주어지는 경우, 부하운동방정식은 식(8)과 같은 형태로 표시할수 있다.

$$F = m\ddot{x} + b\dot{x} + kx \quad (6)$$

$$x = r \sin \omega t \quad (7)$$

$$\begin{aligned} F &= m\ddot{x} + b\dot{x} + kx \\ &= (kr - m\omega^2 r) \sin \omega t + b\dot{x} \\ &= \pm \left( \frac{k}{\omega} - m\omega \right) \sqrt{1 - (\dot{x}/\dot{x}_{\max})^2} + b\dot{x} \quad (8) \end{aligned}$$

감쇄가 없는 경우의 질량부하 (또는 스프링 부하) 만의 부하제적은 fig.5-a 와 같이 각 사분면에 균등한 면적을 가진 형태가 되고, Viscous friction 등과 같은 감쇄성분이 포함되는 경우 fig.5-b와 같은 타원의 형태가 되고, 중력과 같은 외력이 작용하는 경우

주어진 부하조건과 운동조건에서 구한 6개의 실린더 각각에 대한 부하궤적을 fig.6에서 보여주고 있다. Roll,Pitch,Yaw 입력값의 주파수가 정수배가 되지않아서 비슷한형태가 위상차를 가지고 반복되어 나타난다.

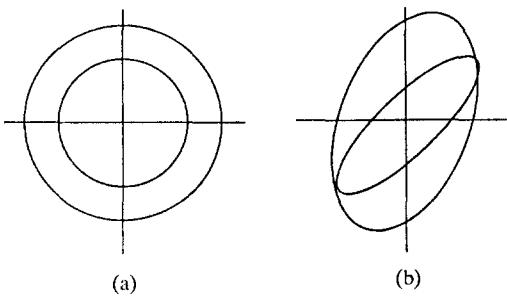


fig.5 Load Locus

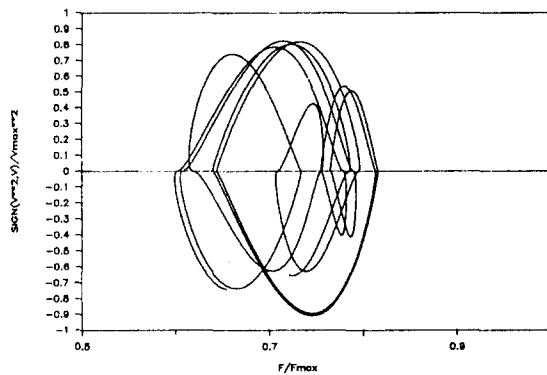


fig.6-a Normalized load locus of actuator 6

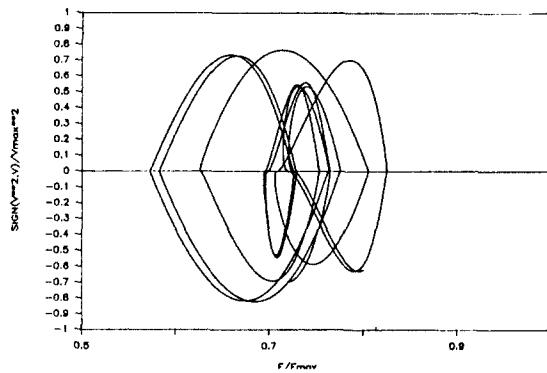


fig.6-b Normalized load locus of actuator 1

이상적인 경우, 유압피스톤에서의 유량과 압력의 관계는 식(9),(10)과 같다.

$$F = A \cdot P \quad (9)$$

$$Q = A \cdot V \quad (10)$$

여기서      A ; 피스톤의 면적

P ; 피스톤에서의 압력강화

V ; 부하속도

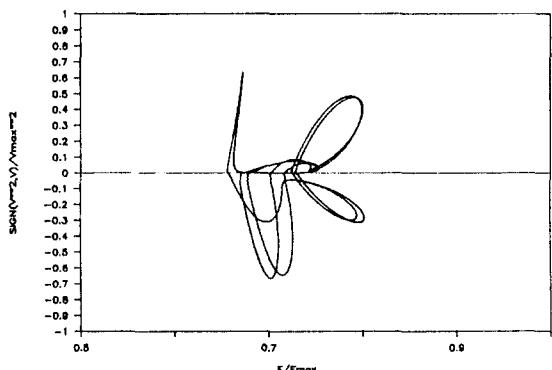


fig.6-c Normalized load locus of actuator 2

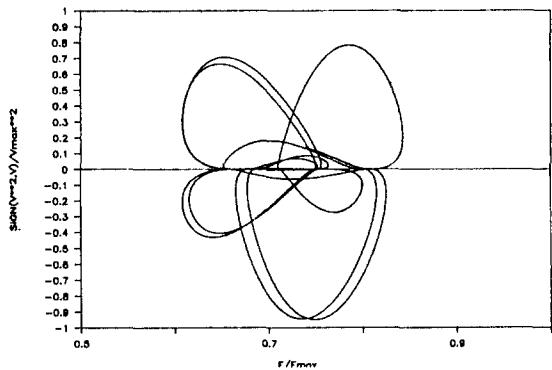


fig.6-d Normalized load locus of actuator 3

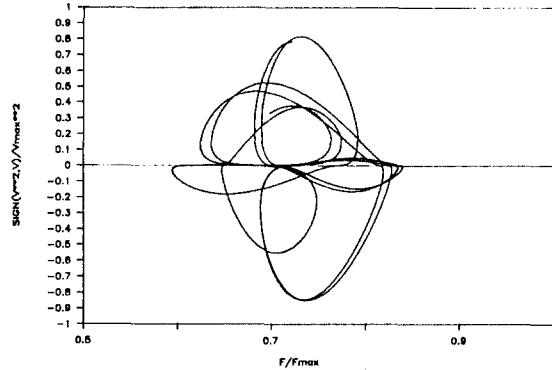


fig.6-e Normalized load locus of actuator 4

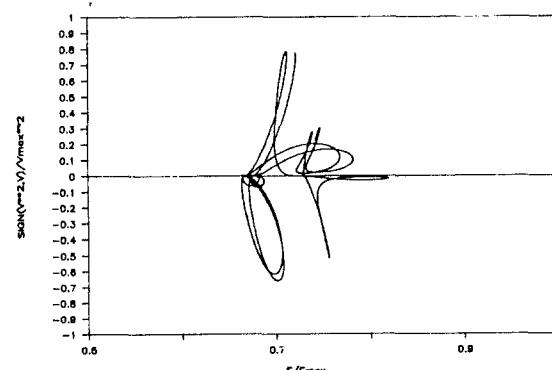


fig.6-f Normalized load locus of actuator 5

4 way 밸브에서 대칭형 실린더로 연결되는 부분에서의 유량은 식(11)과 같이 표시되고,  $P_1 + P_2 = P_s$  입을 가정하고 부하압력을  $P_L = P_1 - P_2$ 라 정의하면 식(12)와 같이 정리된다.

$$Q_1 = C_d w x \sqrt{2/\rho} (P_s - P_1) \quad (11)$$

$$Q_2 = C_d w x \sqrt{2/\rho} (P_2 - P_r)$$

$$Q_1 = Q_2 = C_d w x \sqrt{2/\rho} (P_s - P_L) \quad (12)$$

$C_d$  : discharge coefficient

$\omega$  : 스플의 area gradient

$x$  : 스플의 변위

$\rho$  : 오일의 밀도

$P_s$  : 공급압력(supply pressure)

$P_r$  : 귀환압력(return pressure)

식(12)의 양변을 피스톤의 면적  $A_p$ 로 정리하면 식(13)과 같은 제곱근의 함수로 표시된다.

$$V = C_d w x \sqrt{1/A_p^3} \sqrt{(P_s - P_L)} A_p \quad (13)$$

$$V = C_d w x \sqrt{1/A_p^3} \sqrt{(F_s - F_L)}$$

힘과 속도평면상에서 부하제적과 밸브의 특성곡선을 함께 표시하는 경우 밸브의 특성곡선이 부하제적을 충분히 둘러싸고 있어야 밸브가 부하를 원활하게 구동할 수 있다. 또한 부하제적과 밸브특성곡선과의 간격은 과도한 설계(over design)을 나타내므로 한점 또는 여러점에서 접하도록 선정되어야 한다. speed regulation과 controllability가 양호하고 효율이 좋은 밸브는 부하의 최대소요동력과 최대출력이 일치하는 경우이다. 이는 부하제적과 등동력곡선(constant power curve)의 접점을 밸브 특성곡선이 지나는 경우이다.[1] 밸브 효율특성상 이 힘의 1.5배 되는 힘이 최대공급압력에서의 stall force가 되도록 밸브를 선정한다. 규격의 피스톤을 사용하는 경우 stall force에 의해서 최대공급압력이 결정되고, 횡축 절편에서 정해진 피스톤과 최대공급 압력에서의 유량이 결정된다. 이를 식(14)에서와 같이 70 bar (1000 psi) 강하의 정격유량(Rate flow)으로 환산할 수 있다.

$$Q_R = Q_{NL} \sqrt{1000/P_s} \quad (14)$$

한편 종축을 속도의 제곱으로 표시하는 경우, 밸브특성곡선이 직선으로 변환되어 손쉽게 최적밸브를 구할 수 있다. fig.7 에서는 fig.6에서 구한 부하제적중 소요동력이 제일 큰 액츄에이터에 대해서 최적 밸브를 선정한 예이다. 운동재현기의 경우에는 피스톤 설치장소와 전체길이대 실재 행정길이의 관계등을 고려하여 펀로드실린더를 많이 사용하고 있다. 이때는 피스톤 면적이 일치하지 않으므로 양쪽 모두를 고려하여야 한다.

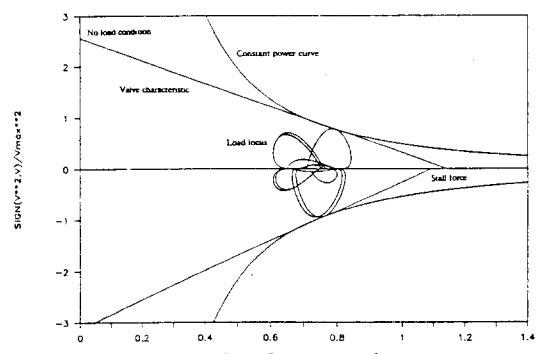


fig.7 Design of actuator valve

### 3. 유압시스템의 압축성을 고려한 운동재현기 전체의 동특성

6 개의 유압서어보밸브와 실린더에 의해서 구동되는 synergistic hydraulic simulator의 유압의 압축성을 고려한 운동방정식은 [3]에서 자세히 기술하고 있다. 펀로드실린더에서의 내부누설과 압축성을 고려한 경우, 2장에서 부하제적을 이용하여구한 시스템의 전산기프로그램의 수치모사의 결과는 fig.8와 같다. 시스템의 특성을 파악하기 위해서 제어기는 실린더의 위치만을 피드백하였다. fig.8에서 펀로드실린더를 4 way 서어보밸브로 제어하는 경우 속도영점에서 발생하는 압력파의 점프현상과 이로인한 맵동현상을 보여주고있다. 이러한 현상을 제거하기 위하여 가변 구조 제어이론을 도입하였다.

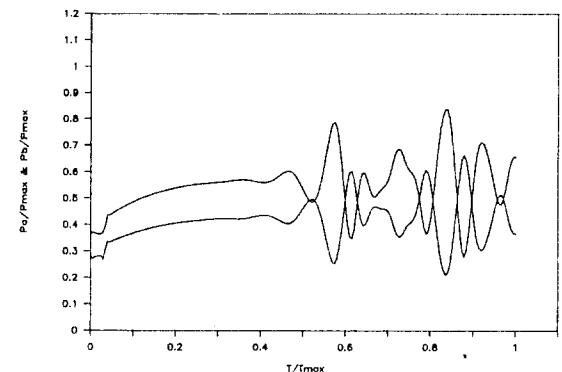


fig.8-a Pressure Pa & Pb using P-CONTROL

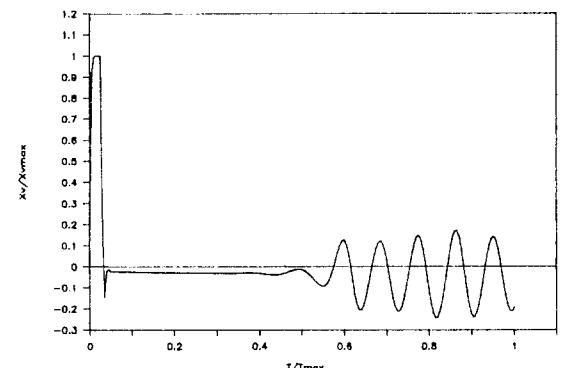


fig.8-b Servo valve spool displacement using P-CONTROL

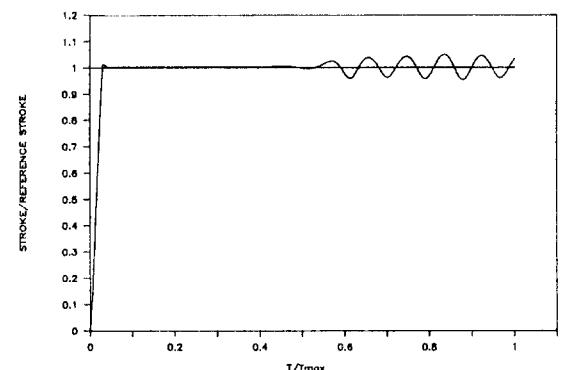


fig.8-c Actuator displacement using P-CONTROL

#### 4. 가변구조 제어기의 적용

핀로드 실린더를 4-way 서어보밸브로 제어하는 경우 피스톤의 속도 영점 부근에서 실린더 양챔버내의 압력이 맥동하는 현상이 나타난다. 이러한 압력맥동 현상을 제거하기 위하여 상이한 피스톤 면적에 area gradient가 비례하는 서어보밸브 사용이 추천되고 있다.[4][5] 그러나 이와 같은 방법은 서어보밸브를 주문제작에 의존하여야 하므로 큰 경제적 부담을 요구한다.

가변구조 시스템에 사용되는 가변구조제어이론은 시스템 파라미터의 변동이나 외란에 둔감할뿐 아니라 견실성이 양호하기 때문에 핀로드 실린더의 영속도 (zero velocity)에서 발생하는 압력의 맥동현상을 제거할수 있다.

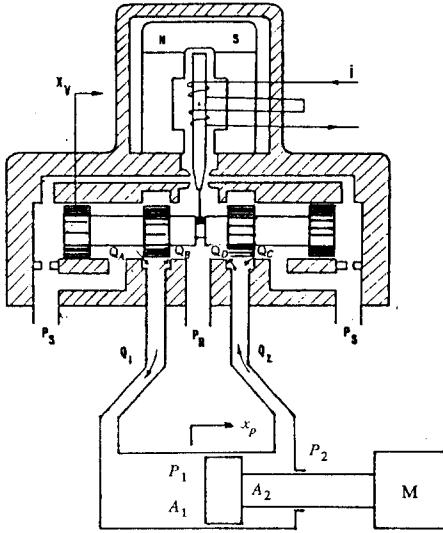


fig.9 Servovalve and Single rod cylinder

fig.9과 같은 전기-유압 서어보시스템에 있어서 서어보밸브에 대해서 실린더내로 유입되는 유량은 식(15)과 같다.[3]

$$\begin{aligned} Q_1 &= Q_A - Q_B \\ Q_2 &= Q_D - Q_C \end{aligned} \quad (15)$$

핀로드 실린더에 대하여 누설(leakage)을 고려한 유량방정식은 다음과 같다.

$$Q_1 - C_{in}(P_1 - P_2) - C_{em}P_1 = \frac{dV_1}{dt} + \frac{V_1}{\beta_e} \frac{dP_1}{dt}$$

$$C_{in}(P_1 - P_2) - C_{em}P_2 - Q_2 = \frac{dV_2}{dt} + \frac{V_2}{\beta_e} \frac{dP_2}{dt}$$

서어보밸브의 orifice equation으로부터 피스톤의 속도가 양일때는 양단의 압력과 공급압의 관계가 (16)식으로 나타나며, 음일때는 (17)식으로 나타난다.

$$P_1 + \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2 P_2 = P_s \quad (16)$$

$$\left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 P_1 + P_2 = P_s \quad (17)$$

위의 식은 다음과 같이 변환될수 있으며 피스톤의 속도가 바뀔때 양단의 압력비는 식(18), (19)에서 보는 바같이 급격하게 변화하므로 압력점프 현상이 발생하는 것을 알수있다.

$$\dot{x}_p > 0 \quad \frac{P_1}{P_s} = \frac{1}{1 + \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^3} \quad \frac{P_2}{P_s} = \frac{\left(\frac{A_1}{A_2}\right)}{1 + \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^3} \quad (18)$$

$$\dot{x}_p < 0 \quad \frac{P_1}{P_s} = \frac{\left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2}{1 + \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^3} \quad \frac{P_2}{P_s} = \frac{\left(\frac{A_1}{A_2}\right)^3}{1 + \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^3} \quad (19)$$

가변 구조 제어기 설계를 위하여 전체 시스템을 2차 시스템으로 선형화한다. 서어보밸브는 시간지연이 없는 비례요소로 생각하며 입력전류는 입력신호에 비례한다.

$$x_{sv} = K_{sv}i \quad (20)$$

$$i = KK_a u \quad (21)$$

유량방정식은 다음과 같이 선형화한다.

$$Q_1 = K_{q1}x_v + K_{c1}P_1 \quad (22)$$

$$Q_2 = K_{q2}x_v + K_{c2}P_2 \quad (23)$$

여기서

$$K_{qi} = \frac{\partial Q_i}{\partial x_v} = \begin{cases} K_{qi}^+ & \dot{x}_p > 0 \\ k_{qi}^- & \dot{x}_p < 0 \end{cases} \quad (24)$$

$$K_{ci} = \frac{\partial Q_i}{\partial P_i} = \begin{cases} K_{ci}^+ & \dot{x}_p > 0 \\ k_{ci}^- & \dot{x}_p < 0 \end{cases} \quad i = 1, 2$$

식(24)에서 피스톤의 속도에 따라 시스템의 파라미터가 변동하는 가변구조제어가 됨을 알수있다.

관성부하민을 고려한 실린더의 부하방정식은 다음과 같다.

$$M_p \frac{d^2 x_p}{dt^2} = A_1 P_1 - A_2 P_2 \quad (25)$$

서어보 밸브 유량방정식에서 누설과 압축성을 무시하면 식(22), (23)식으로 부터 선형화된 압력식이 유도된다.

$$P_1 = -\frac{K_{q1}}{K_{c1}}x_v + \frac{A_1}{K_{c1}} \frac{dx_p}{dt} \quad (26)$$

$$P_2 = -\frac{K_{q2}}{K_{c2}}x_v + \frac{A_2}{K_{c2}} \frac{dx_p}{dt} \quad (27)$$

부하방정식은 다음식과 같이된다.

$$\ddot{x}_p = -\frac{1}{M} \left( \frac{A_2^2}{K_{c2}} - \frac{A_1^2}{K_{c1}} \right) \frac{dx_p}{dt} + \frac{1}{M} \left( \frac{A_2 K_{q2}}{K_{c2}} - \frac{A_1 K_{q1}}{K_{c1}} \right) K K_a K_{sv} u$$

가변구조 위치제어기[2] 설계를 위하여 아래와 같이 상태변수를 설정한다.

$$x_1 = x_p - r \quad (28)$$

$$x_2 = \dot{x}_1 = \dot{x}_p \quad (29)$$

이 시스템의 Dynamic equation 과 블럭선도는 다음과 같다.

$$\frac{dx}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -a \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ b \end{bmatrix} u \quad (30)$$

이때

$$a = \frac{1}{M} \left( \frac{A_2^2}{K_{c2}} - \frac{A_1^2}{K_{c1}} \right)$$

$$b = \frac{KK_a K_{sv}}{M} \left( \frac{A_2 K_{q2}}{K_{c2}} - \frac{A_1 K_{q1}}{K_{c1}} \right)$$

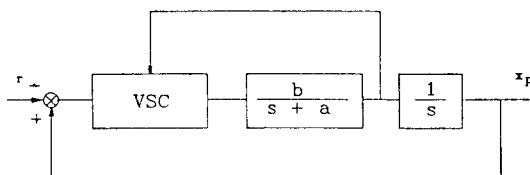


fig.10 Block diagram of linearized system with VSC

가변구조계의 스위칭평면을 다음과 같이 설정하면

$$\sigma = cx_1 + x_2 \quad (31)$$

스위칭이 발생하기 위하여 식(32)와 같은 조건으로부터 식(33)과 같은 입력신호가 결정된다.

$$\lim_{\sigma \rightarrow 0} \sigma \frac{d\sigma}{dt} < 0 \quad (32)$$

$$u = -\Psi x_1 \quad (33)$$

$$\Psi = \begin{cases} \alpha \geq \max_{a,b} \frac{1}{b} [ac - c^2] & x_1 \sigma \geq 0 \\ \beta \leq \min_{a,b} \frac{1}{b} [ac - c^2] & x_1 \sigma \leq 0 \end{cases}$$

상태변수들이 초기위치에서 스위칭평면에 도달하기 위하여 식(34) 특성방정식 근의 해가 항상 복소평면의 좌반부에 있어야 한다.

$$p^2 + a_{\min} p + b\alpha = 0 \quad (34)$$

이러한 제어기를 사용하는 경우의 수치모사 결과는 fig.11와 같다. 압력의 맥동현상이 제거되었으며 정상상태 오차도 감소하였음을 확인할 수 있다.

## 5. 결론

여러개의 액츄에이터 길이의 조합으로 공간상의 움직임을 재현하는 synergistic 운동제현기에서 부하제적을 도출하고 이를 바탕으로 시스템을 선정하였다.

선정된 유압 시스템의 동특성을 압축성과 내부누설을 고려하여 수치모사한 결과, 펀로드 실린더와 대칭형 4 way 밸브 조합으로 인한 압력파의 맥동현상을 관찰 할 수 있었다.

속도영점에서 정속운동을 보장하지 않는 이러한 현상을 제거하기 위하여 제어 알고리즘으로, 선형화된 유량방정식을 근거로 하여 피스톤 속도부호에 따라 유량이득 (flow gain)과 유량압력계수 (flow-pressure coefficient)를 달리 결정하는 모델을 선정하여 가변구조 위치제어기를 선정하였다. 이 제어알고리즘을 사용한 시스템에서의 압력파의 맥동현상 제거와 응답특성 향상을 수치모사로 검증하였다.

## 참고문헌

- [1] Blackburn, John F. Reethof, Genhard Shearer, J.Lowen "Fluid Power Control", pp 161-165, M.I.T.Press, 1960
- [2] Itkis, U. "Control System of Variable Structure", pp21-50, John Wiley & Sons, 1976
- [3] 서정용, 이동권, 민병주, 이교일, "유압서어보밸브로 구동되는 6자유도 운동제현기의 모델링", 대한기계학회 '89년도 춘계학술대회 초록집(I), pp254-258
- [4] Viersma,Taco J. "Analysis Synthesis & Design of Hydraulic Servosystems & Pipelines", pp53-55 Elsevier Scientific Publishing Company, 1980
- [5] 정일섭, "플랫포움의 전기유압식 제어", 서울대학교 공학 석사학위논문 1989.2

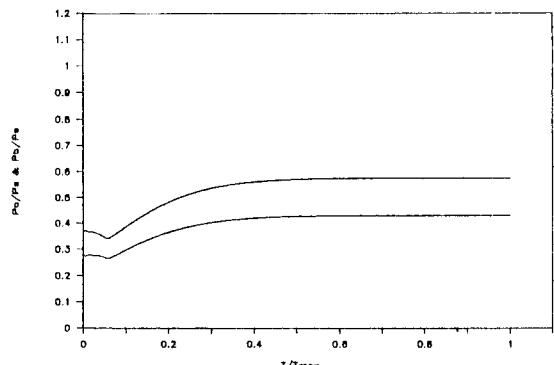


fig.11-a Pressure Pa & Pb using VSC

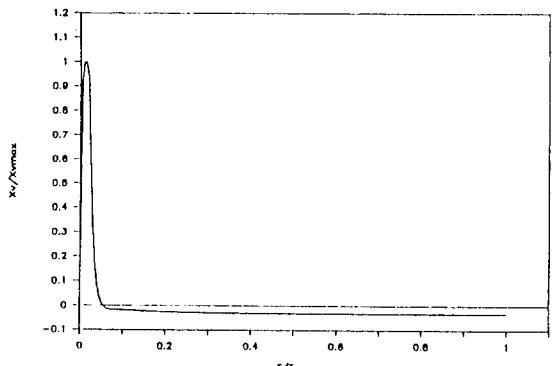


fig.11-b Servo valve spool displacement using VSC

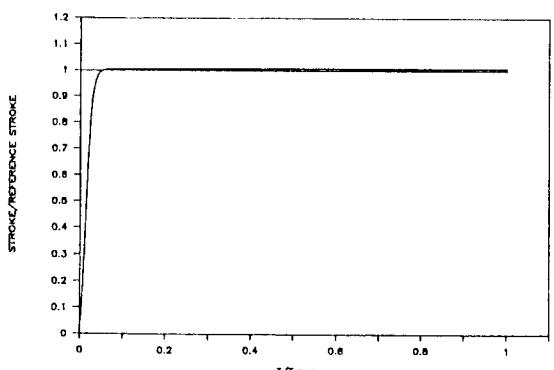


fig.11-c Actuator displacement using VSC