

Monte Carlo 법을 이용한 플라즈마 내의 이온 운동 해석

이 홍 식, 황 기 응
서울대학교

analysis of ion motion in fusion plasma by Monte Carlo Simulation

Hong Sik Lee, Ki Woong Whang
Seoul National University

Single particle orbit in plasma is obtained by drift Hamiltonian formulation in magnetic coordinate. The collisional effect is implied by Monte Carlo Method and the velocity space diffusion, energy transfer to the back ground plasma and the variation of energy distribution of test particles are investigated from many particles analysis.

v_{\perp} : 자장에 수직인 방향의 입자 속도
 μ : magnetic moment
 ϕ : scalar potential

로 표시할 수 있고, magnetic coordinate θ, ψ, χ 는 각각 flux surface 상에서의 field line labeling, flux surface labeling, 입자가 자장을 따라 진행한 거리 ($dl = dx/B$) 를 나타내는 양으로써 Hamilton's eq. 은

$$\dot{\theta} = \frac{\partial H}{\partial \psi} \quad \dot{\psi} = -\frac{\partial H}{\partial \theta} \quad \dot{\chi} = \frac{\partial H}{\partial \mu} \quad \dot{\mu} = -\frac{\partial H}{\partial \chi}$$

1. 서론

플라즈마의 해석은 해석하고자 하는 현상의 특성 시간에 따라 MHD 식, kinetic eq., 입자 운동 해석 등을 선별 사용하는 것이 보통이다. 입자 모의 방법은 자장이나 파동에 의한 입자 포획, 수송현상의 취급, 광형 및 불안정성 메카니즘의 정량적 해석 등 매우 짧은 특성 시간 내에 이루어지는 현상에 적용이 될 수 있다. [1] 특히 플라즈마의 보조가열 시의 물리적 제 현상을 해석하는데에는 입자 궤적 분석 방법과 Monte Carlo 법을 결합하면 2차원 플럭스 면 형상, 자장의 맥동 [2], RF 가열, 중플럭스 면, 중성입자 빔의 입사 [3] 등의 복잡한 조건을 고려한 해석이 가능하다. 여기서는 간단한 플럭스 면 형상을 가진 토카막 플라즈마에서 입자 간의 충돌을 고려한 단입자(이온) 궤적의 추적과 Monte Carlo 법에 의한 입자군의 속도공간 확산, 에너지 변화, 배경 플라즈마에의 에너지 전달 등을 해석하였다.

로 표시할 수 있다

여기서 $\rho_{\parallel} = v_{\parallel} / \Omega$ (v_{\parallel} : 자장 방향의 속도성분)

$\Omega = eB/m$
여기서 각 변수를 dimensionless unit으로 변환하기 위하여 자장은 magnetic axis에서의 크기 B, 길이는 플라즈마 반경 a 를 기준으로 선정하여

각속도: $\omega_0 = eB_0/m$
속도: $v_0 = a\omega_0$
에너지: $E_0 = mv_0^2$
potential: $\phi_0 = E_0/e$
flux: $\psi_0 = B_0 a^2$
 $\chi_0 = B_0 a$
 $\mu_0 = E_0/B_0$

를 적용하면

$$H = \frac{1}{2} B^2 \rho_{\parallel}^2 + \mu B + \phi$$

$$\dot{\theta} = (B \rho_{\parallel}^2 + \mu) \frac{d\psi}{d\psi} + \frac{d\phi}{d\psi}$$

$$\dot{\psi} = -(B \rho_{\parallel}^2 + \mu) \frac{dB}{d\theta} - \frac{d\phi}{d\theta}$$

$$\dot{\chi} = B^2 \dot{\rho}_{\parallel}$$

$$\dot{\rho}_{\parallel} = -(B \rho_{\parallel}^2 + \mu) \frac{dB}{d\chi} - \frac{d\phi}{d\chi}$$

로 표시되는 입자당 내개의 미방을 얻게 되는데 여기서 입자의 각 시점에서의 자장의 크기 B 와

$\frac{dB}{d\psi}$ 및 $\frac{dB}{d\theta}$ 를 알면 Runge-Kutta 법으로 쉽게 위 방정식을 풀 수 있다.
또한 toroidal angle, $\phi = \epsilon \chi$ ($\epsilon: a/R_0$), $\phi=0$ 면에 입자 궤적을 투영한 경우의 poloidal angle θ 는 $\theta = \phi/\epsilon + \theta_0$

2. 단입자 궤적의 계산

2.1 자장 좌표계에서의 drift Hamiltonian

플라즈마 내에서 입자 궤적은 플라즈마 형상에 대칭성이 없는 경우는 수치해석에 의해서도 쉽지 않다. 여기서는 축대칭 플라즈마에서 Boozer [4] 등에 의해 개발된 자장 좌표계를 적용함으로써 자장에 관한 최소한의 정보를 가지고 drift Hamiltonian formulation 으로 입자 궤적을 해석하였다. 이 방법은 입자의 cyclotron orbit and guiding center 궤적을 공간적 자장 크기 분포만 알면 계산이 가능하다는 장점을 지니고 있다.

Hamiltonian H 는

$$H = \frac{1}{2} m v^2 + e\phi = \frac{1}{2} m v_{\perp}^2 + \mu B + e\phi$$

입을 이용하여 위 계산 결과로부터 개별 입자의 공간적 제적, 속도 등을 알 수 있다.

$2\pi/\theta$: 자장의 회전변환

2.2 충돌 영향의 고려.

2.2.1 pitch angle scattering

Energy conserving pitch angle scattering 은

Lorentz collision operator[5][6]

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{\nu}{2} \frac{\partial}{\partial \lambda} (1-\lambda^2) \frac{\partial f}{\partial \lambda}$$

ν : deflection collision freq.
 λ : pitch angle (v_{\parallel}/v)

로 표시되는데, 여기서는 이항분포에 기초한 이 결과 Monte Carlo 동가인 operator 를 적용하였다.

$$\lambda' = \lambda(1-\nu\Delta t) \pm [(1-\lambda^2)\nu\Delta t]^{1/2}$$

± 기호는 양음의 기호가 같은 확률로 나오도록 random 하게 취한다.

2.2.2 Energy Scattering

energy scattering은 background plasma의 ion과 전자와의 충돌 영향을 모두 고려하게 하였으며 [7]

$$E' = E + \langle \Delta E \rangle \Delta t + \{ \langle \Delta E^2 \rangle \Delta t \}^{1/2} \lambda_N$$

$$\langle E_{\perp} \rangle = -2 E_{\perp} \sum_p \left[\frac{m_{\perp p}}{m_p} M(\nu_p) - M'(\nu_p) \right] / \tau^{*p}$$

$$\langle E_{\parallel} \rangle = 4 E_{\parallel} \sum_p T_p M(\nu_p) / \tau^{*p}$$

$$M(\alpha) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} e^{-y^2} \sqrt{y} dy \quad (\text{Maxwell integral})$$

$$\nu_p = \frac{\omega_p^2}{2 T_p / m_p}$$

$$\tau^{*p} = \frac{4 \pi \epsilon_0^2 m_{\perp p}^2 \omega_p^3}{e_{\perp p}^2 e_p^2 n_p \ln \Lambda}$$

(basic relaxation time)

$\ln \Lambda$: coulomb logarithm

λ_N : 정규분포의 random number

Monte Carlo scattering operator 의 검증을 위하여 unbounded unmagnetized plasma에 대하여 relaxation time을 검토한 결과 이븐치 [8]와 잘 일치하였다.

3. 토카막에서의 이온의 제적

평형 상태의 토카막 플라즈마에서 collisionless 및 collisional case 의 ion 제적을 passing particle 과 trapped particle 에 대하여 구한 결과는 그림 1, 2 과 같다.

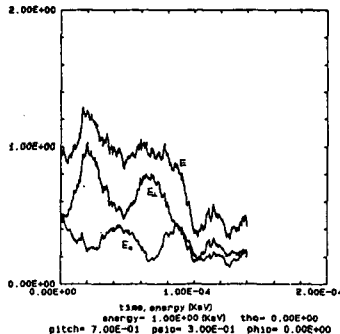
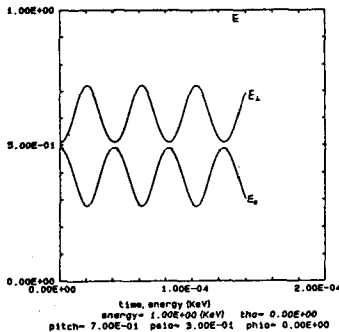
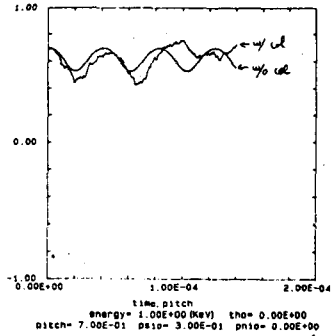
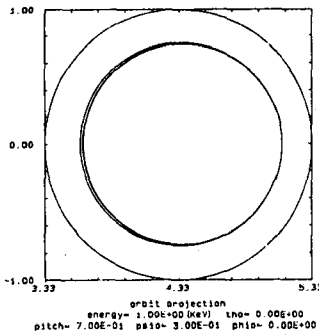
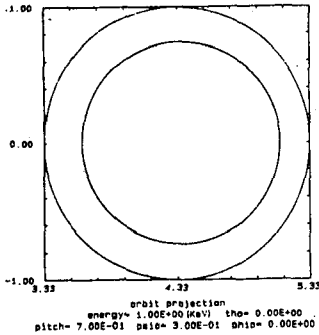
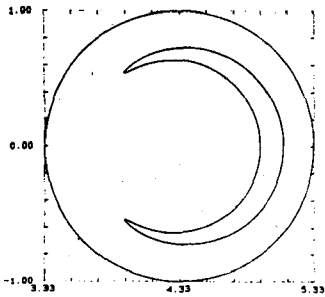
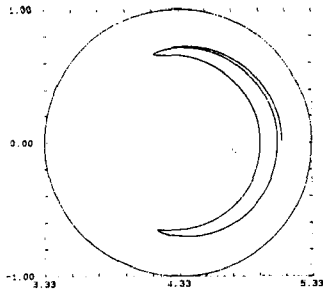


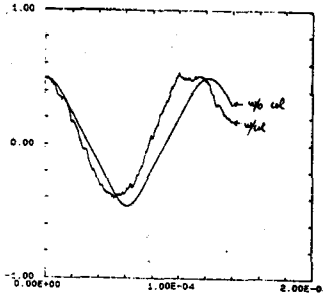
그림 1 은 passing particle 의 제적과 에너지 시간 변화, pitch angle 의 시간 변화를 충돌이 있는 경우와 충돌을 고려한 경우를 비교한 것이다.



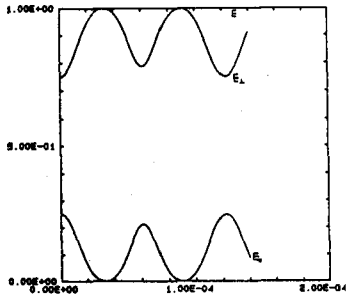
orbit projection
energy= 1.00E+00 (KeV) tho= 0.00E+00
pitch= 5.00E-01 psi= 3.00E-01 phi= 0.00E+00



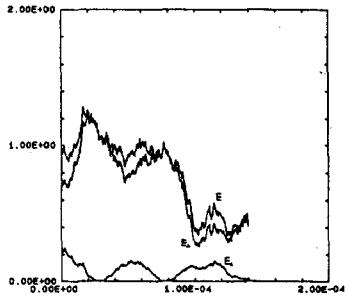
orbit projection
energy= 1.00E+00 (KeV) tho= 0.00E+00
pitch= 5.00E-01 psi= 3.00E-01 phi= 0.00E+00



time, pitch
energy= 1.00E+00 (KeV) tho= 0.00E+00
pitch= 5.00E-01 psi= 3.00E-01 phi= 0.00E+00

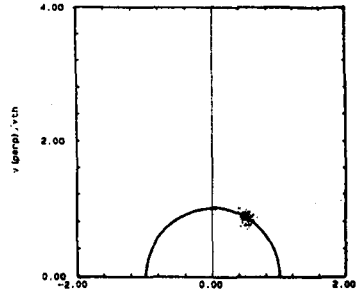


time, energy (KeV)
energy= 1.00E+00 (KeV) tho= 0.00E+00
pitch= 5.00E-01 psi= 3.00E-01 phi= 0.00E+00



time, energy (KeV)
energy= 1.00E+00 (KeV) tho= 0.00E+00
pitch= 5.00E-01 psi= 3.00E-01 phi= 0.00E+00

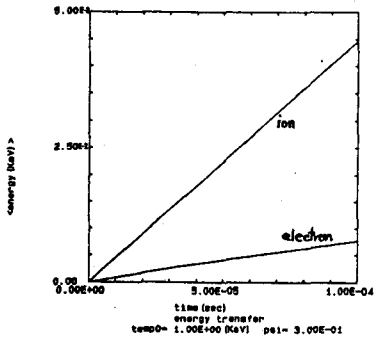
그림 2는 trapped particle의 궤적과 에너지 시간 변화, pitch angle의 시간 변화를 충돌이 없는 경우와 충돌을 고려한 경우를 비교한 것이다.



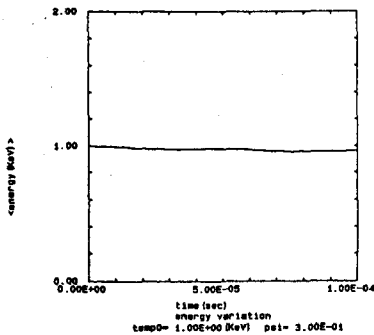
velocity distribution
T-par= 0.4 (KeV) T-par= 0.8 (KeV)
background temp.= 1.0 (KeV) time= 1.04E-08 (sec)

4. 입자군의 해석

E, ψ 를 지정하여 beam이 입사된 경우의 입자군의 속도공간 확산, 에너지 전달, 에너지 분포 등을 조사하였다.

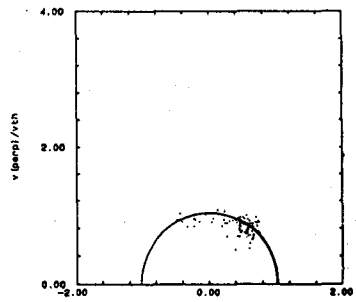


time (sec)
energy transfer
temp= 1.00E+00 (KeV) psi= 3.00E-01

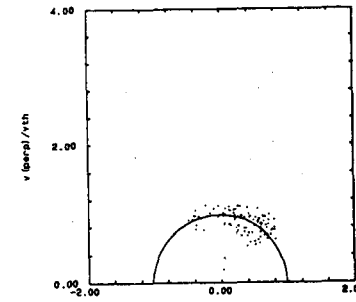


time (sec)
energy variation
temp= 1.00E+00 (KeV) psi= 3.00E-01

그림 5



velocity distribution
T-par= 0.4 (KeV) T-par= 0.8 (KeV)
background temp.= 0.30 (KeV) time= 5.07E-08 (sec)



velocity distribution
T-par= 0.4 (KeV) T-par= 0.8 (KeV)
background temp.= 0.30 (KeV) time= 1.00E-04 (sec)

그림 3

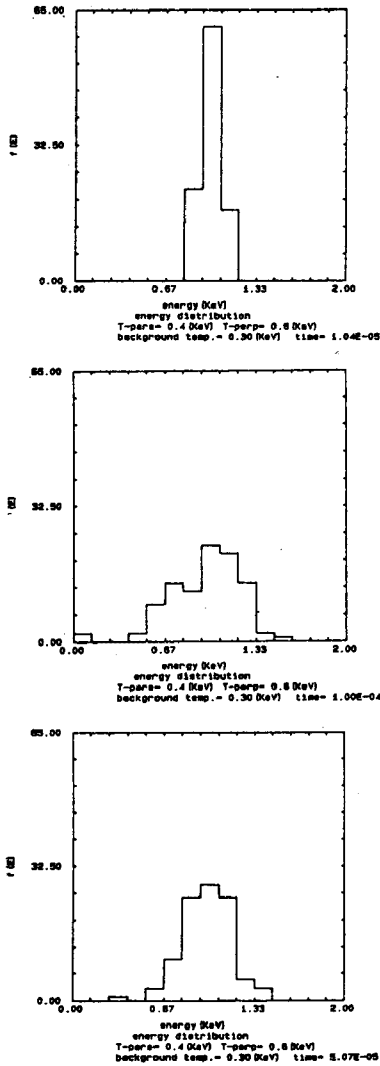


그림 4

그림 3 은 100 개의 이온의 3 시점에서의 속도공간 확산을 나타낸 것이고 그림 4 은 각 시점에서의 에너지 분포로서 점점 maxwellian 에 접근함을 볼 수 있다.

그림 5 은 평균 에너지의 시간 변화를 보여 주는 것인데 test ion beam 의 온도는 1 KeV , 배경 이온 및 전자는 0.3 KeV 이어서 에너지 전달이 있음을 볼 수 있는데 주로 이온에 전달됨을 알 수 있다.
(test ion;proton , background D)

5. 결론 및 향후 계획

플라즈마의 이온의 궤적을 알기 위하여 단일자의 guiding center trajectory를 drift Hamiltonian 으로 정식화하여 자장좌표계에서 Runge-Kutta법으로 풀고 충돌의 영향을 Lorentz 충돌 연산자의 Monte Carlo equivalent 볼 pitch angle 과 energy scattering 에 적용하여 고려하였고 입자군의 운동을 해석하여 평형 상태에서의 속도공간 확산, 에너지 분포 변화 추이, 배경 플라즈마에의 에너지 전달 등을 조사하였다. 이 기법은 일반적인 플라즈마 형상에 적용이 가능하며 앞으로는 플라즈마의 보조 가열을 위하여 RF wave 가 입사될 때의 particle confinement, wave-particle interaction의 해석에 확대 적용하고자 한다.

참 고 문 헌

- [1] Rosenbluth et. al, "Basic Plasma Physics 1", North Holland Publishing Co., 1983,pp3
- [2] A.H.Boozer, R.B. White, "Particle diffusion in tokamaks with partially destroyed magnetic surfaces", Phys. Rev. Lett., Vol 49, pp 786-789, 1982
- [3] R.B. White, et al, "Theory of mode-induced beam particle loss in tokamaks", Phys. Fluids, Vol 26, pp 2958-2965, 1983
- [4] A.H.Boozer, "Guiding Center drift equations", Phys. Fluids, Vol. 23, pp 904-908
- [5] R. Shanny, et al, "One dimensional model of a Lorentz plasma", Phys. Fluids, Vol 10, pp 1281-1287, 1967
- [6] A.H.Boozer, G. Kuo-Petravic, "Monte Carlo evaluation of transport coefficients", Phys. Fluids, Vol 24, pp 851-859,1981
- [7] K.W. Whang, G.J. Morales, "ICRF heating and its effect on single particle confinement in tokamaks", Nucl. Fusion, Vol. 23, pp 481-497, 1983
- [8] B.A. Trubnikov, "Reviews of Plasma Physics, Vol. 1", Consultant Bureau, N.Y, 1965, pp 105-204