

초고압 지중 OF 케이블 접속재의 전계해석에 관한 연구

이중범, 강동식, 강도현*, 이수현

한국전기연구소

A Study on the Electric Field Analysis of Extra-High Voltage Oil-Filled Cable Accessories

Jong-Bum Lee, Dong-Sik Kang, Do-Hyun Kang, Soo-Hyun Lee

K E R I

Abstract

This paper presents an algorithm for electric field analysis which is essential to insulation design of extra-high voltage oil-filled cable accessories using finite element method. Governing equation is induced by electromagnetic equation. Variational method is adopted for FEM formulation. Automatic mesh generation which saves time and labor is introduced for the input data. The application results of proposed algorithms were used for insulation design to develop 345kV cable joint.

1. 서 론

초고압 지중 OF 케이블의 접속재는 케이블 도체를 중심으로 외부의 shield층에 이르기까지 유전율이 다른 여러 종류의 절연체들이 서로 층을 이루고 있다. 따라서, 도체로 부터의 shield층까지 전계분포는 다양하며, 유전체 내의 어떤 지점에 전계집중부위가 발생할 우려가 있고 더 나아가 그 부분에서 전기적인 파괴를 동반 할 수도 있다. 이는 초고압 선로의 단선을 의미하는 것으로서 이를 방지하기 위해서는 접속재의 절연설계를 합리적으로 해야 하는데 이 절연설계는 정확한 전계해석에 의한 해석 결과를 근거로 하여 이루어질 수 있다.

한편, 본 연구에서는 접속재내 해석영역의 지배방정식을 구한 뒤 이에 대한 경계조건을 명시하고 이 지배방정식을 유한요소법에 적용하기 위한 정식화 과정을 설명했다. 수동으로 해석영역을 세분화하고 data를 입력 시킬 경우 많은 시간 과 노력이 필요하게 되므로 이 문제를 해결하기 위한 자동요소분할법을 도입했으며, 사례연구로서 345kV OF 케이블 접속재의 전계해석을 위하여 본 논문에서 제시한 알고리즘을 적용시켜 해석해 본 결과 매우 유용했다.

2. 접속재내 전계분포에 대한 지배방정식

전자기현상을 고찰하는데 기본이 되는 방정식은 다음과 같다.

$$\nabla \times H = J + \frac{\partial D}{\partial t} \quad (1)$$

$$J = \sigma E \quad (2)$$

$$E = -\nabla \phi \quad (3)$$

$$D = \epsilon E \quad (4)$$

식(1)에 Divergence 연산을 취하고 식(2),(3),(4)를 대입하면 다음 식을 구할 수 있다.

$$\nabla \cdot (\sigma + j\omega \epsilon) \nabla \phi = 0 \quad (5)$$

한편, 해석 모델의 유침 절연지에서는 $\sigma \ll \omega \epsilon$ 이므로 식(5)과 같이 전위에 대한 지배 방정식이 유도된다.

$$\nabla \cdot \epsilon \nabla \phi = 0 \quad (6)$$

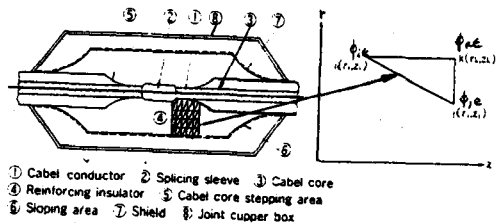


그림 (1) 접속재의 해석 모델

그림(1)과 같은 접속재는 상하좌우 대칭이며 z축을 중심으로 장의 현상이 일정하기 때문에 2차원장으로 해석할 수 있다. 따라서, 해석 모델에서 식(8)은 다음과 같은 Laplace 방정식으로 된다.

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad (7)$$

한편, 식(7)의 해를 구하기 위한 경계조건은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \phi &= C \text{ (상수값)} : \text{도체표면} \\ \phi &= 0 : \text{Sheath 표면} \\ \partial\phi/\partial n &= 0 : \text{요소의 경계면} \end{aligned} \quad (8)$$

식(7)의 해가 결정되면 식(3)에 의해서 전계를 구한다.

$$E_r = -\frac{\partial\phi}{\partial r}, \quad E_z = -\frac{\partial\phi}{\partial z} \quad (9)$$

3. 유한요소법의 정식화 과정

식(7)의 해를 구하는 것은 에너지범함수 식(10)을 최소화하는 문제인 식(11)과 동가로 된다.

$$\chi(\phi) = \int_V \epsilon \left[\left(\frac{\partial\phi}{\partial r}\right)^2 + \left(\frac{\partial\phi}{\partial z}\right)^2 \right] r \, dr \, dz \quad (10)$$

$$\frac{\partial\chi}{\partial\phi_i} = 0 \quad (i=1, \dots, n=\text{요소 절점수}) \quad (11)$$

한편, 그림(1)에서 해석하고자 하는 영역 D를 3각형요소로 분할하고 요소내의 전위분포를 r, z의 1차 근사식으로 가정하면, 임의 요소내의 전위분포는 요소절점의 전위값과 위치좌표로 표현할 수 있다.

$$\phi(r, z) = N_{ie}\phi_{ie} + N_{je}\phi_{je} + N_{ke}\phi_{ke} \quad (12)$$

$$\text{여기서, } N_{ie} = (a_{ie} + b_{ie}r + c_{ie}z) / 2\Delta_e$$

$$a_{ie} = r_{je}z_{ke} - r_{ke}z_{je}$$

$$b_{ie} = z_{je} - z_{ke} \quad (13)$$

$$c_{ie} = r_{ke} - r_{je}$$

이며 Δ_e 는 3각형요소의 면적이고 첨자 ie, jk, ke의 표시는 순환관계에 있다. 또한, N_{je}, N_{ke} 도 마찬가지로 전개하면 구할 수 있다. 식(10)에 식(12)를 대입해서 식(11)을 연산하면 다음과 같은 요소방정식이 얻어진다.

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial\chi}{\partial\phi_i} \\ \frac{\partial\chi}{\partial\phi_j} \\ \frac{\partial\chi}{\partial\phi_k} \end{bmatrix} = \frac{\partial\chi}{\partial\phi} = \begin{bmatrix} b_{ie}b_{ie} + c_{ie}c_{ie} & b_{ie}b_{je} + c_{ie}c_{je} & b_{ie}b_{ke} + c_{ie}c_{ke} \\ b_{je}b_{je} + c_{je}c_{je} & & \\ b_{ke}b_{ke} + c_{ke}c_{ke} & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_i \\ \phi_j \\ \phi_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (14)$$

여기서, $\begin{bmatrix} \phi_i \\ \phi_j \\ \phi_k \end{bmatrix}$ 를 요소 Matrix라고 한다.

나머지 모든 요소에서 같은 방법으로 계산하여 요소 Matrix를 조립하면 전체의 system matrix 방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} K_{11} & \dots & -K_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ -K_{n1} & \dots & K_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \vdots \\ \phi_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (15)$$

식(15)에 의해서 절점전위가 결정되고 나면 요소내의 전위는 식(12)로 주어지고 전계는 식(9)에 의해서

$$E_r = -\frac{1}{2\Delta_e} (b_{ie}\phi_{ie} + b_{je}\phi_{je} + b_{ke}\phi_{ke})$$

$$E_z = -\frac{1}{2\Delta_e} (c_{ie}\phi_{ie} + c_{je}\phi_{je} + c_{ke}\phi_{ke}) \quad (16)$$

으로 주어진다.

4. 자동요소분할법

유한요소법을 전개해석에 적용시킬 경우 해석영역을 세분화 시켜야 하는데, 이 분할된 각 이산영역의 내각의 크기가 비슷하면 잘 분할되었다고 말할 수 있다. 또 수동으로 요소를 세분화 하고 Data를 입력시킬 경우 많은 시간과 노력이 필요하다.

따라서 이러한 점을 해결하기 위해 해석영역을 자동으로 분할 하는 자동요소분할법에 대해서 기술한다.

1) VORONOI의 다각형과 DELAUNAY의 3각형

자동분할된 삼각형의 내각의 크기가 비슷하면 잘 분할되었다고 말할 수 있는데 DELAUNAY's triangulation은 영역을 잘 분할 하는 방법이다.

$V_i = \{X : d(X, P_i) \leq d(X, P_j), \text{ 모든 } i \neq j \text{ 영역에 대해}\}$

V_i : i번째 VORONOI의 다각형

P_i : 2차원 평면 위에 위치한 i번째 점

$d(X, P_k)$: X와 P_k 사이의 거리

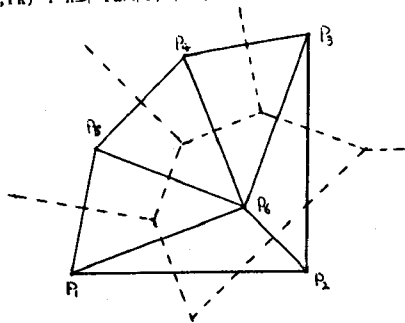


그림 (2) VORONOI의 다각형

평면위에 주어진 점 P_1, \dots, P_6 에 형성된 VORONOI의 다각형이 그림 (2)의 점선으로 나타나 있다. 이러한 다각형의 각각을 Tile이라고 한다. 세계의 Tile이 만나는 곳에서 하나의 정점이 정해진다.

이 정점을 이루게 한 세계의 Tile을 형성한 세점에서 만들어진 삼각형이 드러니의 삼각형(Delaunay's Triangle)이 된다. 이와 같이 주어진 점에 의해 삼각형을 만들었을 경우 이것을 드러니의 삼각형화(Delaunay's Triangulation)라 하며, VORONOI의 다각형과 쌍대(dual)의 개념이 된다. 드러니의 삼각형에 의해 형성된 삼각형들의 각각의 외심원 안에서 다른 삼각형을 형성하는 어떠한 점도 포함되지 않는다. 즉 이 원리를 이용 하여 실제의 프로그램을 개발한 것이 자동요소분할법이다. 한편 형성된 3각형을 정삼각형화 하기위해서 내부점을 형성하고 이것을 이동하는 작업이 병행할 때 완전히 요소분할 되었다고 말할 수 있다.

2) 내부점 생성

$q(P_i)$ 는 점 P_i 와 이웃하는 점들까지의 거리의 산술평균을 의미한다. 영역을 묘사하기 위해 주어진 점에 대해 $q(P_i)$ 값을 할당하고 주어진 점들에 의해 형성된 각각의 삼각형 요소 K에 대해 다음 값을 정의한다.

$$SC(K) = \{q(P_i) \cdot q(P_j) \cdot q(P_k)\}^{\frac{1}{3}}$$

삼각형 K의 부근에 위치한 면적의 바람직한 값은

$$[SC(K)]^3 > 3\text{각형의 면적}$$

라 할 수 있다.

$$[SC(K)]^3 \leq 3\text{각형의 면적}$$

인 경우 새로운 내부점을 형성한다.

3) 내부점 이동

내부점이 생성되었을 경우에 내부점과 연결된 삼각형이 얻어지면 각각의 내부점에 대해서 그 점과 연결된 점들로 이루어진 다각형의 무게중심으로 각각의 내부점을 이동시킴으로서 삼각형을 정삼각형에 더욱 더 가깝게 하는 것이 가능하다.

이와 같은 과정을 regulation 또는 smoothing 이라고도 한다. 한편, 그림 (3)과 같이 외각점 A_1, \dots, A_4 이 주어지고, 영역을 표현하기 위하여 P_1, \dots, P_6 가 주어졌을 때 그림 (4)는 자동분할된 요소를 나타내고 있다.

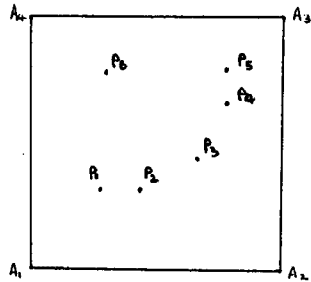


그림 (3) 주어진 입력조건

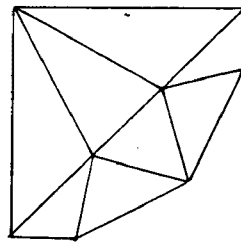


그림 (4) 완성된 요소분할

5. 계산처리과정의 흐름도

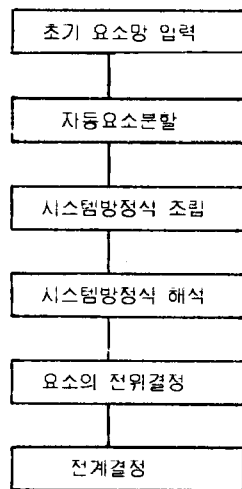


그림 (5) 계산처리과정의 흐름도

6. 결론

본 연구에서 제시한 알고리즘으로 345kV OF 케이블 접속재의 전계해석에 적용시켜 본 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) OF 케이블 접속재에 유한요소법을 적용하여 전위 및 전계분포를 얻었다.
- 2) 입력 Data 처리시 자동요소분할법을 도입 하여 계산시간을 단축 시킬 수 있었다.
- 3) 해석결과를 이용하여 345kV OF 케이블 접속재의 절연설계의 기본으로 삼았다.

앞으로 접속재 내의 유전물질이 비선형 이방성인 경우를 고려하고 오차추정에 따라 요소를 더욱 더 세분화 하는 적용유한요소법을 도입할 필요성이 있으며 온도해석도 병행해야 할 것으로 사료된다.

참고문헌

1. W. H. Hayt, " Engineering Electromagnetics ", McGraw-Hill Book Company , 1984 .
2. K. H. Huebner " The Finite Element Method for Engineers" John Willy and Sons, New York, 1982 .
3. Z. J. Cendes, D. Shenton, H. Shanasser, "Magnetic field computation using Delaunay triangulation and complementary finite element methods", IEEE Transaction on Magnetics, Vol. MAG-19, NO.6, pp.2551-2554 , November 1983 .
4. D. A. Lindholm , " Automatic triangular mesh generation on surfaces of polyhedra", IEEE Transaction on Magnetics Vol. MAG-19, NO.6, pp. 2539-2542 , November 1983 .
5. J. C. Cavendish , "An approach to automatic three-dimensional finite element mesh generation", Int. J. Numer. Methods Eng, 21, pp. 329-347 , 1982 .