기동입력의 직접추정에 의한 표적상태 추정

°김 종 화* 이 만 형** 황 창 선***
*부산대학교 대학원 ** 정밀공학과 *** 전기공학과

Target State Estimation by Direct Estimation of Maneuvering Input

°Jong-Hwa Kim* Man-Hyung Lee* Chang-Sun Hwang*
* Pusan National University

Abstract

To track the target trajectory with maneuvers, unknown maneuvering inputs must be estimated. To do this the direct estimation algorithm using generalized least square technique is developed based on the procedure of failure detection and identification(FDI) theory. Through the simulation using maneuvering target scenario, tracking performance and efficiency of the algorithm developed here are investigated.

1.서 론

18세기 말 Gauss에 의하여 발견된 최소자승법이 선형시스템의 상태추정에 응용된 것을 시초로 1942년 Wiener에 의해 Wiener필터가 발표되면서 상태변수의 추정이론이 발달하기 시작하였다. 1960년대에 접어들어 우주탐험 등 이 분야에 있어서 수요가 급증하게 되었고 컴퓨터 등의 우수한 신호처리 장치가 개발되어 고조된 분위기 속에 Kalman에 의하여 칼만필터가 선형 시스템의 상태추정 이론으로 제시되었다. 그 이후 Bucy와 Bayes등에 의해 칼만필터의 존재가 입증되면서 응용이 시작되어 해상, 해저, 공중에서 기동중인 표적의 탐색 및 추적에도 다양하게 응용되고 있다. 그러나 표적에 대한 동적방정식을 일반적으로 선형시스템으로 근사시킴으로 인하여 실제시스템에 대한 모델링오차가 존재하고, 좌표의 선택에 따라 비선형방정식으로 표현되며 측정센서의 특성에 의하여 측정방정식이 비선형방정식으로 묘사될 때도 있다. 이와 같은 경우 선형 칼만필터의 우수성을 그대로 반영하면서 추정을 행하는 비선형 필터로서 확장칼만필터(extended Kalman filter)가 많이 사용되고 있다. 한편 표적이 기동특성을 수반할 경우에는 확장 칼만필터는 만족할 만한 추정을 이행하지 못하고 표적의 추적에 실패하고 만다. 기동표적의 상태 추정에 대해 널리 애용되는 일반적인 이론적 근거는 확장칼만필터의 우수성을 살리기 위하여 확장칼만필터를 근본으로 사용하면서 기동특성에 적응해 가는 방법을 찾는 것이라 할 수 있다.

본 연구에서는 기동표적의 상태 추정에 기본이 되는 확장 칼만필터 이론을 전개하였고, 적응 추정 기법으로서 필터의 인너베이션 프로세스를 신호원(signal source)으로 사용하여 표적의 기동을 탐지하고 기동입력을 추정하는 기법으로서 실패탐지 및 확정(failure detection and identification)이론을 도입한 적응필터링 이론에 관하여 논하였다. 기동중인 비행표적의 시나리오를 이용하여 확장 칼만필터와 연구된 필터링 기법을 적용한 결과들을 서로 비교함으로써 추정성능을 비교 검토하였고, 이에 대한 고찰을 통하여 결론을 내렸다.

2. 확장 칼만필터

일반적으로 표적의 상태방정식은 동특성을 정확히 해석한다는 측면에서 직교좌표계를 사용한 비선형 연속 방정식으로 표현된다.

$$\dot{x}(t) = f[x(t),t] + w(t) \ , \ t \geq t_0 \qquad (1)$$

표적의 상태는 측정시스템을 통하여 대부분 샘플링 되어 측정되며,극좌표계를 사용할 때 측정방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$z(k) = h[x(k)] + v(k) \quad (2)$$

여기서 h[x(k)]는 직교좌표계와 극좌표계 사이의 위치성분을 변환시켜주는 변환벡타를 포함하고 있어야 하고 측정치 z(k)는 x(k)의 함수이어야 하고, 시스템 잡음 w(t)와 측정잡음 v(t) 사이의 관계는

$$E[w(t)]=0,\ E[v(k)]=0, \quad (3)$$

$$E[w(t)w^T(\tau)]=Q\delta(t-\tau),\ E[v(k)v^T(j)]=R\delta(k-j)$$

으로서 주어지며 서로 독립이라고 가정한다.

이 때 확장 칼만필터 방정식은 다음과 같이 주어진다.

$$\hat{x}(k/k)=\hat{x}(k/k-1)+K(k)[z(k)-h(\hat{x}(k/k-1))] \quad (4)$$

$$K(k)=P(k/k-1)H^T[HP(k/k-1)H^T+R(k)]^{-1} \quad (5)$$

$$P(k/k-1)=\dot{\Phi}P(k-1/k-1)\dot{\Phi}^T + Q(k) \quad (6)$$

$$P(k/k)=P(k/k-1)-K(k)HP(k/k-1)$$

$$=[I-K(k)H]P(k/k-1) \quad (7)$$

추정치 사이의 관계는

$$\dot{\hat{x}}(t)=f[\hat{x}(t),t],\ \hat{x}(t_0)=x_0 \quad (8)$$

$$\dot{P}(t)=\dot{\Phi}P(t) + P(t)\dot{\Phi}^T + Q,\ P(t_0)=P_0 \quad (9)$$

이고,여기서

$$P(t)=E\{[x(t)-\hat{x}(t)][x(t)-\hat{x}(t)]^T\} \quad (10)$$

로 정의되며 $\dot{\Phi}$와 H는 각각

$$\dot{\Phi} = \left.\frac{\partial f[x(t),t]}{\partial x(t)}\right|_{x(t)=\hat{x}(t)} \quad (11)$$

$$H = \left.\frac{\partial h[x(k)]}{\partial x(k)}\right|_{x(k)=\hat{x}(k/k-1)}$$

이다.

그림1은 온라인 계산영역과 오프라인 계산영역을 분리해서 표현한 확장칼만필터의 블럭선도이다.

이 시점에서 칼만필터의 알고리즘을 분석해 보기로 하자. 필터의 추정방정식 즉 식(4)는 예측추정자(predictor)와 보상을 행하는 보상자(corrector)로 구성되어 있다. 표적이 정상운동(속도, 방향에서 일정)을 행하고 있을 경우에는 확장 칼만필터는 최적의 추정해를 보장한다. 이 때 확장 칼만필터는 정상상태에 도달하게 되며 칼만게인과 추정오차 분산등 필터게인들은

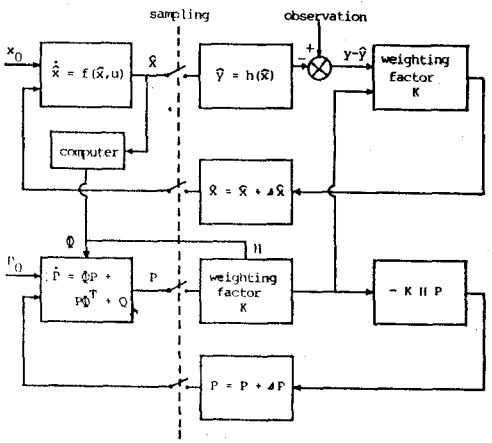

그림1 확장 칼만필터의 블럭선도

시변(time-varying)임에도 불구하고 작은값으로 수렴되어 거의 일정한 값을 가지게 된다.

그러나 표적이 가속운동을 하거나 방향을 전환하는 등 기동특성을 행할 때에도 칼만필터의 예측추정자는 선형적 정상추정을 행하게 되고 인너베이션 프로세스는 커지지만 작은값으로 수렴된 필터게인으로 인하여 보상자에 의한 보상량이 작게되어, 필터에 의해 추정된 상태값과 실제표적이 상태값 사이에서 큰 추정오차가 발생하게 된다. 이러한 확장 칼만필터의 정상상태 거동때문에 시간이 지남에 따라 추정오차는 계속 누적되게 되고 필터는 발산되며 결국 표적의 추적에 실패하게 된다.

따라서 표적이 비선형 기동특성을 행할 때에도 계속적으로 추정을 행하기 위해서는 필터의 정상상태 거동을 변화시켜 주기위한 수단이 필요하게 됨을 알 수 있다.

일반적으로 표적이 기동을 행하는 기동발생 시간과 기동특성은 알려져 있지 않다. 그러므로 최근에는 기동에 적응할 수 있는 방법으로서 정상상태에 있어서의 필터 인너베이션 프로세스를 사용한 기동발생 시간의 탐지와 기동특성의 분석을 행하는 방법이 널리 이용되고 있다.

3. 기동발생 시간의 탐지와 기동입력의 추정

기동표적에 대한 기동발생시간의 탐지와 기동입력의 추정을 위한 방법으로 실패탐지 및 확정(failure

detection and identification,FDI)이론이 많이 응용되고 있다. 시스템의 고장을 탐지하고 시스템이 파국으로 가지 않도록 진단(diagnostics)하는 이 이론은 크게 다음의 3단계로 나뉘어 진다.

(1) 실패의 탐지(failure detection)
시스템내의 고장 또는 파라미터의 변화를 탐지한다.

(2) 실패의 분리(failure isolation)
시스템내의 고장 또는 변화가 일어난 정확한 시간을 결정한다.

(3) 실패의 확정(failure identification)
시스템내의 고장 또는 변화의 크기를 결정한다.

실패탐지 및 확정을 위한 접근방법으로는 주어진 시스템의 모델을 이용하는 방법과 이용하지 않는 방법이 있다. 대부분 시스템의 모델을 이용함으로써 시스템에 대한 기본적인 정보를 얻을 수 있으며 이 경우에 FDI의 수행절차가 그림2에 도시되었다.

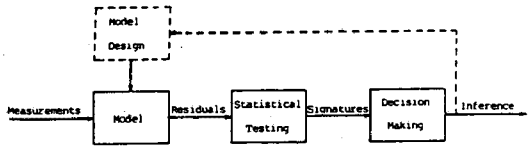

그림2 모델기준 실패탐지및 확정 절차

이러한 모델기준 FDI 방법을 기동표적에 대한 기동발생의 탐지와 기동입력의 추정에 이용하고자 한다.

3.1 표적상태 추정에 대한 오차의 생성

칼만필터는 표적의 상태를 추정할 때 표적의 동적 거동에 대한 수학적 모델을 이용한 방법이다. 따라서 표적에 대한 측정치와 필터에 의해 예측되는 측정치 사이의 차 즉 인너베이션 프로세스가 FDI의 잔류치(residual)에 해당한다. 따라서 잔류치는

$$\gamma(k) = z(k) - H\hat{x}(k/k-1) \qquad (12)$$

와 같이 주어진다.

3.2 통계적 테스트를 위한 자료의 생성

잔류치로 사용되는 인너베이션 프로세스는 백색 가우시안 특성을 가지고 있으므로 통계적 테스트를 위한 자료로서 일반적으로 χ^2(chi-square) 변수를 많이 사용한다. 이때 인너베이션 프로세스 $\gamma(k)$의 분산이

$$V(k) = HP(k/k-1)H^T + R(k) \qquad (13)$$

이므로, 가중된 χ^2변수를 $l(k)$로 정의하면 다음과 같다.

$$l(k) = \gamma^T(k)V^{-1}(k)\gamma(k) \qquad (14)$$

그러나 추정시간의 현 시점에 대한 인너베이션 프로세스 $\gamma(k)$만을 사용할 경우에는 기동의 발생을 바르게 탐지할 수 있는 장점은 있으나 기동발생에 대한 정확한 탐지(correct detection)의 확률이 상대적으로 낮아지고 잘못된 탐지(false alarm detection)로 인하여 필터의 성능을 저하시킬 우려가 있다. 이 경우 $l(k)$는 χ^2변수이고 자유도(degree of freedom)은 γ의 차원과 같다. 따라서 과거의 인너베이션 프로세스를 적당히 중첩하여 통계적 테스트를 위한 자료로 사용할 경우가 있다. 이 때 통계적 자료는 χ^2변수를 $l_1(k)$ 이라고 정의 하면

$$l_1(k) = \sum_{j=k-W+1}^{k} \gamma^T(j)V^{-1}(j)\gamma(j) \qquad (15)$$

로 표현된다. 여기서 W는 유한 데이타 윈도우(finite data window)로 정의되는 이산시간 범위이며 다음과 같이 제한되고

$$k - m_1 \leq W \leq k - m_2, \qquad (16)$$

여기서 m_1, m_2는 양의 정수이고,이 경우에 있어서 $l_1(k)$의 자유도는 W x (γ의 차원)이다.

3.3 통계적 테스트

표적의 기동을 탐지하는 통계적 테스트 기법으로는 2진 가설 테스트(binary hypotheses test, BHT) 기법이 널리 사용된다. 이 때 적절한 크기의 쓰레숄드를 선택함으로써 식 (14)의 $l(k)$에 대해서는

$$l(k) \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} \eta \qquad (17)$$

로 표현된다. 즉 χ^2변수 $l(k)$의 값이 η보다 크다

면 기동이 발생한 상황 H_1 을 의미하고 기동은 탐지된다. $l(k)$값이 η보다 작을 경우는 정상상태의 상황 즉 기동이 없는 상황 H_0 를 의미한다.

그림3은 통계적 테스트에 대한 2진가설 테스트(BHT)를 도시한 것이다.

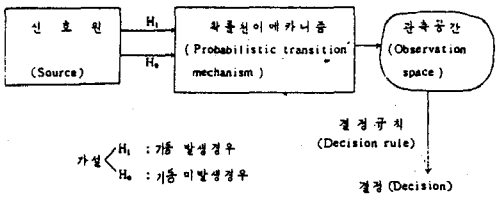

그림3 통계적 테스트 절차

식 (15)와 같이 구성된 통계적 자료 $l_1(k)$에 대한 통계적 테스트는 다음의 식 (18)와 같다.

$$l_1(k) \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} \eta_1 \qquad (18)$$

이 때 잘못된 탐지로 인하여 기동의 발생이 선언될 확률은 자유도 W_x(Υ의 차원)과 쓰레숄드 η_1을 사용하여 χ^2 테이블에서 구할 수 있다.

3.4 기동입력의 추정

표적이 기동을 수반할 경우에 대한 표적 상태 방정식은

$$x(k+1) = \Phi x(k) + Bu(k) + Gw(k) \qquad (19)$$

와 같이 쓸 수 있으며, $u(k)$는 $u(k)=[u_x, u_y, u_z]^T$로서 기동입력이고 B는 기동입력에 대한 입력벡터이다. 만약 표적에 대한 잡음 $w(k)$가 인가되지 않는다고 가정하면 인너베이션의 일반적인 형태는

$$\begin{aligned}\Upsilon(k+1) &= z(k+1) - H\Phi\hat{x}(k/k) \qquad (20)\\ &= HBu(k)+v(k+1)+H\Phi[x(k)-\hat{x}(k/k)]\end{aligned}$$

와 같이 쓸 수 있다.

식 (20)에서

$$\begin{aligned}Y &= z(k+1) - H\Phi\hat{x}(k/k)\\ S &= HB \qquad (21)\\ T &= v(k+1)+H\Phi[x(k)-\hat{x}(k/k)]\end{aligned}$$

로 표현하면 식 (20)은 다음과 같다.

$$Y = Su(k) + T \qquad (22)$$

$u(k)$의 추정값을 구하기 위해서 T의 분산으로 가중된 편차 $Y-S\hat{u}$의 제곱에 대한 합을

$$J = (Y-S\hat{u})^T D^{-1}(Y-S\hat{u}) \qquad (23)$$

으로 정의하면, 기동입력의 추정값 $u(k)$는 일반화된 최소자승추정법에 의하여

$$\hat{u} = (S^T D^{-1} S)^{-1} S^T D^{-1} Y \qquad (24)$$

로서 구해진다. 여기서 D는

$$\begin{aligned}D &= E[TT^T]\\ &= H\Phi P(k/k)\Phi^T H + R \qquad (25)\end{aligned}$$

이다. 만약 통계적 테스트로서 식 (18)를 사용할 경우 식 (20)은

$$\begin{aligned}\Upsilon(k+j) &= z(k+j)-H\Phi^j x(k/k)\\ &= H\left(\sum_{i=0}^{j-1}\Phi^i B\right)u(k)+v(k+j)\\ &\quad +H\Phi^j[x(k)-\hat{x}(k/k)] \qquad (26)\end{aligned}$$

으로 표현되며, j=0에서의 기동발생에서 j=m 에서의 기동의 탐지까지 Φ^i (i=0,...,j-1)에 의해 중첩되어 있는 인너베이션 프로세스에 대하여 일반화된 최소자승추정법을 적용하면

$$\hat{u}_1 = (S_1^T D_1^{-1} S_1)^{-1} S_1^T D_1^{-1} Y_1 \qquad (27)$$

으로 구해진다. 여기서

$$\begin{aligned}Y_1^T &= [\{z(k+1)-H\Phi^1\hat{x}(k/k)\}^T, \{z(k+2)-\\ &\quad H\Phi^2\hat{x}(k/k)\}^T, \ldots, \{z(k+m)-\\ &\quad H\Phi^m\hat{x}(k/k)\}^T] \qquad (28)\\ S_1^T &= [\{HB\}^T, \{HB+H\Phi^1 B\}^T, \ldots, \{H(\sum_{i=0}^{m-1}\Phi^i B)\}^T]\\ T_1^T &= [\{H\Phi^1[x(k)-\hat{x}(k/k)]\}^T, \{H\Phi^2[x(k)-\\ &\quad \hat{x}(k/k)]\}^T, \ldots, \{H\Phi^m[x(k)-\hat{x}(k/k)]\}^T]\end{aligned}$$

로서 Y_1과 T_1은 3m×1 벡타이고, S_1은 3m×3 행렬이고,

$$D_1 = E[T_1 T_1^T] \qquad (29)$$

으로 정의된다.

4. 적응필터의 구성

앞 절에서 논의된 FDI 방법의 절차에 의하여 기동발생의 탐지와 기동입력이 추정되었을 때 정상상태의 칼만필터에 의해 추정된 상태벡타에 대하여 추정된 기동입력에 의한 상태벡타의 보상량을 더해 주므로써 현 시점에서의 보상된 추정값을 구할 수 있다. 식 (24)의 경우에는

$$\hat{x}_{adp}(k/k) = \hat{x}_{cal}(k/k) + (HB)\hat{u} \qquad (30)$$

으로 보상되고 식 (27)의 경우에는

$$\hat{x}_{adp}(k/k) = \hat{x}_{kal}(k/k) + [H(\sum_{i=0}^{m-1}\Phi^i B)]\,\hat{u}_1 \quad (31)$$

으로 보상된다. 또한 추정오차분산을 증가시킴으로써 필터게인이 증가되어 다음 시점에서의 추정치를 보상해 줄 수 있다. 식 (24)의 경우에 대하여

$$P_{adp}(k/k) = P_{kal}(k/k) + (HB)L^{-1}(HB)^T \quad (32)$$

이고 여기서

$$L = (HB)^T[H\Phi P(k/k)\Phi^T H](HB) \quad (33)$$

이며, 식 (27)에 대해서는

$$P_{adp}(k/k) = P_{kal}(k/k) + [H(\sum_{i=0}^{m-1}\Phi^i B)]L_1^{-1}[H(\sum_{i=0}^{m-1}\Phi^i B)]^T \quad (34)$$

이다. 여기서 L_1은 식 (28),(29)를 이용하면

$$L_1 = (S_1^T D_1^{-1} S_1)^{-1} \quad (35)$$

으로 주어진다.

또한 표적이 계속적으로 기동을 행할 때는 다음 시점에서의 예측자를 개선해 주므로써 표적의 기동에 적응할 수 있다. 식 (24)의 경우에는

$$\hat{x}_{adp}(k+1/k) = \Phi\hat{x}_{adp}(k/k) + B\hat{u} \quad (36)$$

로 표현될 수 있고, 식 (27)의 경우에는

$$\hat{x}_{adp}(k+1/k) = \Phi\hat{x}_{adp}(k/k) + B\hat{u}_1 \quad (37)$$

으로 표현된다.

5. 시뮬레이션

본 논문에서 논한 적응필터에 대하여 추적성능과 정상상태의 거동특성을 조사하기 위하여 다음과 같이 시뮬레이션을 수행하였다.

표적에 대한 모델은 아래와 같이 선형 이산 시스템으로 가정하였다.

$$x(k+1) = \Phi x(k) + Bu(k) + Gw(k) \quad (38)$$

여기서 상태벡타 $x(k)=[\,x\ y\ z\ \dot{x}\ \dot{y}\ \dot{z}\ \ddot{x}\ \ddot{y}\ \ddot{z}\,]^T$이고 $u(k)=[u_x u_y u_z]^T$로서 기동입력이며, $w(k)$는 초기속도의 10 % 에 해당하는 백색 가우시안 잡음으로 인가된다고 가정하였다. 측정 시스템은 추적레이다를 사용한다고 가정하였고 비행표적에 대하여 사정거리, 방위각, 고각을 측정할 수 있다고 가정하였다.

$$z(k) = \begin{bmatrix} r(k) \\ \theta(k) \\ \phi(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{x^2+y^2+z^2} \\ \tan^{-1}(y/x) \\ \tan^{-1}(z/\sqrt{x^2+y^2+z^2}) \end{bmatrix} + v(k) \quad (39)$$

측정위치는 기준좌표계의 원점에 둔다고 가정하였고 측정의 가능성은 100 % , 샘플링 주파수 50 Hz, 관측잡음은 사정거리에 대하여 $\sigma_r^2=(15\text{m})^2$, 고각및 방위각에 대하여 $\sigma_\phi^2=\sigma_\theta^2=(0.002\ \text{rad/s})^2$인 백색 가우시안 잡음으로 가정하였다.

표적에 대한 기동 시나리오는 초기위치 A(x_i=2000 m, y_i=0 m, z_i=500 m)에서 초기속도 200 (m/sec)로서 z 방향의 최고위치가 1000 m 가되도록 반경 2000 m 를 유지하는 회전을 한다고 가정하였고, 3g 에 해당하는 가속입력이 최종위치 B(x_f=-2000 m, y_f=0 m, z_f= 500 m) 까지 계속적으로 인가된다고 가정하였다.

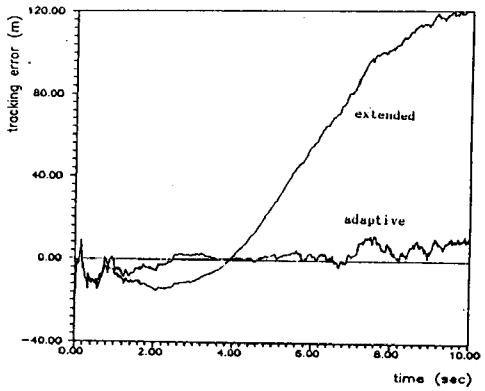

그림4 필터의 x-축 추적오차

6. 결 론

시뮬레이션 결과를 토대로 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

기동을 수반하는 표적의 상태추정을 수행할 경우 확장 칼만필터는 기동입력에 적응할 수 있는 능력이 없으므로 추정오차가 누적되어 표적의 상태추정에 실패하고 만다. 본 연구에서 논의된 적응필터는 기동입력을 직접적으로 추정하는 방법으로서 시뮬레이션 결과에서도 보듯이 기동표적의 상태추정을 잘 수행한다. 그러나 기동발생 여부를 결정짓는 쓰레숄드의 선택이 어려웠으며 경우에 따라 χ^2테이블을 사용하여 구할 수 있는 잘못된 탐지의 확률과 실시간 추정을 위한 계산시간 사이및 추정의 정밀도를 고려하여 절충한 적당한 값으로 선택해야 한다.

References

. J.J.Gertler,"Survey of Model-Based Failure Detection and Isolation in Complex Plants," IEEE Control System Magazine,pp.3-11, Dec. 1988