

LQG/LTR 방법을 이용한 강인한 터렛서보
제어기 설계

김인환*, 김종화*
*부산대학교 대학원

이만형**
**부산대학교 정밀공학과

Design of a Robust Turret-Gun Servo
Controller Using LQG/LTR Method

In-Hwan Kim, Jong-Hwa Kim and Man-Hyung Lee
Pusan National University

Abstract

In this paper, the LQG/LTR design method is applied to the third order linear time invariant plant model which is the SISO turret-gun servomechanism. The dynamic characteristics and the performance of the LQG/LTR controller are analyzed by the computer simulation, and compared with those of PID controller which has been already applied to the turret servomechanism under the same design specifications.

1. 서론

제어시스템의 설계목적은 설계모델에 대한 공칭안정도(Nominal Stability) 및 모델링오차에 대한 강인한 안정성(Stability-Robustness)을 보장하고, 기준입력에 대한 명령추종, 외란제거 및 측정잡음에 대한 저감도등의 시스템성능을 향상시키는데 있다.

지난 10여년 동안 다변수 제어 시스템의 강인한 제어기 설계에 관한 많은 연구 결과들이 제시되었다. 대표적인 것으로 1980년대초 Dolye 와 Stein[2]이 발표한 논문으로서 모델링오차와 강인성 문제를 고려하고, 주파수역과 시간역을 동시에 고려하여 설계하는 LQG/LTR(Liner Quadratic Gaussian Control with Loop Transfer Recovery) 방법을 들 수 있다.

본 논문에서는 동복성이 크고 빠른 속도로 작동함으로써 외란의 영향이 크고, 모델화 되지않은 항들을 많이 내포하고있는 터렛서보 시스템의 제어를 위하여 LQG/LTR방법을 적용하여 강인한 제어기를 설계한후, 시뮬레이션을 통하여 성능을 검증하고 PID제어기와 비교·분석하고자 한다.

2. LQG/LTR 제어이론

2.1 개요

1980년대초 Dolye와 Stein[2]은 강력한 다변수 제어시스템 설계방법인 LQG/LTR 방법을 개발하였다. LQG/LTR방법은 LQG의 목적함수에 포함되어있는 설계변수들을 새로운 시각에서 이해함으로써 즉, 최소제곱오차(Least Square Error)를 얻는 것이 아니라 루우프형성(Loop Shapping)문제로서 설계변수 선정에 융통성을 부여한 설계기법이다.

2.2 모델기준 보상기.

피제어 개루우프시스템의 상태공간 모델식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) + Ld(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \quad (1)$$

여기에서 $x(t) \in R^n$ 은 상태벡터, $u(t) \in R^m$ 은 제어 입력벡터, $d(t) \in R^m$ 은 외란벡터 그리고 $y(t) \in R^m$ 은 출력벡터를 나타낸다.

모델기준 보상기의 동력학을 정의하기 위하여, 플랜트 상태벡터 $x(t)$ 와 동일차원의 보상기벡터 $\hat{x}(t) \in R^n$ 을 정의하면, 모델기준 보상기의 상태공간 모델식은 다음과 같이 표시된다.

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}(t) &= A\hat{x}(t) + Bu(t) + Hv(t) \\ v(t) &= y(t) + n(t) - r(t) - C\hat{x}(t) \\ u(t) &= -G\hat{x}(t) \end{aligned} \quad (2)$$

여기에서 $r(t)$ 는 기준입력, $n(t)$ 는 센서잡음 그리고 $v(t)$ 는 이노베이션(Innovation)을 나타낸다.

2.3 목표필터 부우프 설계

목표필터 부우프의 전달함수 $G_f(s)$ 는 다음과 같다.

$$G_f(s) = C\phi(s)H \quad (3)$$

여기에서 $\phi(s)$ 는 $(SI-A)^{-1}$, H는 필터계인행렬이다. 가상적인 외란과 측정잡음을 고려하여 수정된 설계 플랜트 모델식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) + L\xi(t) \\ y(t) &= Cx(t) + \theta(t) \end{aligned} \quad (4)$$

여기에서 $\xi(t)$ 는 가상적인 외란 백색잡음이고, $\theta(t)$ 는 가상적인 센서 백색잡음이다.

$$E[\xi(t)] = 0, E[\xi(t)\xi(\tau)^T] = I\delta(t-\tau)$$

$$E[\theta(t)] = 0, E[\theta(t)\theta(\tau)^T] = \mu I\delta(t-\tau)$$

필터 계인행렬 H는 가상적인 측정잡음에 대하여 칼만 필터링 문제를 해결함으로써 구할 수 있다.

3. 제어기 설계

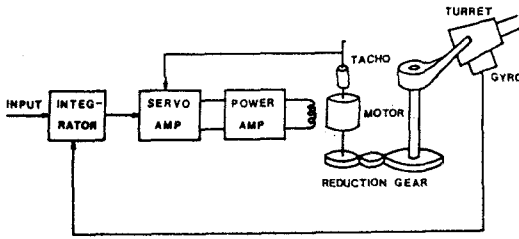


그림 1 피 제어 시스템의 구성도

그림 1의 피제어시스템에 대한 선형근사 모델의 계부프 시스템 상태방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_p(t) &= A_p x_p(t) + B_p u_p(t) \\ y(t) &= C_p x_p(t) \end{aligned} \quad (5)$$

여기에서

$$A_p = \begin{bmatrix} -222.2 & 0 & 0 \\ 666.6 & -666.6 & -3.2 \times 10^{-3} \\ 0 & 0.007 & -0.008 \end{bmatrix}, B_p = \begin{bmatrix} 5.1 \times 10^{-3} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C_p = [0 \ 0 \ 10]$$

을 나타낸다.

제어기 설계사양은 다음과 같다.

- 1) 일정한 명령과 외란 입력에 대한 0 정상상태 오차.

- 2) 출력측으로 반영된 모델링오차 $E(j\omega)$ 에 대하여 다음의 안정도-강인성을 만족시키는 최대 대역폭을 갖는 시스템

$$\bar{\sigma}[E(j\omega)] < \omega/140 \quad (6)$$

플랜트 $G_p(s)$ 는 적분요소를 포함하고 있지 않으므로 설계사양 1)을 만족시키기 위해서는 적분요소를 첨가한 설계플랜트 모델을 고려해야 한다. 이때 적분요소를 첨가한 설계플랜트 모델의 상태방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t), x(t) \in \mathbb{R}^4, u(t) \in \mathbb{R}^1 \\ y(t) &= Cx(t), y(t) \in \mathbb{R}^1 \end{aligned} \quad (7)$$

여기에서

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ B_p & A_p \end{bmatrix},$$

$$B = [1 \ 0 \ 0 \ 0]^T, C = [0 \ 0 \ 0 \ 10]$$

을 나타낸다.

이때 설계사양을 만족하는 설계변수 μ 는 5.0×10^{-5} , ρ 는 1.0×10^{-2} 이다.

4.2 PID 제어기 설계

PID 보상기의 설계변수선정은 Ziegler-Nichols 조정방법을 이용하여 1차 선정하고, 설계사양을 만족할 수 있도록 시행착오적으로 재조정하여 선정하였다. 최종적으로 선정된 PID 보상기의 전달함수는 다음과 같다.

$$K(s) = 0.58 + 0.24/s + 7.17 \times 10^{-3} s \quad (8)$$

4. 시뮬레이션 결과 및 고찰

목표필터 부우프 PID 제어기의 부우프 전달함수의 부우프형상은 설계사양을 만족한다. 시뮬레이션 결과 LQG/LTR 제어기 부우프 전달함수의 특이값 형상은 ρ 값이 10일 때 목표필터 부우프의 특이값 모양으로 잘 회복되었다. 이것은 고차주파수 위로 1 데케이드(Decade)까지 회복하는데 필요한 값이다.

LQG/LTR과 PID 제어시스템은 모두 적당한 제어입력이 요구됨을 알 수 있다.

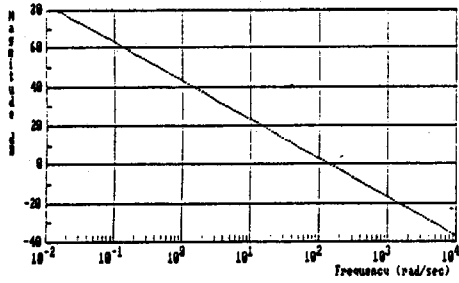


그림 2 LQG/LTR 목표필터부우프 전달함수의 크기 보드선도

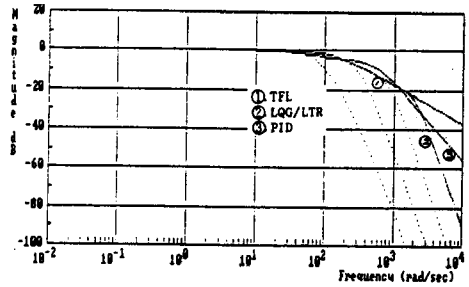


그림 6 페루우프 전달함수의 크기 보드선도

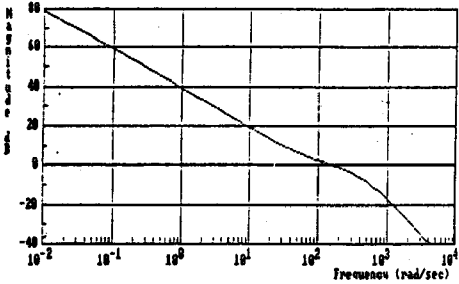


그림 3 PID 제어기 부우프 전달함수의 크기 보드선도

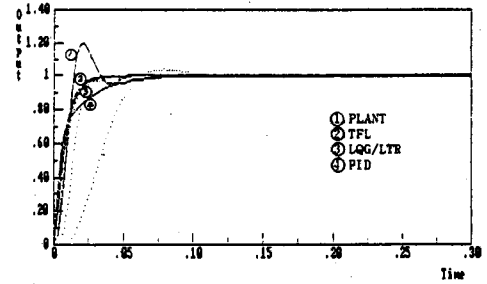


그림 7 단위스텝 기준입력에 대한 시간응답

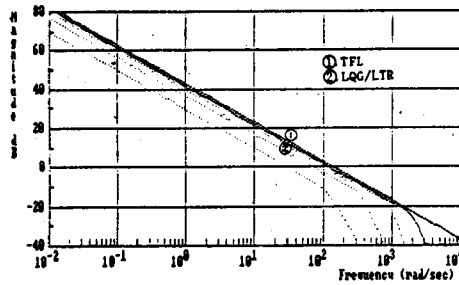


그림 4 ρ 값의 변화에 따른 LQG/LTR 부우프 전달함수의 크기 보드선도

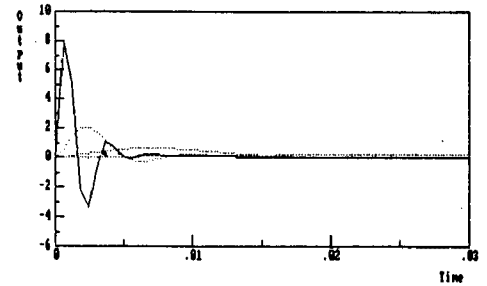


그림 8 단위스텝 기준입력에 대한 LQG/LTR 제어입력

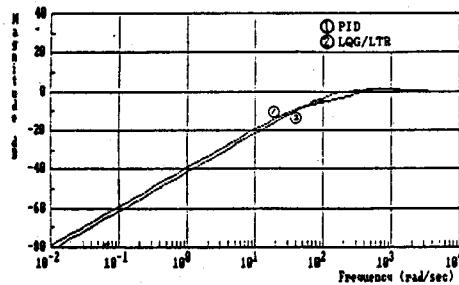


그림 5 감도전달함수의 크기 보드선도

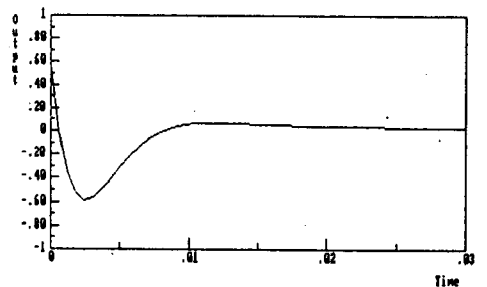


그림 9 단위스텝 기준입력에 대한 PID 제어입력

5. 결론

시뮬레이션을 통하여 얻은 결과를 종합하면 다음과 같다.

- (1) LQG/LTR 방법은 LQ, LQG 및 PID제어기등의 시행착오적인 설계기법과는 달리 조직적으로 설계변수를 선정할 수 있는 강력한 제어기 설계기법이다.
- (2) LQG/LTR 방법은 제어이득변수 $\rho \rightarrow 0$ 일때 LQG/LTR 제어시스템의 루우프 전달함수 특이값이 목표필터 루우프 특이값 모양으로 잘 회복되었다. 그러므로 실제플랜트에 대하여 더욱 정확하게 모델링을 하면 시뮬레이션을 통하여 얻어진 결과가 실제플랜트와 잘 일치할 것으로 판단된다.
- (3) 기준입력과 외란입력이 에너지를 갖는 저주파수역에서 LQG/LTR 제어시스템이 PID 보다 더 강인한 성능을 갖는다.
- (4) LQG/LTR과 PID 제어시스템은 모두 센서잡음이 에너지를 갖고 모델링오차의 영향을 많이

받는 고주파수역에서 모두 강인한 성능 및 안정성을 갖는다. LQG/LTR 제어기는 ρ 값을 작게하여 이들의 강인성을 향상시킬 수 있으므로 PID 제어기보다 유리하다. 그러나 ρ 값을 작게하면 제어입력이 증가하므로 적절한 ρ 값의 선정이 요구됨을 확인하였다.

참고 문헌

1. M.G.Safonov, "Stability and Robustness of Multivariable Feedback systems," Cambridge, MIT Press, 1980
2. J.C.Doyle and G.Stein, "Multivariable Feedback Design : Concepts for a Classical/Modern Synthesis," IEEE Trans. on Automatic Control, Vol.AC-26, pp.4-16, Feb. 1981
3. N.A.Lehtomaki, N.R.Sandell, Jr., and M.Athans, "Robustness Results in Linear Quadratic Gaussian Based Multivariable Control Design," IEEE Trans. on Automatic Control, Vol.AC-26, pp. 75-92, Feb. 1981
4. J.M.Martin, "A Note on the Fundamental Robustness Theorem of Lehtomaki," IEEE Trans. on Automatic Control, Vol.AC-31, pp.255-258, March 1986
5. J.S.Kim, "Nonlinear Multivariable Control Using Statistical Linearization and Transfer Recovery," Ph.D Dissertation, M.I.T., Jan. 1987