FEM과 BEM의 혼합 적용에 의한 LIM의 단부효과 특성에 관한 연구

임 달 호, 최 창 규, 김 규 탁, 김 근 웅*
(한양 대학교 전기공학과)

A Study on the Characteristic Analysis of End Effect in SLIM by the Combination of FEM and BEM

Dal-Ho Im, Chang-Gyu Choi, Gyu-Tak Kim, Keun-Woong Kim
Dept. of Electrical Eng. Hanyang University

ABSTRACT

In this paper, We analyzed the End Effect of Single-sided Linear Induction Motor by combination of Finite Element Method in Active region and 0- 1 order Boundary Element Method in Entry, Exit region.

1. 서 론

차륜과 레일간의 접착력에 의해 추진력을 발생하는 종래의 철도와는 달리 선형 유도 전동기를 이용한 Linear Motor Car는 전기에너지를 직접 역학적 에너지를 변환하여 추력을 발생하므로 차륜이 필요치 않아 저상화가 가능하며 터널 단면적을 크게 줄일 수 있다. 또한 급커브 및 급구배에서의 운전도 가능하며 도심과 같은 밀집 지역에서의 노선 설정이 기존 전철보다 훨씬 수월하여 대중 교통수단으로 각광을 받고 있으며 회전부가 존재하지 않아 원심력에 의한 속도제한이 없어 자기부상 초고속 전철의 구동원 으로서 연구 개발이 활발히 진행되고 있다.

이와 같이 선형 유도 전동기를 고속에 응용하는 경우 입구단과 출구단이라고 하는 양 단부의 존재로 인한 End Effect가 발생하여 공극 자속의 불평형, 발생추력의 저하등 전동기의 제반 특성에 악 영향을 미치므로 이에 대한 연구가 활발히 진행되고 있다.

그러나 지금까지 단부효과에 대한 특성 해석은 일차 철심이 자계 진행 방향으로 무한히 연장되어 있고 인접한 권선간 자기적 상호작용이 무시될 정도로 충분히 긴 주기로 분포된 일차 권선을 가정한 Fouirer 변환법이나 공간 고조파 해석법을 이용하여 해석 하고 있다. 이는 기자력 분포의 불연속에 의한 단부효과의 해석은 가능하나 철심 길이가 유한하여 나타나는 단부효과는 해석할 수 없는 단점이 있다.

따라서 본 연구에서는 Active 영역내의 매질이 불균일한 영역에서는 수치 해법으로 널리 이용되고 있는 유한요소법을 적용하고 입,출구단부의 외부영역에는 0-1차 혼합요소를 이용한 경계요소법을 적용하여 편측식 선형 유도 전동기의 End Effect 특성을 규명하였다.

2. 해석 모델 및 적용 이론

그림 1과 같은 편측식 선형 유도 전동기의 단부효과를 유한요소법과 경계요소법을 혼합적용하여 해석하기 위하여 다음과 같은 가정을 두었다.

1) 입력전류는 z방향 성분만 존재하며 z방향의 변화는 무시한다.

2) 2차 도체판의 표피효과는 무시하며 2차측은 x축 방향으로만 이동한다.

3) 자계는 준정상 상태로 변위 전류는 무시한다.

4) 각 해석 영역의 재질은 등방성이며 균일하다.

이상과 같은 가정하에서 Maxwell의 전자방정식을 적

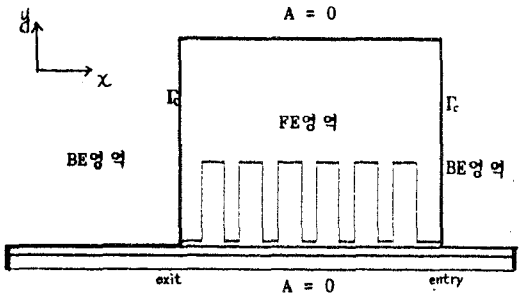


그림 1. 해 석 모 델

용하면 식 1)과 같은 벡터 포텐셜에 대한 Poisson방정식이 유도된다.

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\nu\frac{\partial Az}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\nu\frac{\partial Az}{\partial y}\right)-\sigma\left(jwAz+V_2\frac{\partial Az}{\partial x}\right)=-Jz \qquad (1)$$

여기서 Az 및 Jz는 Z방향 성분이며 σ는 도전율, ν는 자기저항율이다.

2-1. 유한요소법의 적용

일반적으로 임의의 해석 영역이 주어진 경우 강계전류가 존재하거나 매질의 형상이 복잡한 영역에 대해서는 유한 요소법을 적용하여 해석하는 것이 편리하다. 유한 요소법이 적용되는 영역인 편측식 선형 유도전동기의 Active Zone은 Possion장으로 지배방정식은 식 1) 처럼 주어진다. 식 1)을 유한 요소법을 적용하여 해석하기 위하여 해석 영역을 1차 삼각요소로 보간하면 임의의 요소내의 포텐셜 A (x,y)는 식 2) 처럼 근사화 된다.

$$A^{(e)}(x,y)=\sum_{i=1}^{3}N_i(x,y)\,A_i \qquad (2)$$

여기서 N (x,y)는 보간함수 또는 형상함수로서

$N_i=\frac{1}{2\Delta}(a_i+b_ix+c_iy)$ 로 주어지며 Δ는 삼각요소의 면적이다. 또한 $a_i=x_j*y_k-x_k*y_j$, $b_i=y_j-y_k$, $c_i=x_k-x_j$ 로 주어지며 i,j,k는 순환수이다.

식 1)에 Galerkin 법을 적용하여 이산화시키면 다음과 같은 식이 유도된다.

$$I_j=\sum_{e=1}^{NT}I_{je}$$

$$=\sum_{e=1}^{NT}\left[\iint_{\Delta}\left(\sum_{i=1}^{3}\left(\nu\frac{\partial N_i}{\partial x}\frac{\partial N_j}{\partial x}+\nu\frac{\partial N_i}{\partial y}\frac{\partial N_j}{\partial y}\right)A_j+\sigma N_{ie}\left(jwA_j+V_2\frac{\partial A_j}{\partial x}\right)-N_jJ\right)dxdy-\oint_{\Gamma c}\nu\frac{\partial A_i}{\partial n}N_i\,dl\right]=0 \qquad (i=1,2,3) \qquad 3)$$

이다. 이를 매트릭스로 표현하면

$$\left[\begin{array}{c:c}C & -\nu B\end{array}\right]\begin{Bmatrix}A\\ \cdots\\ A_n\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}F\\ \cdots\\ 0\end{Bmatrix} \qquad 4)$$

이다.

식 4)의 좌변 계수행렬에서 [- B/μ]는 유한요소법만을 적용하는 경우에는 부가되는 경계조건에 의하여 나타나지 않지만 경계요소법과 유한요소법을 혼합 적용하는 경우에는 경계조건이 주어지지 않으므로 이항이 존재한다. 또한 본 논문에서는 선형 보간함수를 이용하였으므로 임의의 요소내부에서 포텐셜은 선형적으로 변화하며 그 미분치는 일정하게 된다.

2 - 2 경계 요소법의 적용

편측식 유도전동기의 양단부 외부영역은 Laplace장으로서 유한요소 영역 외부의 무한영역으로 지배방정식은 식 5)로 주어진다.

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\nu\frac{\partial A}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\nu\frac{\partial A}{\partial y}\right)=0 \qquad (5)$$

경계조건으로는 유한요소 영역과 접합되는 공통경계 Tc 에서는 A 및 $\partial A/\partial n$ 을 미지변수로 놓았으며 0-1차 혼합요소를 이용하므로서 A 및 An 은 공통 미지수로서 고려하는 것이 가능하다.

식 5)를 Green 정리를 이용하여 정리하면 식 6)과 같다.

$$\frac{\Theta}{2\pi}A+\int_{\Gamma c}A\,G1\,d\Gamma=\int_{\Gamma c}An\,G2\,d\Gamma \qquad (6)$$

여기서

$$G1=\left(\frac{1}{2\pi}\right)\ln\left(\frac{1}{r}\right)$$

$$G2=\frac{\partial G1}{\partial n}=\left(\frac{1}{2\pi}\right)\left(-\frac{1}{r}\right)\frac{\partial r}{\partial n}$$

이다. Θ 는 고찰점 (source 점) P'가 해석영역내 임의의 한 점(관측점)에 어느정도의 영향을 미치는 가를 나타내는 계수로서 2차원 해석에서는 0-2π 사이의 값을 갖는다. 식 6)을 0-1차 혼합요소에 의하여 이산화하면 다음식으로 주어진다.

$$[E]\{A\} - [G]\{An\} = 0 \qquad (7)$$

여기서 [E] 및 [G]는 경계상의 전 절점에 대한 계수 Matrix이다.

2.3 유한 요소 영역과 경계요소 영역의 접합

식 4)와 식 7)을 접합하기 위한 경계조건은 다음과 같다.

$$Af = Ab = A \qquad (8)$$

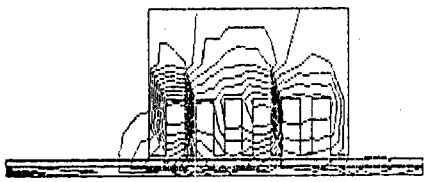
$$Anf = -\frac{\mu f}{\mu b} Anb$$

여기서 첨자 f 및 b는 각각 유한요소 영역 및 경계요소 영역을 의미한다. 식 8) 의 조건에 의하여 식 4) 및 7) 을 접합하면 다음과 같은 행렬 방정식을 얻을 수 있다.

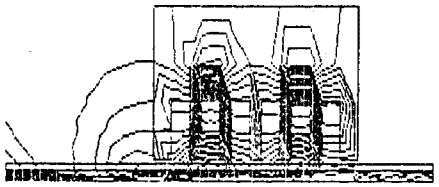
$$\begin{bmatrix} C & \frac{1}{\mu b} B \\ E & -G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ An \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F \\ 0 \end{bmatrix} \qquad (9)$$

3. 해석 결과 및 검토

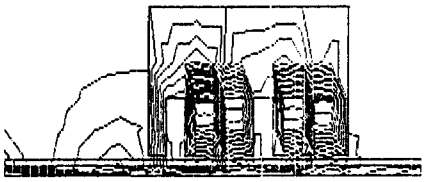
그림 2는 S = 0.1인 경우 시간변화에 따른 자속분포 변화 특성을 고찰하기 위한 것으로서 그림 a)는 t=0, b)는 t= π /6, c)는 t=π /3, d)는 t=2π /3인 경우이다.



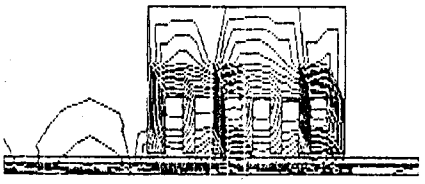
a) wt = 0



b) wt = π /6



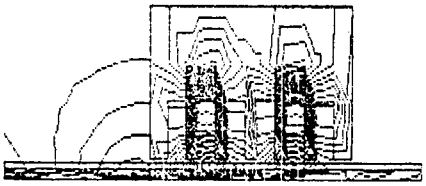
c) wt =π /3



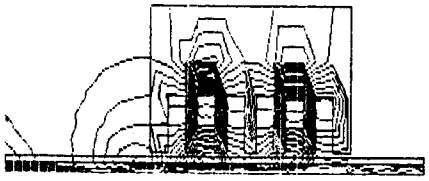
d) wt = 2π /3

그림 2. wt변화에 따른 자속분포

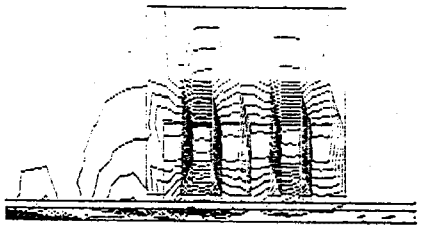
그림 3 은 S = 0.1 인 경우 전원 주파수의 변화에 따른 자속분포를 나타낸 것이다. 속도가 증가할수록 출구단의 2차측에서 발생된 자속이 증가함을 알수 있으며 속도가 증가함에 따라 철심면에 수직으로 자속이 빠져나감을 알 수 있다.



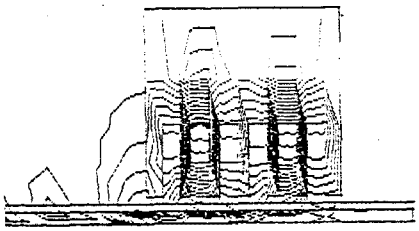
a) f = 60 Hz



b) f = 120 Hz



c) f = 240 Hz



d) f = 480 Hz

그림 3. 주파수 변화에 따른 자속분포

그림 4는 전원 주파수 120Hz인 경우 Slip이 0.2, 1인 경우의 공극 자속밀도의 순시치를 도시한 것이다. 슬립이 1인 경우 출구단 외측의 자속은 존재하지 않으나 S = 0.2인 경우는 출구단 밖에도 큰 자속이 존재하며 End effect가 크게 나타남을 알 수 있다.

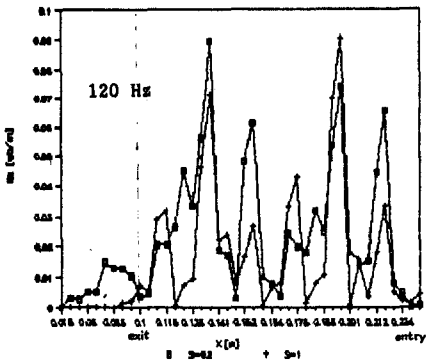


그림 4. 공극 자속 밀도

4. 결 론

본 논문에서는 유한 요소법과 경계요소법의 혼합적용에 의하여 편측식 선형 유도 전동기의 단부효과 특성을 해석하였다. 특히 유한 요소법만으로 선형 유도 전동기를 해석하는 경우 Endd effect 에 의하여 속도변화에 따라 영역을 재 분할하여야 하는 단점은 혼합적용에 의하여 보완할 수 있었으며 계산기의 사용용량은 대폭 절감할 수 있었다.

참 고 문 헌

1. 임달호, 장석명 " 단부효과를 고려한 LIM의 동작특성 해석 " 전기 학회 논문지 Vol 36, No 4, pp 240-251,1987.

2. S. Nonaka, K. Yoshida and K. Ogawa : " Magnetic Fields in High-Speed Linear Induction Motors Taking into Account Finite Length of Primary Cores " Proc. of Int. Conf. on Elect. Machines 76 (Sep. 1980)

3. S. Nonaka and K. Yoshida, " Analysis of linear induction motors using a space harmonic technique ", Transport Without Wheels (edited by E. R. Laithwaite), pp.187-216, Elek Science,London, 1977.

4. J. H. H. Alwash and J. A. H. Al-Ricabi, "Finite-element analysis of linear induction machines " , Proc. IEE, vol. 126, 7, pp. 677-682, Jul. 1979.

5. K. Ogawa and S. Nonaka, "Boundary element analysis of single-sided linear induction motor", Trans. IEE Japan, vol. 105B, 12, pp.985-992, Dec. 1985.

6. 임달호,김찬오, " FEM 과 BEM 의 혼합적용에 의한 정상자계의 해석에 관한 연구 " 대한전기학회 논문지 , Vol.34, No. 7, pp.20-26,1985.