

* 홍순찬 ** 오수홍
박민호 * 서울대학교 ** 단국대학교

Analysis of the Three Phase Inductor-Converter Bridge Circuit by Means of State-Space Averaging Method

* Min-Ho Park ** Soon-Chan Hong Soo-Hong Oh

* Seoul National University ** Dankook University

ABSTRACT

In this paper, the time-averaged behavior of the three-phase Inductor-Converter Bridge (ICB) circuit has been analyzed by using the state-space averaging method. The results are in closed form far from the results obtained by using the Fourier series. Therefore, the computational difficulties of the infinite Fourier series can be avoided and the results derived in this paper are available especially in real time control.

Unlike the SFC, S*LCL, DFC and other circuits which have time varying switching intervals for a constant time-averaged value of coil voltage, the ICB circuits operate with a clock-driven sequence of gate pulses which have constant switching intervals.

1. 서론

에너지를 저장할 수 있는 전기소자는 이론적으로 인덕터와 커패시터이다. 그러나 먼저 실용화되어 있는 것은 커패시터이다. 이는 인덕터에 에너지를 저장하려면 연속전류를 흘려야 하는데 이때 도선의 내부저항에 의한 손실이 발생하기 때문이다. 그러나 근년에 일부에서 실용화되고 있는 초전도체를 이용한 코일은 손실이 없는 인덕터로 간주할 수 있다. 실제로 수십 Henry 정도의 초전도 코일의 내부저항이 수~수십 nano-ohm 정도이다. 더군다나 최근에 보다 높은 온도에서 초전도성질을 나타내는 초전도체의 개발로 인하여 유도성 에너지 저장장치의 중요성은 증대되고 있다.

초전도 코일은 무시할 수 있을 정도의 내부저항으로 인하여 손실이 아주 적기 때문에 에너지면에서 매우 경제적이며 강력한 자장을 발생시킬 수 있기 때문에 가속기 등에 사용되고 있다[1]. 따라서 초전도 코일은 산업계나 연구소에서 점차 많이 사용되고 있다.

초전도 코일에 에너지를 효율적으로 저장 또는 공급하거나 저장된 에너지를 효율적으로 이용하려면 전력변환장치도 역시 손실이 적으며 가급적 역방향 전류제어가 가능하여야 한다. 양방향 전력제어는 특히 반복적으로 에너지가 공급되어야 하는 전자석에서 아주 필요하다[2].

이러한 전력변환 장치로는 SFC, S*LCL, DFC 회로들과 같은 불일정 스위칭 회로와 ICB 회로와 같은 일정 스위칭 회로가 있다[3]. 불일정 스위칭 회로는 코일전압의 일정한 시간평균값을 유지하기 위하여 스위칭구간을 변화시키는 반면에 일정 스위칭 회로는

스위칭구간을 일정하게 유지하고 전전측과 부하측에 연결되어 있는 두 컨버터의 위상차를 변화시키게 된다.

ICB 회로에서의 파형은 주기함수이므로 Fourier 급수에 의하여 해석할 수 있으나 결과가 무한급수의 형태이므로 계산상의 난점이 있으며 특히 실시간 제어(real time control)에는 매우 불리하다. 본 연구에서는 ICB 회로 중에서 에너지 전달률이 가장 높은 삼상 ICB 회로[4]에 상태변수평균화법을 적용하여 해석함으로써 closed form의 결과를 얻고자 한다.

2. 삼상 ICB 회로의 동작

그림 1은 삼상 ICB 회로로서 전전측과 부하측에 각각 삼상 컨버터가 연결되어 있다. 전전측 컨버터와 부하측 컨버터 사이에는 세개의 커패시터가 접속되어 있으며 한 동작주기 동안 전전측 코일에서 이 커패시터를 통하여 극소량의 에너지를 부하코일에 보내거나 받는다. 따라서 두 코일은 한주기 동안에는 일정 전류원으로 볼 수 있다. 또한 커패시터는 삼상 ICB에서 중요한 역할을 하는데 그 하나는 에너지가 이동될 때 에너지를 일시적으로 저장하는 역할을 하며 다른 하나는 전전측 컨버터와 부하측 컨버터에서 스위칭변환이 일어날 때 다른 스위칭 소자를 턴-오프시키기 위해 필요한 역전압을 공급해 준다. 그러므로 다이오스터 사용시에도 커패시터에 의해서 자연전류가 되며 별도의 전류회로를 구성할 필요가 없게 된다.

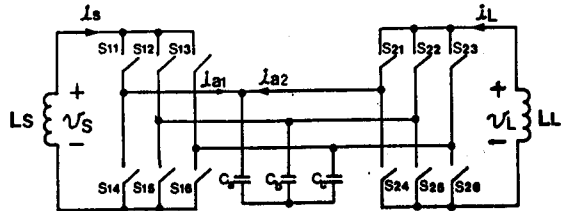


그림 1. 삼상 ICB 회로

두 컨버터의 스위칭 시퀀스는 일반적인 방법과 동일하며 각 스위칭 소자의 도통구간도 2π/3로 동일하지만 두 컨버터 사이의 턴-오프 시점의 차이로 위상차가 생긴다. 주로 이 위상차 제어에 의해서 전전측 컨버터와 부하측 컨버터 사이의 에너지 전달량과 방향이 결정이 된다.

그림 2는 부하측 컨버터의 위상이 전원측 컨버터에 비해 $\phi = (7/60) \cdot \pi$ 만큼 앞선 경우의 전압, 전류의 파형들이다. V_s 와 V_L 의 파형을 살펴보면 에너지가 전원측에서 부하측으로 전달됨을 알 수가 있다.

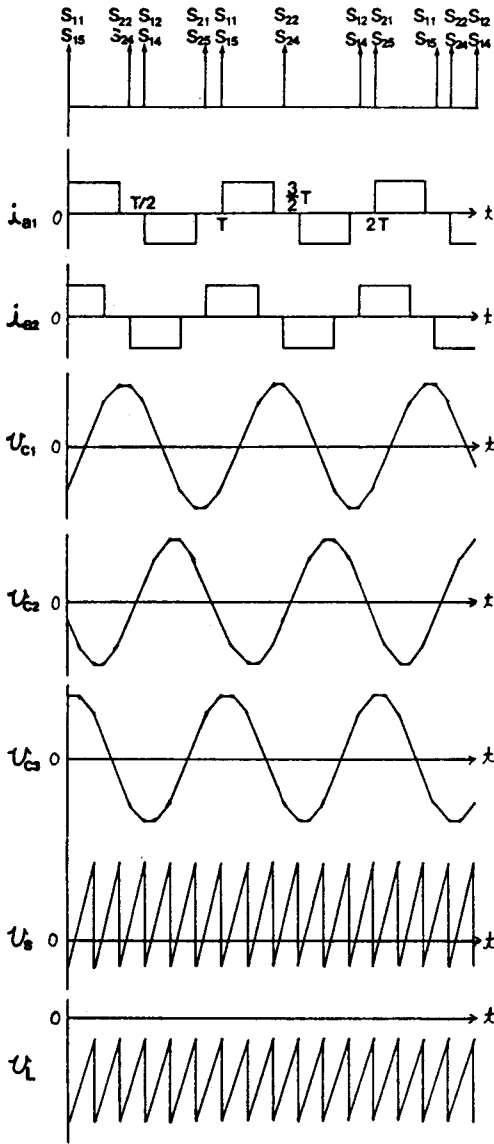


그림 2. 삼상 ICB회로의 전압 및 전류파형

삼상 ICB 회로에서 에너지 전달 초기에 있어서 전원측 코일에만 에너지가 저장되어 있고 부하측 코일에는 에너지가 없다. 그리고 다이리스터를 사용할 경우 첫 주기에서도 턴·오프가 필요하므로 커패시터 C_a, C_b, C_c 는 독립적으로 $-V_0, 0, V_0$ 의 값으로 미리 충전시켜야 한다. 일단 초기 충전전압에 의해서 에너지 전달이 시작되면 커패시터의 전압은 회로의 동작상태에 따라서 자동적으로 형성이 된다.

ICB 회로에서 스위칭변환이 교대로 일어날 때 증폭구간에서 단락회로가 구성되나 이것은 용량이 매우 큰 인덕터 양단간의 단락이기 때문에 회로에는 손상을 주지는 않는다.

3. 동작 모드에 따른 계수행렬

그림 3은 삼상 ICB 회로의 단상으로의 등가회로이며 두개의 전류원은 결국 전원측 코일과 부하측 코일이 된다. 이때 전원측에 흐르는 전류 i_s 는 전원측 컨버터의 스위칭에 따라 정방향, 혹은 역방향 또는 0이 된다. 또한 부하측에 흐르는 전류 i_L 도 부하측 컨버터의 스위칭에 따라 전류는 +, 0, -의 세가지가 될 수 있다. 따라서 동작모드는 그림 4와 같이 총 9가지가 된다.

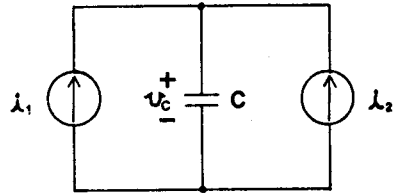


그림 3. 등가회로

그림 4(a)에서

$$V_s = L_s \frac{di_s}{dt} = -V_c$$

$$V_L = L_L \frac{di_L}{dt} = -V_c$$

$$i = C \frac{dV_c}{dt}$$

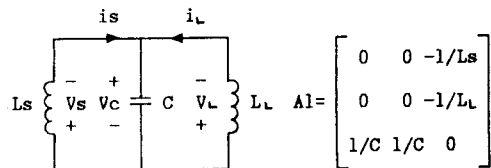
이므로

$$i_s = -\frac{1}{L_s} V_c \tag{1}$$

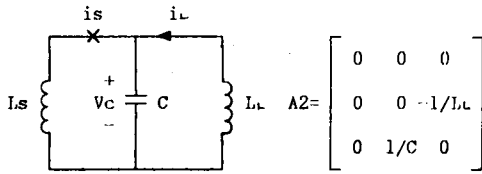
$$i_L = -\frac{1}{L_L} V_c \tag{2}$$

$$V_c = \frac{1}{C} i \tag{3}$$

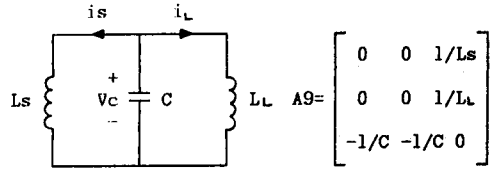
이다. 위의 세 식으로부터 각 모드에서의 계수행렬을 구한 결과는 그림 4에서와 같다.



(a) 모드 1

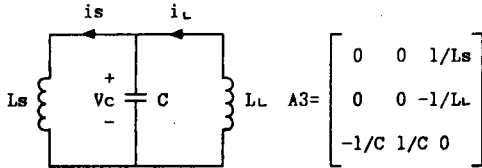


(b) 모우드 2

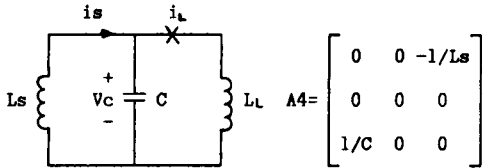


(i) 모우드 9

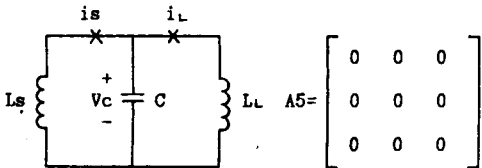
그림 4. 동작 모우드



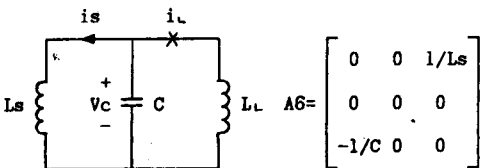
(c) 모우드 3



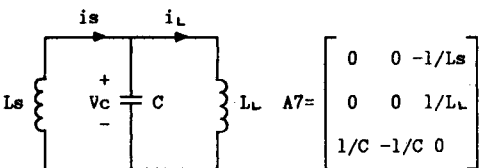
(d) 모우드 4



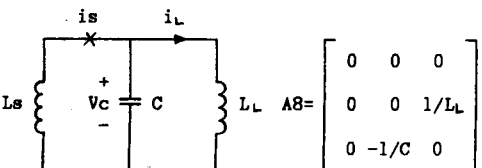
(e) 모우드 5



(f) 모우드 6



(g) 모우드 7



(h) 모우드 8

그림 4에서 다음의 관계를 알 수 있다.

$$\begin{aligned}
 A1 &= -A9 \\
 A2 &= -A8 \\
 A3 &= -A7 \\
 A4 &= -A6 \\
 A5 &= 0
 \end{aligned} \tag{4}$$

4. 상태변수평균화법에 의한 해석

그림 5는 부하측 전류 $i2$ 가 전원측 전류 $i1$ 보다 d 만큼 앞설 경우의 파형이다. 여기서 d 는 주기 T 에 대한 구간의 비율 나타낸다. 그림 5(a)는 전원측의 전류 파형이며 그림 5(b)~(d)는 부하측 전류의 파형으로 위상이 앞서는 정도에 따라서 경우로 구분되며 세 경우 모두 8가지 모우드로 분류된다. 각 구간에서의 계수행렬을 P, Q, R, S, Y, U, V, W 라 하면 각 구간에서의 상태방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 \dot{X} &= PX \quad \text{for } nT < t < nT+d_1 \\
 \dot{X} &= QX \quad \text{for } nT+d_1 < t < nT+d_2 \\
 \dot{X} &= RX \quad \text{for } nT+d_2 < t < nT+d_3 \\
 \dot{X} &= SX \quad \text{for } nT+d_3 < t < nT+d_4 \\
 \dot{X} &= YX \quad \text{for } nT+d_4 < t < nT+d_5 \\
 \dot{X} &= UX \quad \text{for } nT+d_5 < t < nT+d_6 \\
 \dot{X} &= VX \quad \text{for } nT+d_6 < t < nT+d_7 \\
 \dot{X} &= WX \quad \text{for } nT+d_7 < t < nT+d_8
 \end{aligned} \tag{5}$$

$$\begin{aligned}
 \text{단, } X &= [i_s \ i_L \ V_c]^T \\
 d_1 &= d_1 \cdot T \\
 d_2 &= d_1 + d_2 \cdot T \\
 d_3 &= d_2 + d_3 \cdot T \\
 d_4 &= d_3 + d_4 \cdot T \\
 d_5 &= d_4 + d_5 \cdot T \\
 d_6 &= d_5 + d_6 \cdot T \\
 d_7 &= d_6 + d_7 \cdot T \\
 d_8 &= d_7 + d_8 \cdot T
 \end{aligned}$$

식(5)의 해는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 X(t) &= \exp\{P \cdot (t-nT)\} \cdot X(nT) \quad \text{for } nT < t < nT+d_1 \\
 X(t) &= \exp\{Q \cdot (t-nT-d_1)\} \cdot X(nT+d_1) \quad \text{for } nT+d_1 < t < nT+d_2 \\
 X(t) &= \exp\{R \cdot (t-nT-d_2)\} \cdot X(nT+d_2) \quad \text{for } nT+d_2 < t < nT+d_3 \\
 X(t) &= \exp\{S \cdot (t-nT-d_3)\} \cdot X(nT+d_3) \quad \text{for } nT+d_3 < t < nT+d_4 \\
 X(t) &= \exp\{Y \cdot (t-nT-d_4)\} \cdot X(nT+d_4) \quad \text{for } nT+d_4 < t < nT+d_5 \\
 X(t) &= \exp\{U \cdot (t-nT-d_5)\} \cdot X(nT+d_5) \quad \text{for } nT+d_5 < t < nT+d_6
 \end{aligned} \tag{6}$$

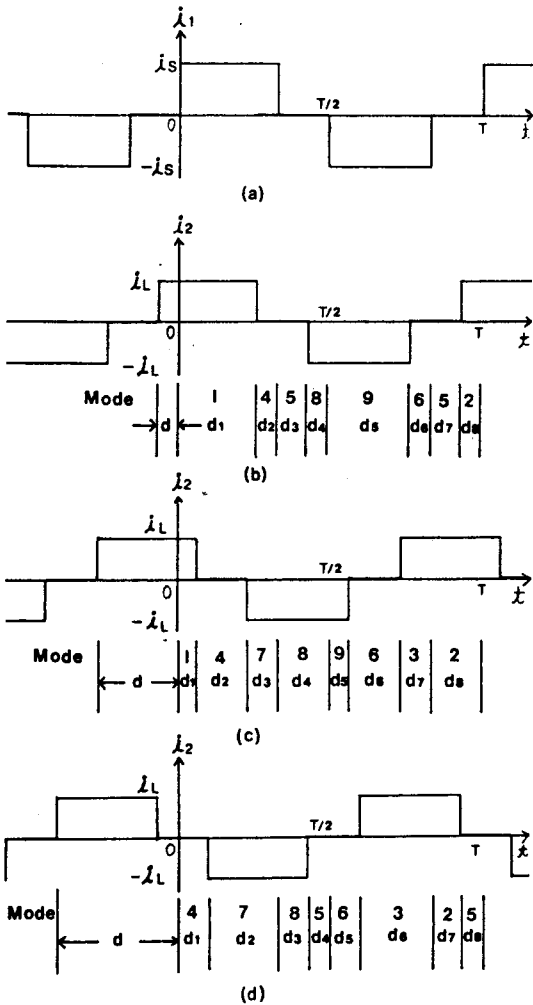


그림 5. 교류측 전류파형.
 (a) 전원측 전류.
 (b) $0 < d < 1/6$ (case 1),
 (c) $1/6 < d < 1/3$ (case 2),
 (d) $1/3 < d < 1/2$ (case 3) 일 경우의 부하측 전류

$$X(t) = \exp\{V \cdot (t-nT-d_1^i)\} \cdot X(nT+d_1^i) \quad \text{for } nT+d_1^i < t < nT+d_7^i$$

$$X(t) = \exp\{W \cdot (t-nT-d_7^i)\} \cdot X(nT+d_7^i) \quad \text{for } nT+d_7^i < t < nT+d_1^i$$

이 식을 전체 상태방정식의 해

$$X(t) = \exp\{A \cdot (t-nT)\} \cdot X(nT)$$

과 $t = (n+1)T$ 에서 비교하면

$$e^{AT} = e^{Pd_1T} \cdot e^{Qd_2T} \cdot e^{Rd_3T} \cdot e^{Sd_4T} \cdot e^{Yd_5T} \cdot e^{Ud_6T} \cdot e^{Vd_7T} \cdot e^{Wd_8T} \quad (7)$$

따라서

$$e^{AT} = \left\{ I + Pd_1T + \frac{(Pd_1T)^2}{2!} + \dots \right\} \cdot \left\{ I + Qd_2T + \frac{(Qd_2T)^2}{2!} + \dots \right\} \cdot \left\{ I + Rd_3T + \frac{(Rd_3T)^2}{2!} + \dots \right\} \cdot \left\{ I + Sd_4T + \frac{(Sd_4T)^2}{2!} + \dots \right\} \cdot \left\{ I + Yd_5T + \frac{(Yd_5T)^2}{2!} + \dots \right\} \cdot \left\{ I + Ud_6T + \frac{(Ud_6T)^2}{2!} + \dots \right\} \cdot \left\{ I + Vd_7T + \frac{(Vd_7T)^2}{2!} + \dots \right\} \cdot \left\{ I + Wd_8T + \frac{(Wd_8T)^2}{2!} + \dots \right\} \\ = I + Pd_1T + Qd_2T + Rd_3T + Sd_4T + Yd_5T + Ud_6T + Vd_7T + Wd_8T + \dots \quad (8)$$

각 경우에서의 계수행렬은 표 1과 같다.

표 1. 계수 행렬

case	P	Q	R	S	Y	U	V	W
1	A_1	A_4	A_5	A_8	A_9	A_6	A_3	A_2
2	A_1	A_4	A_7	A_8	A_9	A_6	A_3	A_2
3	A_4	A_7	A_8	A_5	A_6	A_3	A_2	A_5

또한 그림 5로부터 각 경우에 있어서의 구간비 사이의 관계를 구하면 다음과 같다.

$$\text{Case 1 : } \begin{aligned} d_1 &= d_5 = 1/3 - d \\ d_2 &= d_4 = d_6 = d_8 = d \\ d_3 &= d_7 = 1/6 - d \end{aligned} \quad (9)$$

$$\text{Case 2 : } \begin{aligned} d_1 &= d_5 = 1/3 - d \\ d_2 &= d_4 = d_6 = d_8 = 1/6 \\ d_3 &= d_7 = d - 1/6 \end{aligned} \quad (10)$$

$$\text{Case 3 : } \begin{aligned} d_1 &= d_3 = d_5 = d_7 = 1/2 - d \\ d_2 &= d_6 = d - 1/6 \\ d_4 &= d_8 = d - 1/3 \end{aligned} \quad (11)$$

그러므로 표 1과 식(4), (9)~(11)의 관계를 고려하면 세 경우에 모두

$$\begin{aligned} Pd_1T &= -Yd_5T \\ Qd_2T &= -Ud_6T \\ Rd_3T &= -Vd_7T \\ Sd_4T &= -Wd_8T \end{aligned} \quad (12)$$

의 관계가 성립됨을 알 수 있다. 따라서 식(8)의 1차항은 모두 0이 되므로 최소한 2차항까지 고려하여야 한다. 2차항까지 고려하면 계수행렬 A는 다음과 같이 놓을 수 있다.

$$A = \frac{1}{T} \left[\begin{aligned} & \{ (Pd_1T) \cdot (Qd_2T) - (Qd_2T) \cdot (Pd_1T) \} \\ & + \{ (Pd_1T) \cdot (Rd_3T) - (Rd_3T) \cdot (Pd_1T) \} \\ & + \{ (Pd_1T) \cdot (Sd_4T) - (Sd_4T) \cdot (Pd_1T) \} \\ & + \{ (Qd_2T) \cdot (Rd_3T) - (Rd_3T) \cdot (Qd_2T) \} \\ & + \{ (Qd_2T) \cdot (Sd_4T) - (Sd_4T) \cdot (Qd_2T) \} \\ & + \{ (Rd_3T) \cdot (Sd_4T) - (Sd_4T) \cdot (Rd_3T) \} \end{aligned} \right] \quad (13)$$

그림 5에서 $0 < dT < T/6$ 인 경우에 계수행렬을 구하면

$$(Pd_1T)(Qd_2T) - (Qd_2T)(Pd_1T) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ LsC & & \\ -1 & & 0 \\ LcC & & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} d_1, d_2 T^2$$

$$(Pd_1T) \cdot (Rd_3T) - (Rd_3T) \cdot (Pd_1T) = 0$$

$$(Pd_1T)(Sd_4T) - (Sd_4T)(Pd_1T) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ LsC & & \\ -1 & & 0 \\ LcC & & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} d_1, d_2 T^2$$

$$(Qd_2T) \cdot (Rd_3T) - (Rd_3T) \cdot (Qd_2T) = 0$$

$$(Qd_2T)(Sd_4T) - (Sd_4T)(Qd_2T) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ LsC & & \\ -1 & & 0 \\ LcC & & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} d_2 T^2$$

$$(Rd_3T) \cdot (Sd_4T) - (Sd_4T) \cdot (Rd_3T) = 0$$

이므로

$$A = \begin{bmatrix} 0 & (2d_1+d_2)d_2 \cdot T & 0 \\ LsC & & \\ -(2d_1+d_2)d_2 \cdot T & 0 & 0 \\ LcC & & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (14)$$

이다. 식(14)에서 is를 구하여 $d = \frac{t}{T} = \frac{\phi}{2\pi}$ 의 관계를 이용하면

$$\begin{aligned} is &= \frac{1}{LsC} (2d_1+d_2)d_2 \cdot T \cdot i_L \\ &= \frac{1}{\omega LsC} \left(-\frac{\phi^2}{2\pi} + \frac{2}{3} \phi \right) \cdot i_L \end{aligned} \quad (15)$$

의 관계를 얻으므로 삼상 ICB 회로에서 전달되는 평균 에너지는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} Pa &= 3 \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} Ls \cdot is^2 \right) \\ &= 3Ls \cdot is \cdot \dot{is} \\ &= \frac{3is \cdot i_L}{2\pi \omega C} \left(-\phi^2 + \frac{4\pi}{3} \phi \right) \\ &\quad \text{for } 0 < \phi < \pi/3 \end{aligned} \quad (16)$$

다른 경우에서 전달되는 평균에너지도 같은 방법으로 구하면 다음과 같다.

$$Pa = \frac{3is \cdot i_L}{\pi \omega C} \left(-\phi^2 + \pi \phi - \frac{\pi^2}{18} \right) \quad \text{for } \pi/3 < \phi < 2\pi/3 \quad (17)$$

$$Pa = \frac{3is \cdot i_L}{2\pi \omega C} \left(-\phi^2 + \frac{2\pi}{3} \phi + \frac{\pi^2}{3} \right) \quad \text{for } 2\pi/3 < \phi < \pi \quad (18)$$

5. 결 론

ICB 회로에서의 전압 및 전류의 파형은 주기함수이므로 종래에는 주로 푸리에 급수를 이용하여 해석하였다. 그러나 해석결과가 무한급수의 형태로 나타나므로 에너지 전달 특성이 명확하지 않으며 특히 고성능 제어를 필요로 할 경우에는 많은 계산 시간을 요구하므로 closed form 형태의 해가 필요하게 된다.

본 연구에서는 상태변수 평균화법을 도입하여 삼상 ICB 회로를 해석하였으며 그 결과 closed form의 해를 얻었다. 이러한 형태의 해는 종래의 푸리에 급수에 의한 해석 결과보다 좀 더 명확한 결과이며 이로 인하여 실시간 제어를 할 경우에 보다 빠르고 정확한 제어가 가능해진다.

참 고 문 헌

- [1] M. Ehsani and R. L. Kustom, "A Bilateral Power Supply with Energy Storage Buffer for the Superconductive Coils of Large Particle Accelerators", IEEE Transactions on Nuclear Science, Vol. NS-32, No.5, Oct. 1985.
- [2] M. Ehsani, R. L. Kustom, and R. W. Boom, "A One-phase Dual Converter for Two Quadrant Power Control of Superconducting Magnets", IEEE Transactions on Magnetics, Vol. MAG-21, No.2, March 1985.
- [3] M. Ehsani and R. L. Kustom, "Converter Circuits for Superconductive Magnetic Energy Storage", Texas A&M University Press, 1988.
- [4] 홍순찬, "신에너지 이용을 위한 전력변환장치", IEEE 한국지회 Power Electronics Technology Seminar, 1988.