

A Study on the Dynamic characteristics of Asymmetrical  
Induction Machines

Su Ho Yu Ill Chun Lee Young Moon Hwang  
Pusan National University

**Abstract**

In this paper, the dynamic characteristics of asymmetrical two-phase induction motors are investigated for improving its dynamic performances. The equations which describe the dynamic performance of asymmetrical two-phase induction motors are established and analyzed dynamic characteristics by digital computer simulation. The differential equation is solved by the algorithm of predictor-corrector method. The effects due to machine parameters are analyzed.

**1. 서 론**

단상 유도전동기는 3상 유도전동기에 비하여 기동 토크가 적으며 운전 역률 및 효율이 낮고 전동 토크가 큰 것이 결점이다. 이러한 단점을 개선하고 실용성을 향상시키기 위한 연구의 일환으로 단상 유도기의 과도 토크 특성을 해석할 필요가 있다.

본 연구에서는 비대칭 2상 유도기의 과도 토크 특성을 해석하기 위해 이것의 일반화된 동특성 방정식을 유도하고<sup>1)</sup> 이것에서 수치 해석법을 이용하여 미분방정식을 풀어하여 비대칭 2상 유도기의 동특성을 해석한다. 즉, 이 전동기에 대하여 완전한 자유 가속 특성을 분석하고, 이것으로부터 각 비대칭 성분에 대한 과도 토크 특성의 영향을 분석하여 각 비대칭 요소가 동특성에 미치는 영향을 해석하고자 한다. 또한 영구 콘덴서형 단상 유도기에 대한 토크 특성도 살펴보았다.

**2. 비대칭 자계구조에 대한 토크 특성 해석**

대칭 2상 유도기의 고정자에서 발생하는 회전자계는 원형이다. 즉, 2상 전원으로 부터 대칭 전동기의 회전자계가 여자되는데 필요한 요건은, 두 상권선은 전기적 인각도로  $\pi/2$  만큼 떨어져 있어야 하고 2상 고류전원은 같은 크기이고 시간적으로  $\pi/2$  만큼 위상차가 있어야 한다. 따라서 비대칭의 경우는 전동기 자체에서 원형의 회전자계를 만들어 주지 못하는 경우와 외부 전원으로 인해 원형의 회전자계를 만들어 주지 못하는 경우로 나눌 수 있다. 즉, 방향성 철심을 사용하거나 이형 철심(異形鐵心)을 이용하는 경우, 그리고 단상 전원을 이용하는 경우를 들 수 있다. 회전자에 대해서도 마찬가지로 회전자의 저항이나 자화비 액면스가 다를 경우 등이 비대칭의 경우이다.

**2-1 회전자에 의해 발생되는 저속**

순단상 유도전동기의 고정자 권선에 의해 발생되는 저속은 정지한 백동자 계성분만 존재한다. 회전자가 회전을 하게 되면 회전자의 각 도체는 고정자의 저속을 끌음으로서 속도전압을 유기하고, 이 전압은 고정자의 저속과 동상이며, 이로 인해 흐르는 전류는 이 회로의 임피던스의 대부분이 티액면스 성분이므로 전압보다  $90^\circ$  늦게 흐르게 되고, 고정자 저속의 직각방향으로 고차자계(cross field)를 발생시킨다. 따라서 회전자가 회전하면 회전자계가 형성되고 토크를 발생시킨다. 그림 1과 같이 고전자에 주권선 이외의 본상권선이 있을 때 주권선과 본상권선에 흐르는 전류의 위상을 조절하여 회전자속 성분을 만들어 줄 수 있다.

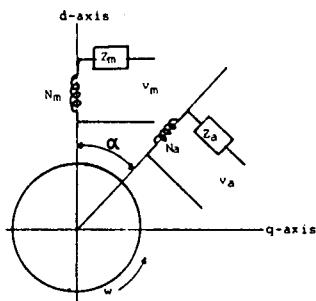


그림 1. 권선의 배치도

## 2-2. 동특성 방정식

주권선과 분상권선 사이의 각을 \$\alpha\$, 그리고 각각 권선의 임피던스를 \$Z\_m\$, \$Z\_a\$ 라 하고 권선수를 \$N\_m\$, \$N\_a\$ 라 할 때 권선의 배치는 그림 1과 같다. 이로부터 고차계이론에 근거하여 직축과 횡축 성분으로 나누고 이를 고정자의 한 권선으로 모든 양을 환산한다. 즉, 유도된 전압방정식을 \$L\_1\$의 항으로 나타내면 식(1)과 같다. 여기서 회전자는 능형이고 변수의 우상변 첨자 \$(\prime)\$는 하나의 고정자권선으로 환산한 값을 나타내고 \$p\$는 미분연산자 (\$\frac{d}{dt}\$)이다.

\$V_m\$	$R_m + (L_m + L_m + L_d)P$	$(L_m \cos \alpha + L_d \cos \alpha)P$	$L_d \cdot q$	0	$i_m$
\$V'_a\$	$(L_m \cos \alpha + L_d \cos \alpha)P$	$\frac{R_a}{\alpha} + (L_m + L_m + L_d \sin \alpha)P$	$L_d \cos \alpha \cdot P$	$L_d \sin \alpha \cdot P$	$i'_a$
0	$L_d \cdot P$	$-\omega L_d \sin \alpha + (L_d \cos \alpha)P$	$R_a + (L_d + L_d)P$	$-\omega (L_d + L_d)P$	$i'_R$
0	$\omega L_d$	$\omega L_d \cos \alpha + (L_d \sin \alpha)P$	$\omega (L_d + L_d)P$	$R_a + (L_d + L_d)P$	$i''_R$

또한 식(1)의 전압식을 채고 자속의 항으로 나타내고 이를 가상변위이론으로 부터 토오크를 구하면 식(2)와 같다.

$$T = \frac{P}{2} \left[ \frac{N_m}{N_A} \{ L_d i_m + L_d \cos \alpha i'_a + (L_d + L_d) i''_R \} i'_R - \frac{N_a}{N_m} \{ L_d \sin \alpha i'_a + (L_d + L_d) i''_R \} i''_R \right] \quad (2)$$

전동기의 자유 가속도 특성을 구하기 위하여, 속도와 토오크와의 관계식을 나타내면 다음과 같다.<sup>2), 3)</sup>

$$T^r = J_p \omega^r + D \omega^r - T \quad (3)$$

여기서 \$W^r\$은 회전자의 회전 각속도이며 \$T^r\$은 외부토오크.

그리고 \$J, D\$는 각각 관성모멘트와 마찰 계수이다.

또한, 식(1)은 다음과 같은 형태로 쓸 수 있다.

$$[V] = [R][i] + [Z][p \cdot i] \quad (4)$$

따라서 식(1)과 식(4)로 부터

$$[p \cdot i] = [Z]^{-1}[V] - [Z]^{-1}[R][i] \quad (5)$$

$$p \omega^r = \frac{T^r}{J} + \frac{T}{J} - \frac{D}{J} \omega^r \quad (6)$$

식(5), 식(6)에서 predictor-corrector method를 이용하여 이 방정식의 해를 구한다.<sup>4), 5)</sup>

## 3. 자유 가속도 특성분석

비대칭 유도전동기의 토오크 특성분석을 위하여 먼저 대칭조건을 만족한 전동기의 특성에 대하여 토오크특성을 살펴보면 그림 2와 같다.

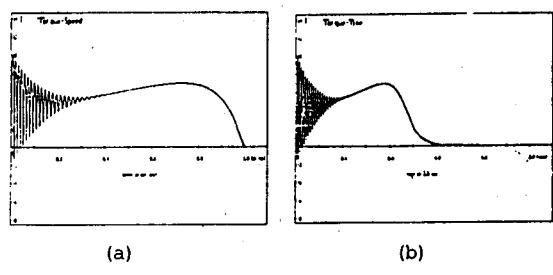


그림 2. 대칭전동기의 자유 가속도 특성

즉, 그림 2는 대칭 2상유도전동기의 자유 가속도 특성을 나타낸다. 이때 전동기를 처음 0.5초간 구속한 뒤 자유 가속도 특성을 조사하면 속도의 전 구간에서 토오크는 대등하지 않고 일정한 값을 갖게된다. 이에 비하여 이 전동기에서 회전자나 고정자의 저항성분으로 인한 비대칭 효과에 토오크에 미치는 영향에 대하여 그림 3에 나타내었다.

이 그림에서 전동기에 전원을 인가한 다음 처음 약 0.2초간은 전원 주파수와 거의 같은 진동수의 대동토오크를 갖고 그 다음부터는 전원주파수의 2배 진동수의 대동토오크를 갖게 된다. 고정자 저항이 불평형일 때 대동토오크는 0.8p.u 속도 근처에서 최대값을 갖고, 회전자 저항이 불평형일 때에는 기동 시 큰 대동토오크를 갖고 속도가 증가할수록 점차 감소한다. 그림 4에는 고정자의 인가전압이 불평형일 경우와 이때 회전자의 저항이 불평

형 일 경우의 자유 가속도 특성을 나타낸다.

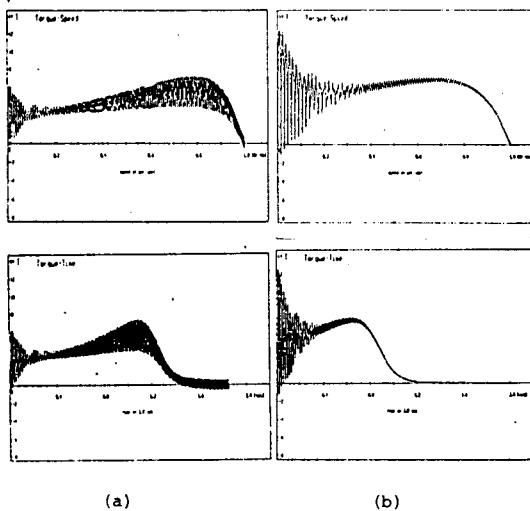


그림 3. 비대칭 전동 기의 자유 가속도 특성

(a) 고정자 저항이 비대칭인 경우

(b) 회전자 저항이 비대칭인 경우

즉 고정자 전압이 비대칭일 경우에는 속도가 증가할수록 역동보오르는 거지게 된다. 그리고 고정자의 전압과 회전자의 저항이 비대칭일 경우는 각각 비대칭특성에 대한 요소를 포함하는 형태로 나타난다.

#### 4. 비대칭 전동기 정수에 대한 토오크 특성

비대칭 전동기, 특히 영구磁鐵형 단상유도전동기에 대하여, 전동기의 특성에 큰 영향을 주는 정수는  $d \cdot q$  축에 대한 자학리 액센스 성분, 2차 저항성분, 그리고 권선의 배치작용을 들 수 있고 외부전원조건으로서는 몬덴서의 용량률을 들 수 있다. 이에 대하여 그림 5는 각 전동기 정수에 대한 토오크의 특성을 나타낸다.

표 1 각 전동기 정수와 토오크 특성

토오크 전동기 정수	일정 토오크	역동 토오크
자학리 액센스	<ul style="list-style-type: none"> <li>자학리 액센스가 커질수록 일정 토오르는 거진다.</li> <li>자학리 액센스가 커질수록 역동보오르는 거진다.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>동기속도 극저에서 자학리액센스가 커질수록 역동보오르는 거진다.</li> <li>0.8~0.9p.u속도에서 역동보오르는 줄어든다.</li> </ul>
2차 저항성분	<ul style="list-style-type: none"> <li>기통특성은 저항이 커질수록 좋다.</li> <li>역동보오르는 저항이 커질수록 감소된다.</li> <li>온전특성은 저항이 커질수록 나쁘다.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>0.4p.u속도까지는 저항의 영향이 거의 없다.</li> <li>0.4~0.5p.u속도까지는 저항이 커질수록 역동보오르는 거진다.</li> </ul>
권선의 배치작	<ul style="list-style-type: none"> <li>45~105° 까지는 각도가 증가할 수록 저항을 줄여준다.</li> <li>105~120° 부근에서 최대보오르가 발생한다.</li> <li>120° 이상에서 일정보오르는 다시 커진다.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>0.4p.u속도까지는 권선의 배치 각도는 거의 무관하다.</li> <li>0.4~0.5p.u속도에서는 권선의 배치 각도를 수록 역동보오르는 것 같아진다.</li> <li>0.5p.u속도 이상에서 권선의 배치 각도를 수록 역동보오르는 것 같아진다.</li> </ul>
몬덴서의 용량	<ul style="list-style-type: none"> <li>몬덴서의 용량이 커질수록 일정 토오르는 거진다.</li> <li>정상운전시 예상 몬덴서의 용량이 커질수록 토오르는 것 같아진다.</li> <li>몬덴서의 용량이 커질수록 최대 토오르는 거거나 정직의 수비 이상이 되면 다시 커진다.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>몬덴서의 용량이 커질수록 역동보오르는 거진다.</li> <li>몬덴서의 용량이 커질수록 예상 몬덴서의 용량이 0.8~0.9p.u속도에서 역동보오르는 것 같아진다.</li> </ul>

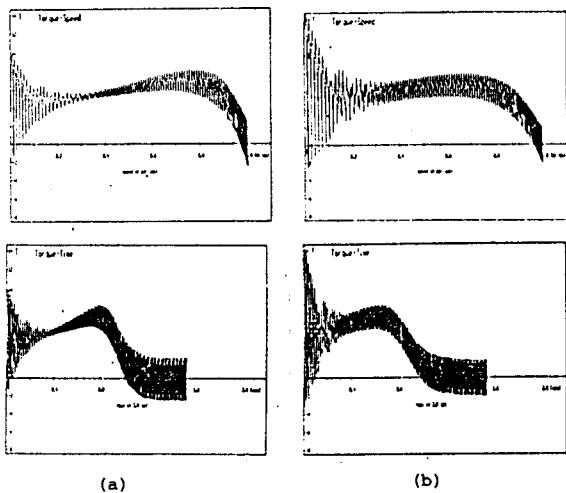


그림 4. 비대칭 전동기의 자유 가속도 특성

(a) 고정자 전압 비대칭

(b) 고정자 전압과 회전자 저항 비대칭

여기서 사용된 전동기는 아래 표. 2와 같다.

표. 2 1/4-HP 110 volt 60 C/S 2-pole motor

주권선	$T_{m1} = 2.02$	$L_{M1} = 0.1772$	$T_{m2} = 4.12$
	$L_{M1} = 0.00740$	$L_{Z1} = 0.00562$	
보조권선	$T_{a1} = 7.14$	$L_{M2} = 0.2464$	$T_{a2} = 4.12$
	$L_{a1} = 0.00854$	$N_a/N_m = 1$	$L_{Z2} = 0.00562$
capacitor = $60 \mu F$			

#### 5. 결론

비대칭 유도전동기의 과도상태에 대한 토오르의 특성을 해석하기 위하여 동특성 전압방정식을 유도하고, 이로부터 수치해석법을 이용하여 미분방정식을 풀이하고 시뮬레이션하였다. 그리고, 이에대한 자유 가속도 특성을 해석하였고, 특히 콘덴서형 단상유도전동기에 대한 과도 토오르의 특성을 해석하였으며 그 결과는 표. 1과 같다.

#### 참고 문헌

1. C.G.Veinott, Theory and Design of Small Induction Motors, McGraw-Hill, pp.153-444, 1959.  
 2. P.C.Krause and C.H.Thomas. "Simulation of Symmetrical Induction Machinery," IEEE Trans. PAS, Vol.PAS-84, pp.1038-1053, Nov. 1965.

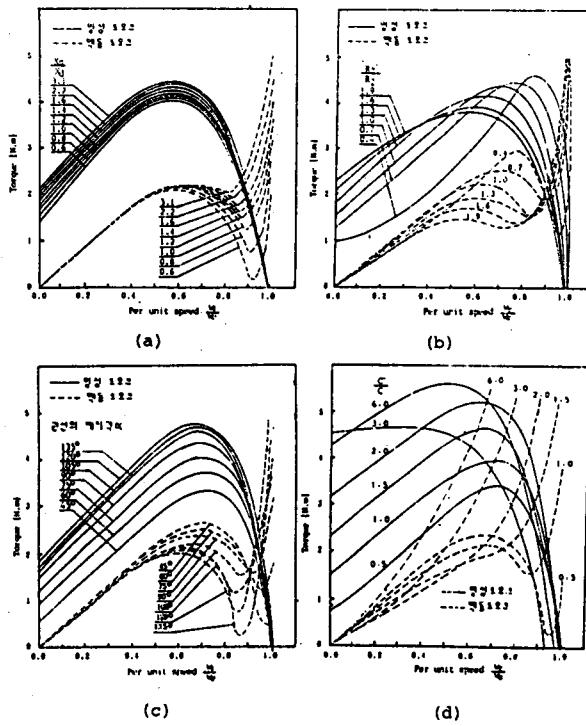


그림 5. 전동기정수에 대한 토크 특성

(a) 자화비와 편스      (b) 2차 저항  
 (c) 권선의 배치과      (d) 툴덴서의 용량

3. P.C.Krause, "Simulation of Unsymmetrical 2-Phase Induction Machines", IEEE Trans. on PAS, Vol.PAS-84, pp.1028-1037, Nov. 1965.
4. H.E.Jordan, "Digital Computer Analysis of Induction Machines in Dynamic Systems", IEEE Trans.PAS Vol.PAS-86, No.6, pp.722-728, Jun.1967.
5. L.F.Wiederholt, A.F.Fath, and H.J.W. Ritz, "Motor Transient Analysis on a Small Digital Computer", IEEE Trans. PAS, Vol.PAS-86, No.7, pp.819-824, Jul.1967.
6. D.D.Hershberger and J.L.Oldenkamp, "A Single-phase Induction Motor with one Distributed Winding", IEEE Trans. PAS, Vol. PAS-87, No.10, pp.1862-1866 Oct. 1968