

임 달 호 조 운 현 김 동 진*

한양대학교 전기공학과

A study on the 2-dimensional flux distribution analysis of a double sided linear induction machine with a short primary type

D. H. Lim , Y. H. Cho , D. J. Kim (Han Yang Univ.)

ABSTRACT

This paper is presented the two dimensional flux distribution analysis of a double sided linear induction moter with the end effects and the tranverse edge effects, which is caused by the finite length and width of the stator iron. The results are expected to be used to increased the understanding of DLIM characteristics and design

2. 해석 모델 및 가정

1. 서론

일반적인 구조의 단 1차형 선형 유도전동기는 공극 자속을 만드는 1차 고정자 철심과 불연속 1차권선이 감겨져 있다. 따라서, 2차도체판에 대한 유효한 기자력은 1차 고정자 철심 부분에만 존재하고 그 이외의 공간에는 존재하지 않기 때문에 자계 진행 방향인 종방향과 철심 두께 방향의 평방향에는 공간적으로 불연속이 된다. 그러므로, 선형유도전동기는 종방향과 평방향에 기존의 회전형 유도전동기에서 볼수 없는 End effect와 Transverse edge effect라 불리는 특성이 선형유도전동기의 특성에 중요한 영향을 미친다는 것이 최근까지 많은 연구 논문에서 발표되었다.

특히, 입구단과 출구단의 자속급변에 의해 2차도체판에 유도된 와류전류에 의해 공극내의 진행 자계에 영향을 미치는 단부효과 (end effect)에 대해서는 Nasar, Yamamura, Dukowicz, Mosebach씨 등의 논문에서 규명되었다. 또, Transverse edge effect는 Bolton, Preston씨 등의 보고가 있지만 단부효과를 고려하지 않고 Transverse edge effect의 영향만을 고려하여 해석하였다.

그러서, 본논문은 단 1차형 선형유도전동기의 특성에 중대한 영향을 미치는 단부효과와 Transverse edge effect의 영향을 동시에 고려하기 위하여 길이 방향과 폭 방향에 대해 2차원적으로 Maxwell의 전자 방정식을 기초로하여 기본방정식을 세우고 변수분리법을 사용하여 공극내의 자속 분포 및 주력 산정에 관하여 논하였다. 따라서, 이러한 영향들을 고려하여 실제 초고속 전철 등의 구동 장치로 사용하는 선형 유도전동기의 설계에 필요한 기초 자료를 제공하고자 한다.

단 1차형 양측식 선형 유도전동기의 공극내의 자속 분포를 수치적으로 해석하기 위하여 실제 모델과 크게 벗어나지 않는 범위내에서 간소화한 해석 모델은 그림 (1)과 같다. 그림 (1)에서 Maxwell 전자 방정식을 기본 방정식으로한 공극내의 자속 분포를 구하기 위해 다음과 같은 가정을 두기로 한다.

- 1) 1차 고정자 전류의 분포는 current sheet로 표현파 진행 자계 분포로 한다. 또, $(0 < X < L)$ 사이에서 2축 방향 성분만 존재한다.
- 2) 철심두께 방향에 대한 자계의 세기는 일정하다.
- 3) 자계의 진행 방향에 대하여 2차도체판은 등분히 길고 2차도체의 표피효과는 무시한다.
- 4) 1차측 고정자의 부자율은 무한대이며 도전율은 영 (Zero)이다.

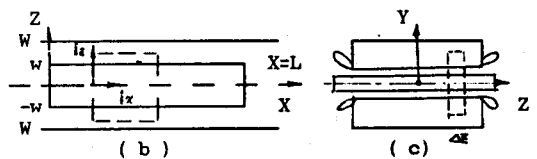
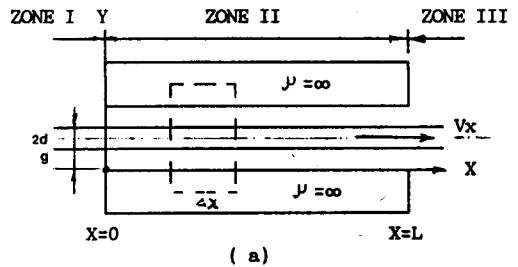


그림 (1) 양측식 LIM의 해석 모델

3. 각 영역의 기본 방정식

그림 (1)의 단 1차형 양측식 선형 전동기의 수치적 모델에 Ampere의 법칙을 적용하면 다음 방정식이 얻어진다.

$$-\frac{g}{\mu_0} \frac{\partial B_y}{\partial Z} = J_x \cdot d \quad \text{---(1)}$$

$$\frac{g}{\mu_0} \frac{\partial B}{\partial X} = J_s + J_z \cdot d \quad \text{---(2)}$$

2차 도체의 X-Z평면에 유도된 2차 전류밀도, 2차 도체의 이동 속도와 자속 밀도의 관계를 Ohm의 법칙에 적용하면

$$\rho_s \left(\frac{\partial J_z}{\partial X} - \frac{\partial J_x}{\partial Z} \right) = v_x \frac{\partial B_y}{\partial X} + \frac{\partial B_y}{\partial X} \quad \text{---(3)}$$

여기서

B_y : 공극 자속 밀도의 Y축 성분 [Wb/m²]
 J_s : 1차 전류의 면전류 밀도 [A/m]

$$J_{sz} = \frac{3\sqrt{2}WIKw}{P\tau}$$

$$J_s = J_{sz} e^{j(\omega t - \frac{\pi}{\tau} X)} \quad \text{---(3')}$$

J_x, J_s : 2차 도체의 영역에서 면전류 밀도의 X 및 Z성분 [A/m]

ρ_s : 2차 도체의 저항률 [v/m]
 v : 2차 도체의 이동속도 [m/s]

식 (1), (2), (3)을 조합한 공극내의 Active Zone ($0 < X < L$)의 자속밀도 변화 상태를 나타내는 자속 밀도 방정식은 다음 식 (4)와 같다.

$$\frac{\partial^2 B_y}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 B_y}{\partial Z^2} - \frac{v \mu_0 d}{\rho_s g} \frac{\partial B_y}{\partial X} - \frac{\mu_0 d}{\rho_s g} \frac{\partial B_y}{\partial t} = \frac{\mu_0 J_s}{g \partial X} \quad \text{---(4)}$$

또, 유한 철심 길이를 갖는 1차측의 Entry Zone ($X < 0$)과 Exit Zone ($X > L$)에 순수 무효 전력 성분의 가상적인 전류 K_1 이 흐른다고 가정하면 다음 방정식을 얻을 수 있다.

$$g \frac{\partial H}{\partial X} = K_1 + J_s d \quad \text{---(5)}$$

여기서 $K_1 = j\sigma_r B$ ---(6)

따라서

식 (1), (2), (3)을 조합한 Entry, Exit Zone에서의 자속밀도 방정식은 다음 식 (7)과 같다

$$\frac{\partial^2 B_y}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 B_y}{\partial Z^2} - \frac{d \mu_0 \omega}{g \rho_s} \frac{\partial B_y}{\partial X} - (j \frac{w \mu_0 d}{g \rho_s} - \frac{\mu_0 w \sigma_r}{g}) B_y = 0 \quad \text{---(7)}$$

4. 각 영역의 해와 경계 조건

1) 각 영역의 자속 밀도

A) Active Zone ($0 < X < L$)

$$B_{yI}(x, z) = B_s e^{j \frac{\pi x}{\tau}} + \{ A_1 e^{-\pi x} + A_2 e^{\pi(x-L)} \} \cosh \frac{\pi z}{2 \tau w} \quad \text{---(8)}$$

$$B_s = \frac{j - (-) J_{sz}}{\left(\left(\frac{\pi}{\tau} \right)^2 + j \frac{\mu_0 d}{\rho_s g} \left(w - \frac{\pi}{\tau} l_k \right) \right)} \quad \text{---(9)}$$

$$\tau_1 = \alpha_1 + j \frac{\pi}{\tau} \quad \tau_2 = \alpha_1 + j \frac{\pi}{\tau} \quad \text{---(10)}$$

$$\alpha = \frac{gX - v \mu_0 d}{2 g \rho_s} \quad \alpha_1 = \frac{v \mu_0 d + g d \rho_s}{2 g \rho_s} X \quad \text{---(11)}$$

$$\tau_1 = \frac{\pi \rho_s g}{w \mu_0 d} X_1 \quad \text{---(12)}$$

$$X_1 = \left[\left(\left(\frac{v \mu_0 d}{\rho_s g} \right)^2 + \left(\frac{\pi}{j w} \right)^2 \right) + \left(\left(\frac{v \mu_0 d}{\rho_s g} \right)^2 + \left(\frac{\pi}{j w} \right)^2 + 4 \left(\frac{2 w \mu_0 d}{\rho_s g} \right)^{\frac{1}{2}} / 2 \right)^{\frac{1}{2}} \right] \quad \text{---(13)}$$

B) Entry Zone ($X < 0$) , Exit Zone ($L < X$)

$$B_{yI} = A_4 e^{gX} \cosh \frac{\pi}{2 \tau w} Z \quad (X < 0) \quad \text{---(14)}$$

$$B_{yII} = A_3 e^{-g(X-L)} \cosh \frac{\pi}{2 \tau w} Z \quad (X > L) \quad \text{---(15)}$$

$$\tau_3 = \alpha_3 + j \frac{\pi}{\tau_2} \quad \tau_4 = \alpha_4 + j \frac{\pi}{\tau_2} \quad \text{---(15)}$$

$$\alpha_3 = \frac{g \rho_s X_2 - v_x \mu_0}{2 g} \quad \alpha_4 = \frac{v_x \mu_0 + \rho_s g X_2}{2 g} \quad \text{---(16)}$$

$$\tau_2 = \frac{\pi g}{w \mu_0 d} X_2 \quad \text{---(17)}$$

$$X_2 = \left[\left(\left(\frac{\mu_0 v d}{g} \right)^2 + \left(\frac{\pi}{w} \right)^2 - \frac{4 w \mu_0 \sigma_r}{g} \right) + \left(\left(\frac{\mu_0 v d}{g \rho_s} \right)^2 + \left(\frac{\pi}{j w} \right)^2 - \frac{4 w \mu_0 \sigma_r}{g} + 4 \left(\frac{2 w \mu_0 d}{g \rho_s} \right)^{\frac{1}{2}} / 2 \right)^{\frac{1}{2}} \right] \quad \text{---(18)}$$

2) 경계 조건

식 (8), (14), (15)의 미지수 A_1, A_2, A_3, A_4 를 결정하기 위하여 ($Z=0, X=0$), ($Z=0, X=L$)의 점에서 자속 밀도 및 전류의 연속 조건은 다음과 같다.

(1) Entry Zone과 Active Zone의 경계 ($Z=0, X=0$ 일때)

$$By_I = By_{II} \quad \text{---(19)}$$

$$\frac{\partial By_I}{\partial X} = \frac{\partial By_{II}}{\partial X} \quad \text{---(20)}$$

(2) Active Zone 과 Exit Zone 의 경계 (Z=0, X=L 일때)

$$By_{II} = By_I \quad \text{---(21)}$$

$$\frac{\partial By_{II}}{\partial X} = \frac{\partial By_I}{\partial X} \quad \text{---(22)}$$

헷식의 경계 조건으로부터 식 (8), (13), (14)의 미지수 A_1, A_2, A_3, A_4 는 다음과 같다.

$$A_1 = \left\{ \frac{\tau_3(\tau_2 - \tau_4) + (\tau_2 + \tau_3)\tau_4 e^{\tau_2 L}}{(\tau_1 - \tau_3)(\tau_2 - \tau_4) e^{-\tau_1 L} - (\tau_1 + \tau_4)(\tau_2 + \tau_3) e^{\tau_2 L}} \right\} B_s \quad \text{---(23)}$$

$$A_2 = \left(\frac{\tau_1 + \tau_4}{\tau_2 - \tau_4} \right) e^{\tau_2 L} A_1 + \left(-\frac{\tau_4}{\tau_2 - \tau_1} \right) B_s e^{\tau_2 L} \quad \text{---(24)}$$

$$A_3 = B_s + A_1 e^{-\tau_1 L} + A_2 \quad \text{---(25)}$$

$$A_4 = B_s + A_1 + A_2 e^{-\tau_1 L} \quad \text{---(26)}$$

5. 출력 계산

고정자의 1차전류면과 쇠교하는 공극 자속 By 와 Z축 방향의 1차 면전류 (current sheet) Jsz 사이에 Lorentz의 힘 F_x 가 발생하는데, 이때작용하는 시간적 평균치 힘 $F_x [N]$ 은 식 (3)'과 식 (8)을 대입하면 식 (27)과 같이 놓을 수 있다.

여기서, Jsz^* 는 1차면전류 J_s 의 공역 복소수이고 Re 는 복소수의 실수부이다. 또, $2w$ 는 고정자 폭의 길이, L 은 고정자의 길이를 나타낸다.

식 (28)은 정상 자계의 B_s 성분에 의한 추력이고 식 (29)는 Eed effect에 의한 영향을 고려한 정방향 전파에 의한 추력이고 식 (30)은 역방향 진행파에 의한 추력을 나타낸다.

$$F_x = \frac{1}{2} \int_{-w}^w \int_0^L Re(ByJsz^*) dx dz = F_c + F_R + F_B \quad \text{---(27)}$$

$$F_c = \int_w Re [BsJs^*] \quad \text{---(28)}$$

$$F_R = Re \left\{ \frac{2w}{\pi} A_1 J_s^* \sinh \frac{w}{2j} \left(\frac{j\pi}{c} - \tau_1 \right) \right\} \quad \text{---(29)}$$

$$F_B = Re \left\{ \frac{2w}{\pi} A_2 J_s^* \sinh \frac{\pi}{2j} \frac{(e^{\tau_2 L} - e^{-\tau_2 L})}{(\tau_2 + j\frac{\pi}{c})} \right\} \quad \text{---(30)}$$

6. 이론식의 검토 및 고찰

실제 이론식의 계산과 실험을 위하여 시작한 시각의 중요사항은 부극의 도포와 같다.

1) 공극의 자속밀도분포

그림 (2)는 슬립 S 를 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 1.0 일때의 동작상태에 관해서 1차 철심 표면에서 공극 자속 밀도의 Y 방향성분의 최대치의 X방향 공간분포를 나타낸다. 여기서, 단 1차 고정자 철심의 단부효과와 영향으로 출구단 가까운 곳에서 공극이 생기며 또, 곡선이 상승함을 알 수 있다.

이와같은 현상을 속도가 비교적 높을 수록 크게 나타나는데 이것은 출구단에 있어서 진행파 자속의 반사에 의한 것이다.

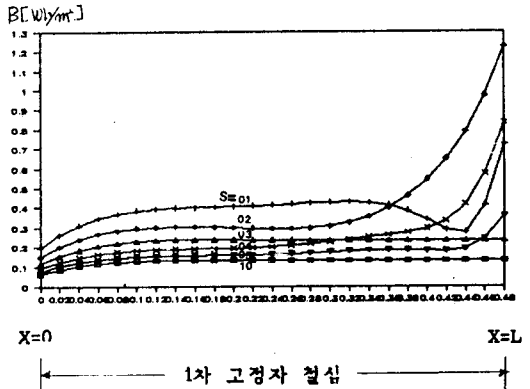


그림 (2) 슬립에 따른 공극 자속밀도

그림 (3)은 슬립 $S=0.2$ 일때 1차 철심 표면에서 공극 자속밀도 분포를 철심 폭의 방향 Z축의 위치에 따른 자속 밀도 변화를 X축상에 나타내었다.

여기서, Z축방향의 위치에 따라 자속 밀도 값이 위치에 따라 다른 양상으로 변함을 알 수 있다.

또, 그림 (4)는 슬립의 변화에 따른 철심 폭 방향인 Z축상의 자속밀도 분포를 고정자 철심의 X방향의 각각의 위치에 따른 변화양상을 나타낸다. 여기서, $X=0$ 인 Entry Zone에서는 $Z=0$ 인 점에서 가장 높은 자속 밀도 분포를 이루는 반면에 X 의 위치가 Exit Zone으로 가면서 $Z=0$ 인 점은 자속 감소하고 바깥부분으로 갈수록 증가함을 알 수 있다.

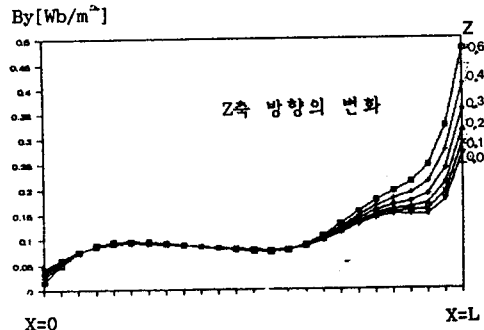


그림 (3) 슬립 S=0.2일때 X,Z방향 자속밀도 분포

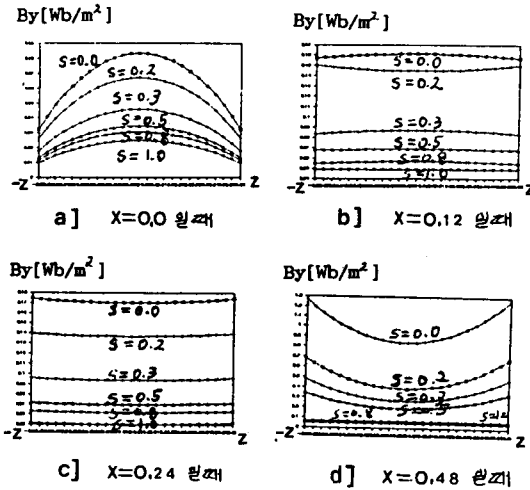


그림 (4) 슬립의 변화에 따른 철심쪽 방향인 Z축상의 자속밀도 분포

2) 추력 특성

그림 (5)는 속도-추력 곡선으로 식 (27)에서 전체 추력 F는 정상자계에 의한 추력 F_정과 역방향 진행파 자계에 의한 추력 F_역,와 역방향 진행파 자계에 의한 추력 F_정의 합성된 힘으로 나타나며 정방향 자계에 의한 추력이 전영역에 걸쳐서 상당한 영향을 미치지 않음을 알 수 있다. 또, 슬립 S=0 인 동기 속도에서는 정추력이 발생함을 알 수 있는데 이것은 본 논문의 시작기와 같은 저속도 단 1차형 선형 유도 전동기에서 일어나는 특이한 현상이다.

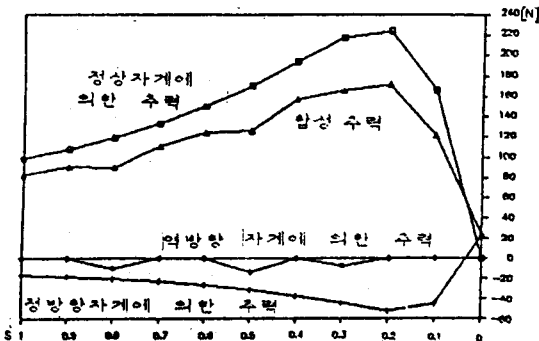


그림 (5) 속도-추력 곡선

7. 결론

본 논문은 단 1차형 양극식 선형 유도전동기의 공극 중의 자속 밀도를 Maxwell의 전자 방정식을 기초로 하여 2차원적 해석에 의한 해를 유도하므로 종방향의 단부효과와 횡방향의 Transverse edge effect의 성질을 동시에 고려할 수 있었다. 특히, 기존의 부한길이에 대한 자속 밀도의 횡방향만의 Transverse edge effect의 영향을 고려하여 해석한 것과는 다른 양상의 Transverse edge effect가 나타났으며, 단부효과와 영향으로 Exit Zone에서는 슬립속도가 증가함에 따라 자속 밀도가 급격히 증가함을 알 수 있었다. 따라서, 단 1차형 양극식 선형유도전동기의 설계시에는 이러한 영향을 면밀히 고려하여 설계하면 좋은 성능의 전동기를 얻을 수 있을 것으로 본다.

참고 문헌

- [1] S.A.Nasar : "Electromagnetic fields and force in a linear induction motor taking into account edge effects" Proc.IEE, Vol 116, No.4, pp 605-609
- [2] S.Yamamura : "誘導形 리ニアモータ의 端効果について", JIEEJ 90,459 (昭 45-19)
- [3] Johnk. Dukowicz : "Analysis of linear induction machines with discrete windings and finite iron length" IEEE Trans. Vol.PAS-96, Nol, January, Feb, 1977
- [4] H.Bolton : "Transeverse edge effects in sheet rotor induction motors", ibid, 1969, 116, pp725-731
- [5] T.W.Preston and A.B.J.Reece : "Transverse edge effect in linear induction motors" Proc.IEE, Vol.116, pp 973-979, June, 1969

* 부록

1차철심의 길이: 0.48[m] 공극길이: 0.015[m]
 1차철심 폭: 0.24[m] 주파수: 60[Hz]
 1차 current sheet: 70000[A/m] 두께: 0.003[m]
 2차도체의 저항률: $1.048 \times 10^{-2} [\Omega/m]$ 도체수: 4800[n]
 공기주의 부자율: $4\pi \times 10^{-7}$ 극간격: 0.12[m]