'88 추계학술대회
'88 — C — 12

송 길 영*　　김 용 하*　　최 재 석**
* 고려대학교　　**포항전문대학

A Study on the Probabilistic Generation Simulation by FHT

Kil-Yeoung Song*　　Yong-Ha Kim*　　Jae-Seok Choi**
*Korea University　　** Po-Hang Junior College

Abstract

This Paper describes a algorithm for evaluating the loss of load probability of a generating system using Fast Hartley Transform.

The Fast Hartley Transform(FHT) is as fast as or faster than the Fast Fourier Transform(FHT) and serves for all the uses such as spectral, digital processing, and convolution to which the FFT is at present applied. The method has been tested by applying to IEEE reliability test system and the effectiveness is demonstrated.

1. 서론

발전시뮬레이션은 발전출력에 대한 정보및 발전계통 신뢰도지수를 제공해 주기 때문에 이는 전원확충계획에 있어서 필수적인 작업이다.(1)(2)

발전시뮬레이션의 주요요소는 계통부하와 발전기들의 탈락용량을 합한 값으로 정의되는 계통등가부하 (System Eguivalent Load, 이하ELDC라 한다.)의 계산이다.(1)

일반적으로 계통부하및 발전기탈락용량은 독립확률변수로 가정되므로 ELDC는 발전기 사고용량 확률분포함수와 부하분포함수를 상승적분하므로써 유도될 수 있다. 이를 위해 현재까지 개발된 방법은 크게 2가지로서 그중 하나는 Booth,Baleauriaux및 Schenk(3)등에 의해 개발된 수치해석적인 방법인데 이는 계산기의 round off오차만 없으면 충분히 정확한 계산값을 얻을 수 있는 방법이지만 계통부하나 발전기수가 증가함에 따라 계산시간이 급격히 증가하는 결점을 갖고있다.

또 다른 방법은 해석적인 방법으로서 ELDC를 해석적으로 표현하는 것인데 Stremel(4)등에 의해 제안된 Cumulant방법이 이의 대표적인 것이다.

그런데 이는 ELDC를 통계학적인 수계열식으로 나타낸 것으로 계산시간은 적으나 대용량발전기들로 구성된 소규모계통인 경우라던가 사고확률이 적은 경우에는 그 결과치의 정확도가 떨어지는 결점을 갖고있다. 그러므로 수치해석적인 방법을 근간으로 삼은 몇몇 방법들이 꾸준히 개발되고 있는데 1981년 R.N.Allen등이 FFT(Fast Fourier Transform)을 이용하여 신뢰도를 계산해 보았으며(5) 1986년 Y.B.Lee등이 Z-Transform을 효과적으로 수행하는 방법들을 제시한바 있다.(6)

최근 통신계통분야에서 시간함수가 실수이면 주파수함수도 실수가 되어 그 상승적분과정이 FFT보다 용이한 FHT(Fast Hartley transform)방법이 개발되었는데(7) 본연구에서는 FFT보다 계산속도면에서 더욱 우수하다고 평가되고있는 FHT를 이용하여 발전시뮬레이션 중 신뢰도지수를 효과적으로 계산하는 방법을 개발하였다. 개발한 앨고리즘을 IEEE신뢰도 시험계통(IEEE Reliability Test System)(8)을 대상으로 삼아 적용해 보았다.

2. 기본식의 정식화

일반적으로 발전시뮬레이션에서는 어떻게 발전기사고확률분포표를 작성하고 이를 부하와 결합시켜나갈 것인가가 문제인데 이를 해석하기위한 정식화를 위해 계통을 그림.1과 같이 모델링한다.

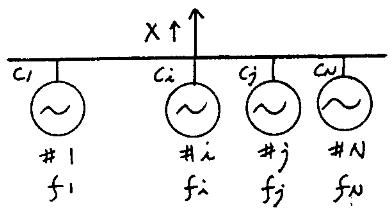

그림. 1 계통의 모델링

여기서 C_i는 #i 발전기의 용량 MW 을 표시하며 f_i를 a_m의 출력에서 α_m값이라는 r개의 임펄스들을 갖는 #i발전기의 이산화 된 사고용량확률분포함수라하고 f_j

를 bm의 출력에서 β_m값이라는 S개의 임펄스들을 갖는 #j 발전기의 이산화 된 사고용량확률분포함수라 하면 이들은 식(2.1) 및 식(2.2)와 같이 각각 정식화 될 수 있다.

$$f_i(x) = \sum_{m=1}^{r} \alpha_m \delta(x - a_m) \quad \cdots (2.1)$$

$$f_j(x) = \sum_{m=1}^{S} \beta_m \delta(x - b_m) \quad \cdots (2.2)$$

그러므로 이들의 상승적분(Convolution Integral)은 식(2.3)과 같이 표현 될 수 있고 이를 식(2.4)처럼 나타내기로 한다.

$$f_{ij}(x) = \sum_{m=1}^{t} \gamma_m \delta(x - C_m) \quad \cdots (2.3)$$

단, $t \equiv r \cdot s$

$C_m = a_m + b_m$

$\gamma_m = \alpha_m \cdot \beta_m$

$$f_{ij}(x) = f_i(x) * f_j(x) \quad \cdots (2.4)$$

그러므로 #1 , #2 ....#N 발전기까지의 상승적분과정은 식(2.5)와 같이 표현된다.

$$f_{1,2,\cdots N}(x) = f_1(x) * f_2(x) \cdots * f_N(x) \quad \cdots (2.5)$$

식(2.5)에 대한 대부분의 상승기법은 step-by-step 으로 이를 상승적분시키는데 이는 용량이 커지거나 임펄스가 많은 경우 그 계산량이 커져서 계산이 불가능해질수도 있다.

3. Fast Hartley Transform에 의한 방법

3.1 정의식(Definition Formula)

이변환의 기본식은 1942년 Ralph V.L.Hartley 에 의해 정식화되었으나 1948년 R.N.Brace well에 의해 Fast Hartley Transform이 정립되었다.[7] 이는 전술한 바와 같이 Fourier 변환이 $e^{-i\omega t}$를 이용하는 반면 Hartley변환은 $\cos\omega t + \sin\omega t$를 이용하기때문에 시간함수가 실수이면 그 변환된 함수도 실수가 되므로 상승과정이 Fourier변환보다 용이하다.

Hartley변환의 정의식은 식(3.1)과 같다.

$$H(\omega) \triangleq (2\pi)^{-\frac{1}{2}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\,(\cos\omega t + \sin\omega t)\,dt \quad \cdots (3.1)$$

그러므로 이의 역변환(Inverse Hartley Transform)은 식(3.2)와 같이된다.

$$f(t) \triangleq (2\pi)^{-\frac{1}{2}} \int_{-\infty}^{\infty} H(\omega)\,(\cos\omega t + \sin\omega t)\,dt \quad \cdots (3.2)$$

3.2 DHT(Discrete Hartley Transform)와 DFT(Discrete Fourier Transform)와의 관계

식(3.1)에 대한 이산화된 Hartley변환을 식(3.3)과 같이 정의한다.

$$H(\nu) = N^{-1} \sum_{\tau=0}^{N-1} f(\tau)\, \mathrm{cas}(2\pi\nu\tau/N) \quad \cdots (3.3)$$

단, $\mathrm{cas}\theta \equiv \cos\theta + \sin\theta$

그러므로 이의 역 DHT는 식(3.4)와 같이 된다.

$$f(\tau) = \sum_{\nu=0}^{N-1} H(\nu)\, \mathrm{cas}(2\pi\nu\tau/N) \quad \cdots (3.4)$$

한편, DFT는 식(3.5)와 같으므로[9] DHT에서 DFT로의 변환관계는 식(3.6)과 같이된다.

$$F(\nu) = N^{-1} \sum_{\tau=0}^{N-1} f(\tau)\, \exp(-j\, 2\pi\nu\tau/N) \quad \cdots (3.5)$$

$$F(\nu) = H_e(\nu) - j\, H_o(\nu) \quad \cdots (3.6)$$

단, $H_e(\nu) = [H(\nu) + H(N-\nu)]/2$

$H_o(\nu) = [H(\nu) - H(N-\nu)]/2$

3.3 고속처리의 알고리즘(Fast Algorithm)

Hartley 변환도 Fourier 변환에서 처럼 Cos 및 Sin함수들의 결합으로 되어있으므로 FFT에서와 같이 다음과 같은 고속처리 알고리즘을 적용할 수 있다.

(1) 위치교환과정(Permutation Process)

앞서의 식(3.3)에서 H(v)의 계열은 νImodN의 값이 같으면 그 값이 상호같으므로 그 같은것끼리 모으는 것이 용이하다.

(2) 분해 (Decomposition)

가령 $\{a_1\ a_2\ b_1\ b_2\}$ 라는 4개의 요소의 DHT는 $\{a_1\ b_1\}$의 DHT 와 $\{a_2\ b_2\}$ 의 DHT로 분해될 수 있다. 일반적인 분해식은 식(3.8)과 같으며 이는 다음과 같은 2개의 정리에 의해서 유도가 가능하다.

$$H(\nu) = H_{a1}(\nu) + H_{a2}(\nu)\cos(2\pi\nu/N) + H_{a2}(\nu)\sin(2\pi\nu/N) \quad \cdots (3.8)$$

① 이동정리 (Shift theorem)

$$f(\tau + a) = \mathrm{DHT}\{H(\nu)\cos(2\pi a\nu/N) - H(N-\nu)\sin(2\pi a\nu/N)\} \quad \cdots (3.9)$$

② 상사정리(Similarity theorem)

만일 식(3.10)이 존재하면 식(3.11)도 성립한다.

$$\{a_1, a_2 \cdots a_N\} = \mathrm{DHT}\{\alpha_1, \alpha_2 \cdots \alpha_N\} \quad \cdots (3.10)$$

$$\{a_1\, 0\, a_2\, 0 \cdots a_N\, 0\} = \mathrm{DHT}\{\alpha_1\, \alpha_2 \cdots \alpha_N\ \ \alpha_1\, \alpha_2 \cdots \alpha_N\} \quad \cdots (3.11)$$

3. 4 상승 (Convolution)

$f_1(\tau)$, $f_2(\tau)$의 FHT를 각각 $H_1(\nu)$, $H_2(\nu)$라하고 이들을 상승적분한 것을 $H'(\nu)$라하면 그 관계식은 식(3.12) 처럼 된다.

$$f_1(\tau) * f_2(\tau) = \mathrm{FHT}\, H'(\nu) = \mathrm{FHT}\,[\, H_1(\nu) H_{2e}(\nu) + H_1(-\nu) H_{2o}(\nu) \quad \cdots\cdots (3.12)$$

단, $H_2(\nu) = H_{2e}(\nu) + H_{2o}(\nu)$

$H_{2e}(\nu)$: $H_2(\nu)$의 짝수부분

$H_{2o}(\nu)$; $H_2(\nu)$의 홀수부분

3. 5 역상승 (Deconvolution)

전원확충계획에서는 각후보 발전기에 대한 역상승과정도 필요하므로 본연구에서는 이를 정식화해서 적용해 보았다. FHT의 상승과정은 식(3.12)와 같으므로 $H'(\nu)$에서 바로 $H_2(\nu)$를 나눗셈하여 $H_1(\nu)$를 얻을 수 없다. 그러나 $H_1(\nu)$, $H_2(\nu)$ 및 $H'(\nu)$의 Fourier의 변환을 $F_1(\nu)$, $F_2(\nu)$ 및 $H'(\nu)$라하면 이들의 관계식은 식(3.13)과 같으므로 앞서의 식(3.6)을 이용하여 식(3.14)를 유도할 수 있다.

$$F'(\nu) = F_1(\nu) \cdot F_2(\nu) \quad \cdots (3.13)$$

$$H_e' - jH_o' = (H_{1e} - jH_{1o}) \cdot (H_{2e} - jH_{2o}) \quad \cdots (3.14)$$

그러므로 H'에서 H_2로 역상승한것은 식(3.15)처럼되고 이를 정리하면 식(3.16)을 얻을 수 있다.

$$H_{1e} - jH_{1o} = \frac{H_e' - jH_o'}{H_{2e} - jH_{2o}} \quad \cdots (3.15)$$

$$H_1 = H_{1e} + H_{1o} = \frac{H_{2e}H' - H_{2o}H'}{H_{2e}^2 + H_{2o}^2} \quad \cdots (3.16)$$

4. 신뢰도산정 및 흐름도

식(3.12)를 이용하여 발전기사고확률분포표가 작성되면 이를 식(4.1)처럼 부하와 결합시켜 신뢰도지수중 하나인 LOLP(Loss of Load Probability)를 계산할 수 있다. 여기서 L는 부하의 최대치이다.

$$\mathrm{LOLP} = P_r\{ X_1 + X_2 + \cdots X_N > C_1 + C_2 \cdots C_N - L \} \quad \cdots (4.1)$$

한편 본 앨고리즘의 흐름도를 나타내면 그림. 2와같다.

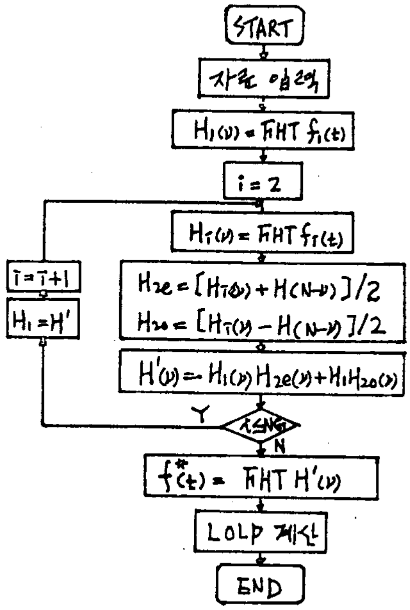

그림. 2 본 앨고리즘의 흐름도

5. 적용예

IEEE신뢰도 시험계통을 모델계통으로 삼아 앞서 제시한 앨고리즘을 적용하여 보았다.

발전기 특성자료는 표. 1과 같으며 부하자료는 하계부하중 주중(Weekday)부하하나를 대상으로 하였다.

표. 1 발전기 특성자료

형 태	용량	대 수	사고율
원자력	400	2	0.12
석 탄	350	1	0.08
석 유	197	3	0.05
석 탄	155	4	0.04
석 유	100	3	0.04
석 탄	76	4	0.02
수 력	50	6	0.01
석 유	20	4	0.10
석 유	12	5	0.02
합 계	3405 *	32	

(비고* : 대수 까지고려한 것임)

여기서는 신뢰도지수중 가장 대표적이라 할 수 있는 LOLP(Loss of Load Probability)값을 계산해보았다.

표. 2는 이의 계산결과인데 Booth-Baleriaux방법으로 얻은 것과 각점의 수(N)별로 비교해 본 것이다.

표. 2 LOLP 계산결과 [p.u]

점의수	Booth-Baleriaux법	FHT법
64	0.71294	0.746153
128	0.72865	0.75376

256	0.74952	0.75376
512	0.73593	0.75376
1024	0.75671	0.75376

여기서 보는 바와같이 Booth-Baleriaux방법과 FHT방법에 의한 것을 비교해보면 점의수가 증대할 수록 값이 서로 일치해 나감을 알 수 있으며 한편, FHT가 빨리 적정값(0.75376)에 도달함을 알 수 있다.

6. 결론

본 연구의 결론을 요약하면 다음과 같다.

(1) FFT보다 계산속도면에서 우수하다고 평가되고 있는 FHT를 이용하여 전력계통 발전시뮬레이션중 신뢰도지수를 산정하는 알고리즘을 제시하였다.

(2) 전원확충계획에서 필수적인 역상승을 위하여 Hartley 변환에서의 역상승과정을 정식화했다.

(3) 본 연구에서 개발한 알고리즘을 IEEE신뢰도시험계통에 적용하여 그 효용성을 입증하였다.

(참고문헌)

(1) R.R.Booth; 'Power System Simulation Model Based on Probability Analysis' , IEEE, PAS-91, No.1 , 1972 pp.62-69

(2) H.T.Yang , etc; 'Recursive Approach to Cumulant Method for Production Simulation and Derivatives Calculation' , 1987,8th Symposium on Electrical Power Engineering, China

(3) K.F.Schenk; ' A New Method for the Evaluation of Expected Energy Generation and Loss of Load Probability' , IEEE , PAS-103, No.2 , 1984, pp294-303

(4) J.P.Stremel ; 'Production Costing for Long Range Generation Expansion Planning Studies ' , IEEE , PAS-101, No.3 , 1982, pp.562-536

(5) R.N.Allan,etc ; 'Discrete Convolution in Power System Reliability' ,IEEE, Trans. Reliability ,Vol.R-30 No.5, Dec 1981 , pp452-456

(6) Y.B.Lee,etc; 'Improvements to Probabilistic Power System Production Costing Simulation ' CIGER , 1986 , pp.381-387

(7) R.N.Bracewell; 'The Fast Hartley Transform' Proceedings of the IEEE Vol.72 No.8 Aug. 1984 pp.1010-1017

(8) IEEE Committee Report; 'IEEE Reliability Test System' IEEE, Trans. Vol.PAS-98, No.6, Nov/Dec 1979 , pp2047-2054