

○ 공 계 설 김 재 민 양 흥 석

서울 대학교 전기공학과

Design of A Robust Adaptive Controller under Modeling Error

JAESOP CONG JAIMIN KIM HEUNGSUK YANG

DEPT. OF ELECTRICAL ENG. SEOUL NATION UNIV.

ABSTRACT

In this paper a robust control law is presented which stabilizes overall system via pole reassignment and loop-shaping. A robust adaptive controller is designed combining this robust control law and a robust estimator.

1. 서 론

모형화 오차와 그 영향

제어기를 설계하기 위해서는 제어대상의 모형화가 필수적이다. 유한 차수로 모형화할 때, 일반적으로 고주파 영역에서는 잘 일치하지 않는 저주파 근사 모형이 된다. 이러한 모형화 오차는 저주파 모형의 계수의 오차 범위로 표현되어지는 구조적 불확정 (structured uncertainty) 과 실제 제어대상과 유한 차수 모형 사이의 비구조적 불확정 (unstructured uncertainty) 으로 나누어 표현할 수 있다 [1]. 비구조적 불확정은 고주파 영역에서 크다.

적용제어를 수행할 때, 계수추정 오차는 구조적 불확정으로, 모형 차수(order), 지연시간 등의 오차는 비구조적 불확정으로 나타난다. 비구조적 불확정이 없거나 충분히 작다는 가정하에서는 적응제어의 강인성이 많이 규명되어 있으나, 보다 일반적인 경우에는 비구조적 불확정에 의해 안정도가 파괴되는 경우가 있음이 알려져 있다 [2, 3].

강인한 적응제어기

제어기가 비구조적 불확정이 존재할 때에도 전체 시스템의 안정도를 보장하기 위해서는 고주파 영역에서 개방 루우프의 이득 (open loop gain) 이 비구조적 불확정의 역수 보다 작아야 함이 잘 알려져 있다. 또한 외부 교란의 영향이나 추종오차를 줄이기 위해서는 개방 루우프의 이득이 저주파 영역에서 커야한다 [4].

적용제어에서 이러한 요구를 만족시키기 위해서는 계수 추정과 함께 비구조적 불확정의 크기를 얻을 수 있는 추정자와 개방 루우프 이득이 주파수 영역에서 좋은 모양을 갖도록 조정할 수 있는 제어 방식이 필요하다. 즉, 강인한 적응제어는 강인한 제어방식과 강인한 추정자의 결합으로 이루어 진다.

본 논문에서는 단일 입력력(SISO)의 경우, 은-라인으로 극점을 재배치하여 개방 루우프 이득을 조정하고 주파수 영역에서 계수와 비구조적 불확정을 추정함으로써 강인한 적응제어기를 구성한다.

2. 강인한 제어방식

극 배치 제어방식

극 배치 제어기는 그림 1과 같이 구성된다 [5].

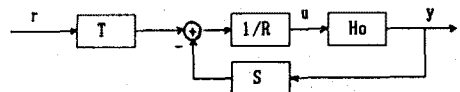


그림 1. 극 배치 제어방식.

이 때 다항식 R, S, T는 다음을 만족하도록 설계한다.

$$\frac{B(z)T(z)}{A(z)R(z) + B(z)S(z)} = \frac{B_m(z)}{A_m(z)}$$

여기서, $H_0 = B_0/A_0$ 는 실제 제어대상

$H = B/A$ 는 공칭 모형 (nominal plant model)

$H_m = B_m/A_m$ 은 원하는 전달함수

극 배치 제어방식의 강인성 조건

실제 제어대상 H_0 와 공칭 모형 H 가 같은 수의 불안정한 극을 갖고 원하는 전달함수 H_m 이 안정한 경우, 다음을 만족하면 전체 시스템도 안정하다 [6].

$$|H(z) - H_0(z)| < \left| \frac{H(z) T(z)}{H_m(z) S(z)} \right|, |z| = 1$$

위의 정리로 부터 다음 식이 만족되면 전체시스템이 안정됨을 알 수 있고, 따라서 앞서 말한 개방 루우프 이득에 대한 조건과 일치한다.

$$\frac{|H_g(z)|}{|1 + H_g(z)|} < \frac{|H(z)|}{|H(z) - H_0(z)|} \equiv \frac{1}{|\delta H(z)|}$$

여기서, $H_g = BS/AR$ 는 개방 루우프 전달함수

δH 는 비구조적 불확정, $H_0 = H(1 + \delta H)$

개방 루우프 이득 조정 방법

조정이 용이하도록 $R(z)$ 가 $(z-1)$ 을 인수로 갖도록 한 후 다음의 방법을 적용한다. 어느 방법을 적용하든지 H_m, H_g 의 대역폭 (band width) 을 가능한 한 크게하여 전체 시스템의 안정도를 보장하면서 최대의 성능을 얻도록 한다.

• 방법 1 : 먼저 전체 시스템이 $H_m(z)$ 이 되도록 $R(z), S(z), T(z)$ 를 구한 후 강인성 조건을 만족하지 않으면 $S(z)$ 대신 $\mu S(z)$, $0 < \mu \leq 1$, 를 적용하여 개방 루우프 이득이 $\mu |H_g(z)|$ 가 되게 하여 강인성 조건을 만족시킨다. D.C. 이득이 유지되도록 $B_m(z), T(z)$ 를 조정한다.

이 때 $H_m(z)$ 의 극은 $A_m(z) + (1-\mu)B(z)S(z)$ 의 영점으로 재배치된다. 이 방법은 재배치된 극이

안정한 극일 때만 적용할 수 있다.

• 방법 2 : 원하는 전달함수 $H_m(z)$ 를 여러 대역폭으로 설계하여 놓고 강인성 조건을 만족하는 것 중에서 가장 대역폭 (band width) 이 큰 것을 선택한다.

3. 강인한 추정자

유한 차수 모형의 계수와 비구조적 불확정의 한계를 함께 추정하기 위하여, 주파수 영역에서 계수추정 방식 (parametric estimation) 과 비계수추정 방식 (nonparametric estimation) 을 병행하여 사용한다. 이 때 비구조적 불확정의 한계에는 구조적 불확정의 크기가 포함된다.

주파수 영역에서의 계수 추정

먼저 비계수추정 방식으로 제어대상의 전달함수 $H_0(z)$ 의 추정치 $\hat{H}_0(z)$ 를 $z_k = e^{j\omega_k T}$, $k = 0, \dots, N$, 에서 구하고 이를 바탕으로 가중 최소자승법으로 $H(z, \theta)$ 를 구한다. [7] 이 때, 시간 영역 추정을 포함해서 기존의 방식은 모든 주파수에서의 전달함수 추정치에 균등한 가중치를 주므로 저주파 영역에서 구조적 불확정의 크기가 커지고, 따라서 비구조적 불확정 한계의 추정치가 저주파영역에서 비교적 큰 값을 갖게 되서 안정도를 보장하는 $H_m(z)$ 의 대역폭이 좁어진다. 이를 피하기 위해서 기존에 제시된 가중치 [7]에 w^k , $0 < w < 1$, 을 더 곱해줘야 한다.

비구조적 불확정 한계의 추정

결정적 (deterministic) 시스템인 경우에는 [7], 추계적 (stochastic) 시스템인 경우는 [8]에서 다루어졌다.

4. 강인한 적응제어기

제시된 강인한 제어방식과 추정자를 결합하여 다음과 같은 강인한 적응제어 시스템을 구성할 수 있다.

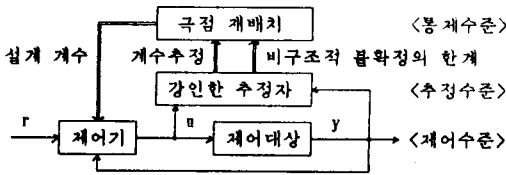


그림 2. 강인한 적응 제어 시스템의 구성

통제수준 (supervisor level)에서는 2절에서 제시된 방법 1과 방법 2를 섞어서 설계 계수 $H_m(z)$, $R(z), S(z), T(z)$ 를 온-라인으로 조정하여, 유한차수 모형화에 따른 비구조적 불확정이 있어도 전체 시스템이 안정하도록 한다. 적응 제어 시스템에서 온-라인으로 추정이 진행됨에 따라 모형화 오차가 줄어들므로 다음과 같이 설계 계수를 조정한다.

1. 초기 동조 (initial tuning) 를 위해 처음 얼마간은 오픈-루프 제어를 한다.
2. 현재의 $H_m, k(z)$ 의 대역폭이 비구조적 불확정이 허용하는 가장 큰 것이라면 그다음으로 대역폭이 큰 $H_m, k+1(z)$ 에 대하여 방법 1을 적용한다. 이때 재배치된 극이 불안정하다면 $H_m, k(z)$ 을 사용한다.

3. 2를 반복한다.

이렇게 하여 원하는 모델간의 이동이 보다 부드럽게 된다.

5. 시뮬레이션 및 검토

비교를 위하여 [9]의 모델을 샘플링하여 사용했다. 샘플링 주기 $T_s = 0.35\text{sec}$ 이다. 그림 4에서 비구조적 불확정 때문에 출력에 굴곡이 있는 것을 볼 수 있다. 그림 5에서 대역폭을 줄여 상승시간 (rise time)을 늘여줌으로써 굴곡을 없앨 수 있었다.

6. 결론

단일 입출력(SISO)의 경우, 통제수준을 설정하고 루파수 영역에서 계수와 비구조적 불확정을 추정하여 온-라인으로 극점을 재배치하여 개방 루프 이득을 조정함으로써 강인한 적응 제어기를 구성하였다.

비구조적 불확정의 한계를 추정하기 위해서는 기존의 방법으로는 제어대상이 안정해야 한다는 제약이 있어 추후연구 과제가 된다.

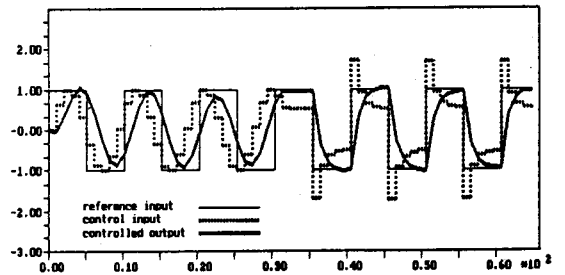
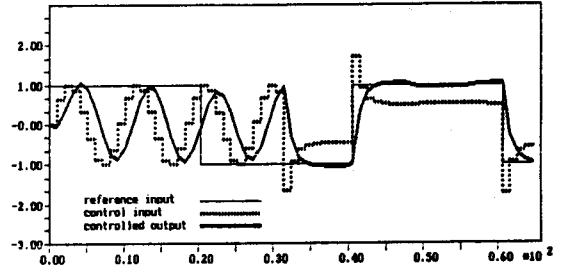


그림 3. 비구조적 불확정이 없는 경우

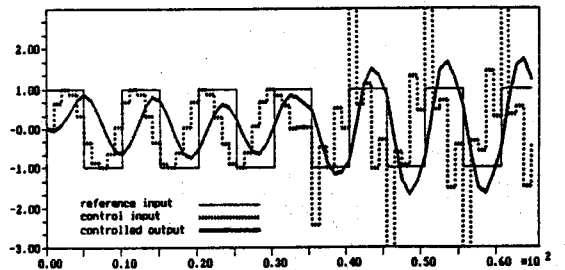
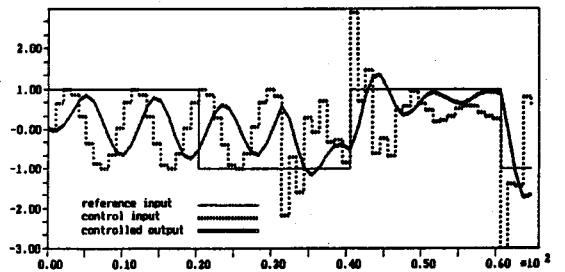


그림 4. 기존의 적응 제어 방식

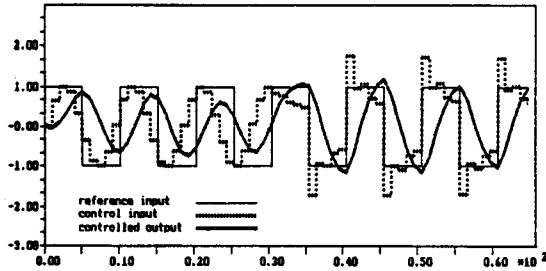
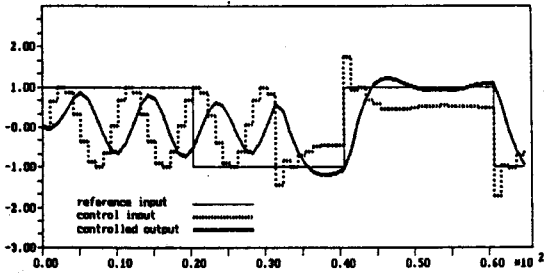


그림 5. 제시된 방식

- [8] R.L.Kosut, "Adaptive Uncertainty Modeling: On-line robust control design", Proc. ACC, 1987.
- [9] R.Ortega, R.Kelly, "On detuned model reference adaptive control: Robustness improvement via high gain design", Proc. IEEE CDC, 1987.

7. 참고 문헌

- [1] D.Millich, et al, "Feedback system design with an uncertain plant, Proc. IEEE CDC, 1986.
- [2] Hohrs C., et al, "Robustness of continuous time control algorithms in presence of unmodelled dynamics", IEEE TAC, Vol. AC-30, Sept. 1985.
- [3] Anderson B.D.O., et al, Stability of adaptive systems: Passivity and Averaging analysis, MIT Press, 1986.
- [4] J.C.Doyle, S.Stein, "Multivariable feedback design: Concepts for a classical/modern synthesis", IEEE TAC, Vol. AC-26, Feb, 1981.
- [5] K.J.Astrom, B.Wittenmark, "Self-tuning controllers based on pole-zero placement", Prod. IEE, Vol 127, May 1980.
- [6] K.J.Astrom, B.Wittenmark, Computer controlled systems: Theory and Design, Prentice-Hall, 1984.
- [7] R.O.LaMaire, et al, "A frequency-domain estimator for use in adaptive control systems", Proc. ACC, 1987