可變 構造 시스템 理論을 適用한 適應 모델 追從 制御器의 設計

'88추계학술대회
'88 - B - 5

李 康 熊* 李 弘 珪 崔 桂 根
서울 大學校 電子工學科

Design of adaptive model following controller using the theory of variable structure systems

Kang Woong Lee Hong Kyu Lee Keh Kun Choi
Dept. of Electronics Eng. Seoul National Univ.

ABSTRACT

An adaptive model following controller is designed using the theory of variable structure systems. The proposed method allows the designer to satisfy the requirements of short sliding plane reaching time and chattering reduction in the sliding mode. This method is based on the modified condition for the sliding mode. The result of computer simulation shows that state trajectories reach switching plane fast and chattering is reduced.

I. 序 論

適應 모델 追從 制御는 工程의 파라메터가 變하거나 外亂이 있는 경우에 工程이 制御 目的을 나타내는 모델을 따르도록 함으로써 最適 制御 理論을 適用하여 制御할 때 直面하는 性能 指數 選擇의 어려움을 피할 수 있다.

모델과 工程의 狀態 誤差가 近似的으로 0 에 收斂하는 安定 條件을 滿足시키기 위한 制御器 設計는 過度期 狀態를 원하는 狀態가 되도록 規定지을 수 있는 可變 構造 시스템에 의한 方法이 제시 되었다[1-4].

可變 構造 시스템은 시스템의 狀態 軌跡이 스위칭 平面에 到達하면 시스템의 構造를 變更시키는 不連續 制御 入力에 의해 狀態 軌跡이 스위칭 平面上에서 슬라이딩 運動을 하는 特性을 갖는다[5]. 슬라이딩 모드에서 시스템은 시스템 파라메터 變動이나 外亂에 鈍感하게 되고 시스템 動特性은 스위칭 平面의 選擇에 左右된다. 따라서 可變 構造 시스템 制御는 스위칭 平面의 選定과 슬라이딩 모드가 存在하도록 하는 不連續 制御 入力의 選擇이다 그러나 狀態 軌跡이 스위칭 平面에 到達하기까지의 到達 位相 (reaching phase) 동안에 시스템은 파라메터 變動이나 外亂에 影響을 받게되고 시스템 모델링 誤差 및 時間 遲延 등으로 因하여 슬라이딩 運動時 채터링 (chattering) 이 일어나게 되고 이 채터링의 크기는 制御 入力의 크기에 比例하게 된다. 따라서 狀態 軌跡이 初期 狀態로부터 짧은 時間內에 스위칭 平面에 到達하여 슬라이딩 運動을 함으로써 파라메터 變動이나 外亂에 鈍感하도록 하고 슬라이딩 모드에서 채터링 및 채터링의 크기를 줄이는 것이 制御 目的이 된다[6].

本 論文에서는 狀態 軌跡이 스위칭 平面으로부터 멀리 있을 때는 制御 入力이 커져서 스위칭 平面에 빨리 到達하도록 하고 스위칭 平面上에서는 制御 入力이 작아져서 채터링의 크기를 줄이도록 하기 위하여 變形된 슬라이딩 모드 存在 條件을 提示하고 이 條件을 만족시키도록 하는 制御器를 設計하였다.

II. 可變 構造 모델 追從 制御 시스템

모델 追從 制御 시스템은 工程의 出力과 모델의 出力 誤差가 0 이 되도록 하는 制御 利得을 定하여 工程의 動特性이 모델을 따르도록 하는 것이다.

單一 入力의 工程과 모델의 狀態 方程式을 各各 다음과 같이 定한다.

$$\dot{X}_p(t) = A_p X_p(t) + B_p u(t) \qquad (1)$$

여기서,

$$X_p = [\, x_{p1} \ldots\ldots x_{pn} \,]^T$$

$$A_p = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ & & 1 & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & 1 \\ -a_1 & -a_2 & \cdots & & -a_n \end{bmatrix} \qquad B_p = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ b \end{bmatrix}$$

단, $a_i^o - \delta a_i < a_i^o + \delta a_i$, $b^o - \delta b < b < b^o + \delta b$ 이고 $b > 0$ 으로 假定한다.

$$\dot{X}_m(t) = A_m X_m(t) + B_m r(t) \quad (2)$$

여기서,

$$X_m = [\, x_{m1} \ldots\ldots x_{mn} \,]^T$$

$$A_m = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ & & 1 & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & 1 \\ -\hat{a}_1 & -\hat{a}_2 & \cdots & & -\hat{a}_n \end{bmatrix} \qquad B_m = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \hat{b} \end{bmatrix}$$

X_p 와 X_m 은 工程과 모델의 狀態 變數, u 는 工程의 制御 入力이고 r 은 모델의 入力이다.

誤差 벡터 e 를 다음과 같이 定義하면

$$e(t) = X_m(t) - X_p(t) \quad (3)$$

誤差 狀態 方程式은

$$\dot{e}(t) = A_m e(t) + \tilde{A} X_p(t) + B_m r(t) - B_p u(t) \quad (4)$$

여기서, $\tilde{A} = A_m - A_p$ 이고 다음의 整合 條件[10]이 成立된다고 假定한다.

$$(I - B_p B_p^{\dagger}) B_m = 0 \; ; \; (I - B_p B_p^{\dagger}) \tilde{A} = 0 \quad (5)$$

여기서 $B_p^{\dagger} = (B_p^T B_p)^{-1} B_p^T$

可變 構造 시스템은 狀態 軌跡이 스위칭 平面에 到達하면 시스템의 構造를 바꾸도록 하는 不連續 制御 入力을 갖는 것이 特徵이며 이 不連續 制御 入力은 다음과 같이 定義된다.

$$u = \begin{cases} u^+ & ; \; s(e) > 0 \\ u^- & ; \; s(e) < 0 \end{cases} \quad (6)$$

여기서, $s(e) = 0$ 는 誤差 狀態 空間에서

$$s(e) = Ce = 0 \quad (7)$$

$$C = [\, c_1 \ldots\ldots c_{n-1} \; 1 \,]$$

으로 定義되는 스위칭 平面이다.

스위칭 平面 近處에서 狀態 軌跡의 運動 方向이 恒常 스위칭 平面을 向하면 이 시스템은 슬라이딩 모드에 있다고 하고 슬라이딩 모드에서 시스템은 파라메터 變動이나 外亂에 鈍感한 特徵을 갖으며 시스템 動特性은 스위칭 平面을 決定하는 벡터 C 의 選擇에 의해 左右된다. 스위칭 平面上에서 슬라이딩 運動이 일어날 條件은 $s(e) = 0$ 近處에서

$$\lim_{s \to 0+} \dot{s} < 0 \quad \text{와} \quad \lim_{s \to 0-} \dot{s} > 0 \quad (8)$$

이다. 슬라이딩 모드에서 시스템 動特性은 다음 式을 滿足한다.

$$s(e) = Ce = 0 \quad \text{와} \quad \dot{s}(e) = C\dot{e} = 0 \quad (9)$$

誤差 시스템 動特性을 나타내는 方程式은 본래의 制御 入力 u 대신 等價 制御 入力 ueq 를 代入함으로써 얻어진다. (4) 式과 (9) 式으로 부터 等價 制御 入力 ueq 는

$$ueq = (CB_p)^{-1} C[A_m e(t) + \tilde{A} X_p(t) + B_m r(t)] \quad (10)$$

단, $CB_p \neq 0$ 이라 假定한다. 整合 條件이 成立되고 (10)식을 (4)식에 대입하면

$$\dot{e}(t) = [\, I - B_p (CB_p)^{-1} C \,] A_m e(t) \quad (11)$$

(11) 式으로부터 誤差 動特性이 원하는 特性을 갖도록 벡터 C 를 選定할 수 있으며 그 方法은 極配置 方法, 性能 指數 最小化 方法 [7], 및 投影法 [8] 등이 提示 되었다.

III. 制 御 器 設 計

스위칭 平面으로부터 멀리 떨어진 誤差 狀態 軌跡이 빠른 時間內에 스위칭 平面에 到達하여 슬라이딩 運動을 하도록 하는 制御 入力이 要求된다. 스위칭 函數 s 의 時間 變化率이 스위칭 平面으로부터 멀리 있을 때는 커서 큰 制御 入力을 갖고 가까이 있을 때는 작아서 작은 制御 入力을 갖도록 하기 위한 슬라이딩 모드 存在 條件을 다음과 같이 定한다.

$$\dot{s}(e)\mathrm{sgn}[s(e)] < -\eta \, |f(s)| \quad (12)$$

여기서, η 은 陽數이고 $|f(s)|$ 는 $|s(e)|$ 의 크기에 따라 變하는 函數이다. 스위칭 平面으로의 到達 速度를 改善하고 슬라이딩 運動을 하여 $e(t) \to 0$ 으로 되도록 하는 制御 入力 u(t) 는

$$u(t) = -[K_e e(t) + K_x X_p(t) + K_r r(t) + K_f |f(s)| \mathrm{sgn}[s(e)]] \quad (13)$$

로 定하고 (12) 식의 슬라이딩 모드의 存在 條件으로부터 制御 利得의 範圍는

$$\begin{aligned} &K_{ei} < \min\{-b^{-1}(c_{i-1} - \hat{a}_i)\} : e_i(t)s(e) > 0 \\ &K_{ei} > \max\{-b^{-1}(c_{i-1} - \hat{a}_i)\} : e_i(t)s(e) < 0 \\ &\qquad \text{단, } co = 0, \; i = 1, \ldots\ldots, n \\ &K_{xi} < \min\{-b^{-1}\tilde{a}_i\} : x_{pi}(t)s(e) > 0 \\ &K_{xi} > \max\{-b^{-1}\tilde{a}_i\} : x_{pi}(t)s(e) < 0 \\ &\qquad i = 1, \ldots\ldots, n \\ &K_r < \min\{-b^{-1}\hat{b}\} : r(t)s(e) > 0 \\ &K_r > \max\{-b^{-1}\hat{b}\} : r(t)s(e) < 0 \\ &K_f < \min\{-b^{-1}\eta\} \end{aligned} \quad (14)$$

으로 된다. (13) 식의 제어 입력 u(t)에서 $k_f |f(s)| \mathrm{sgn}[s(e)]$ 項은 狀態 軌跡이 스위칭 平面에 到達하는 速度를 改善시키기 위한 項으로 本 論文에서는 $|f(s)|$ 를 $\exp[-1/|s(e)|]$ 로 하여 스위칭 平面上에서의 슬라이딩 運動에는 影響을 주지 않도록 하며 나머지 項들은 스위칭 平面上에서 슬라이딩 運動을 하도록 하는 項으로서 채터링의 크기를 줄이고 利得 選擇의 複雜性을 피하기 위해 K_{ei}, K_{xi}, 와 K_r 은

$$\begin{aligned} K_{ei} &= K_{ei}^+ = \min\{-b^{-1}(c_{i-1} - \hat{a}_i)\} : e_i(t)s(e) > 0 \\ &\quad\; K_{ei}^- = \max\{-b^{-1}(c_{i-1} - \hat{a}_i)\} : e_i(t)s(e) < 0 \\ K_{xi} &= K_{xi}^+ = \min\{-b^{-1}\tilde{a}_i\} : x_{pi}(t)s(e) > 0 \\ &\quad\; K_{xi}^- = \max\{-b^{-1}\tilde{a}_i\} : x_{pi}(t)s(e) < 0 \\ K_r &= K_r^+ = \min\{-b^{-1}\hat{b}\} : r(t)s(e) > 0 \\ &\quad\; K_r^- = \max\{-b^{-1}\hat{b}\} : r(t)s(e) < 0 \end{aligned} \quad (15)$$

으로 定하고 K_r 는 (14) 의 條件을 滿足시키는 큰 값으로 選擇한다.

IV. 컴퓨터 시뮬레이션

2차의 工程과 모델이 각각 다음과 같은 경우에 대해 시뮬레이션하였다.

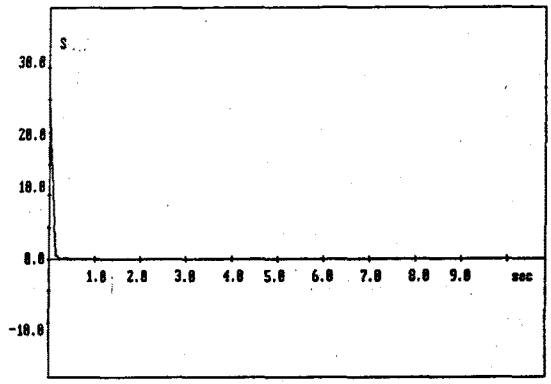
$$\dot{X}_p(t)=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -a_1 & -a_2\end{bmatrix}X_p(t)+\begin{bmatrix}0\\ b\end{bmatrix}u(t)+\begin{bmatrix}h_1\\ h_2\end{bmatrix}$$

$$\dot{X}_m(t)=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -1 & -1\end{bmatrix}X_m(t)+\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}r(t)$$

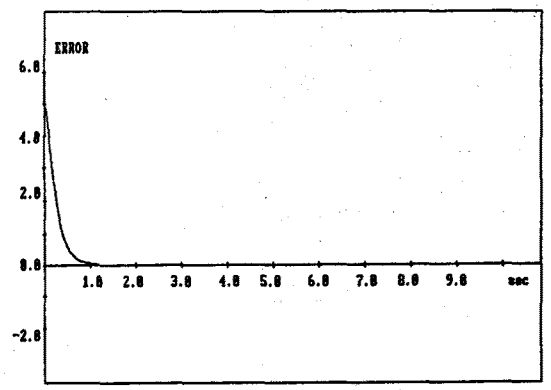
여기서 Xp와 Xm은 각각 工程과 모델의 狀態變數이고 工程의 파라메터들은 다음의 範圍내에서 變化되는 것으로 하였고

$1.0 < a_1 < 2.0$, $0.8 < a_2 < 1.4$, $2 < b < 4$

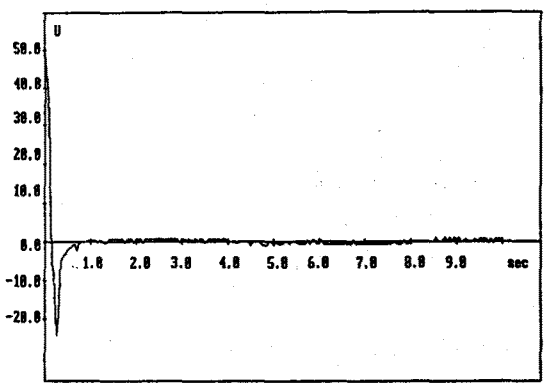
h_1 과 h_2 는 $h_1 = 0$ 이고, $0 < h_2 < 0.5$ 의 값을 갖는 雜音 (random noise)으로 하였다.모델 入力 利得은 (15)식으로 부터 $Ke_+ = .25$, $Ke_- = .5$, $Ke_{2+} = -2$, $Ke_{2-} = -1$, $Kx_{1+} = 0$, $Kx_{1-} = .5$, $Kx_{2+} = -.1$, $Kx_{2-} = .2$, $Kr+ = -.5$, $Kr- = -.25$ 와 $K_r = -50$ 으로 하고 샘플링 간격을 0,01 초로 하여 시뮬레이션한 結果를 그림 1 에 나타내었다. 그림 1 의 (a), (b), (c), 와 (d) 는 각각 스위칭 函數 S , 誤差 , 制御 入力과 모델과 工程의 變化를 나타내었다. 이 結果로부터 약 0.2 초 후에 狀態 軌跡이 스위칭 平面에 到達하여 슬라이딩 運動을 하며 到達 速度는 K_r 가 클수록 빨라지게 된다. 또한 스위칭 平面 가까이에서는 制御 利得이 슬라이딩 모드 存在 條件을 만족시키는 限界값이 되므로 체터링이 줄어들게 됨을 알 수있다.



(a)



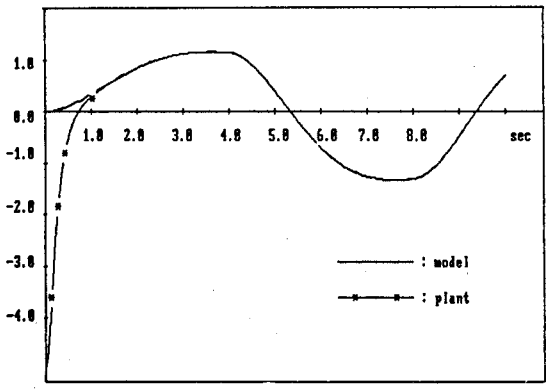
(b)



(c)

V. 結 論

可變 構造 모델 追從 制御 시스템에서 狀態 軌跡의 스위칭 平面 到達 速度를 改善시키기 위한 制御 入力의 設計를 위해서 슬라이딩 모드 存在 條件을 變形시키고 이 條件을 滿足시키도록 하는 制御 入力을 提示하고 그 結果 를 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 보였다. 이 結果로부터 狀態 軌跡이 빠른 시간내에 스위칭 平面에 到達하여 슬라이딩 運動을 함으로써 工程이 모델을 잘 따르고 슬라이딩 運動時에 체터링도 줄게됨을 알 수있다.



(d)

그림 1. 시뮬레이션 결과
(a) 스위칭 함수 (b) 오차
(c) 제어 입력 (d) 출력

Fig.1. Simulation results
(a) switching function (b) error
(c) control input (d) output

參 考 文 獻

[1] K.K.D. Young, "Design of variable structure model following control system," IEEE Trans. on Automat. Contr., vol. AC-23, no. 6, Dec. 1978

[2] A.S.I. Zinober, O.M.E. El-Ghezawi, and S.A. Billings, "Multivariable variable structure adaptive model following control systems," IEE PROC., vol. 129, Pt. D, no. 1, Jan.1982

[3] A. Balestrino, G.De Maria, and A.S.I. Zinober , "Nonlinear Adaptive Model following control," Automatica, vol. 20, no. 5, 1984

[4] G. Ambrosino, G Celentano, and F. Garofalo, "Variable structure model reference adaptive control systems," Int. J. Control, vol. 39, no. 6, 1984

[5] V.I. Utkin, "Variable structire systems with sliding modes," IEEE Trans. on Automat. Contr., vol. AC-22, no. 2, Apr.1977

[6] M.D. Espana, R.S. Ortega, and J.J. Espino, "Variable structure systems with chattering reduction," Automatica, vol. 20, no. 1, 1984

[7] V.I. Utkin and K.D. Yang, "Methods for constructing discontinuity plane in multidimentional variable structure systems," Automat. Remote Contr., vol. 39, no. 10, 1978

[8] O.M.E. El-Ghezawi, A.S.I. Zinober, and S.A. illings, "Analysis and design of variable structure systems using a geometric approach," Int. J. ontrol, vol. 38, no. 3, 1983

[9] J.J. Slotine and J.A. Coetsee, "Adaptive sliding controller synthesis for non linear systems," nt. J. Control, vol. 43, no. 6, 1986

[10] I.D. Landau and B. Courtiol, "Design of multivariable adaptive model following control systems," Automatica, vol. 10, 1974