

이 병 석[○], 한 송 업
서울대학교

Finite Element Analysis of Short Circuit Characteristics of 20 KVA
Superconducting Synchronous Generator

Byoung Suk Rhee , Song Yop Hahn
Seoul National University

Abstract

The most important thing in design procedure of SCG is the exact estimation of the electromagnetic force acting on the field and amature winding. Until now, equivalent circuit method was used for the analysis of electric and magnetic performance. This paper shows the two dimensional analysis of electric and magnetic characteristics of SCG by Finite Element Method(FEM). Analysis by FEM provides more accurate results than that of equivalent circuit method because harmonics field generated by field current can be considered. Circuit and field equations are combined together in a equation and solved simultaneously.

1. 서론

발전기를 설계할때 계자권선과 전기자권선에 작용하는 전자력을 정확히 계산하는 것이 중요하다. 지금까지는 발전기의 전자기적 특성을 해석하는 방법으로서 등가회로 모델링법이 사용되었는데 이 방법은 공극내의 자속분포가 정현파라고 가정하여 고조파를 무시하였고 또 공극내의 누설자속을 고려하지 못한다는 점이 있었다. 이에 본 논문에서는 초전도 동기발전기의 전자기적특성을 2차원 유한요소법을 사용하여 구하였다. 유한요소법은 공극내의 고조파성분과 누설자속을 모두 고려할 수 있기 때문에 등가회로법보다 정확한 결과를 얻을수 있다. 또한 무부하 정상운전중에 있는 발전기에 3상돌발 단락사고가 일어났을때 각 권선에 흐르는 전류모양과 계자, 전기자권선에 가해지는 전자력분포를 계산하였다. 기존의 유한요소법에의해 자기회로의 자속분포를 해석하고자 할때는 권선에 흐르는 전류값이 주어져야 하는데 만약 권선에 흐르는 전류값이 미지값이 되고 단자전압이 기지값으로 되면 단자전압에 맞는 미지전류값을 구하기위해서 초기값을 가정한후 반복계산

해야만 한다. 그러나 초전도 동기발전기와같이 계자권선과 전기자권선에 흐르는 전류등 많은 미지전류값이 존재할 때는 각 전류상호간의 영향때문에 반복계산이 힘들어진다. 그래서 본 논문에서는 자장방정식과 회로방정식을 결합시켜 직접 전류값을 계산하는 알고리즘을 적용하였고 차폐막에 흐르는 와전류함을 계산할때 나타나는 시간미분항은 후퇴차분법을 사용하여 처리하였다.

2. 지배방정식 및 유한요소법의 적용

2-1. 지배방정식의 유도

도체와 자성체를 포함하는 2차원 자장방정식은 맥스웰방정식에 의해 주어진다.

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J}_o + \vec{J}_e \quad \text{---(1)}$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \text{---(2)}$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad \text{---(3)}$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad \text{---(4)}$$

$$\vec{J}_e = \sigma \vec{E} \quad \text{---(5)}$$

\vec{H} : 자기장의 세기 (A/m)

\vec{E} : 전기장의 세기 (V/m)

\vec{B} : 자속밀도 (Wb/m²)

\vec{J}_o : 자화전류밀도 (A/m²)

\vec{J}_e : 와전류밀도 (A/m²)

전류밀도의 방향은 z방향이고 μ 는 자기투자율로서 등방성 물질이라고 가정한다. 식(3)으로부터 자기벡터 포텐셜 \vec{A} 는

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} \quad \text{---(6)}$$

의 관계로 정의되고 식(6)과 식(2)에서 다음이 성립한다.

유한요소법에 의한 초전도 동기발전기의 단락특성 해석

$$\vec{E} = - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \quad \text{---(7)}$$

식(6)을 식(1)에 대입후 $\nabla \cdot \vec{A} = 0$ 인 Coulomb Gauge를 채택하면 식(1)은 다음의 편미분방정식이 되고 이식을 정자계의 Poisson 방정식이라 한다.

$$-\nabla^2 \vec{A} = \vec{J}_0 - \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \quad \text{---(8)}$$

σ : 자기저항률 ($= \frac{1}{\mu}$)

2-2. 유한요소 정식화 및 시간미분항의 취급

식(8)에 다음의 경계조건이 주어졌다고 하자.

Dirichlet 경계조건 : $\vec{A} = g$ (경계 C1)

$$\text{Neumann 경계조건 : } \nabla \frac{\partial \vec{A}}{\partial n} = 0 \text{ (경계 C2)} \quad \text{---(9)}$$

식(8)은 시간에 의존하는 방정식이므로 각 요소내의 자기벡터 포텐셜을 근사화할때 형상함수 N^e 를 공간변수만의 1차함수로 보고 각 절점에서의 포텐셜값은 시간만의 함수라고 가정한다.

$$A^e = \sum_{i=1}^3 N_i(x, y) \cdot A_i(t) \quad \text{---(10)}$$

식(8)과 식(9)를 이용하여 가중잔차 방정식을 만들고 여기에 Galerkin법을 적용하면 다음과 같다.

$$\int_{\Omega} (-\nabla^2 \vec{A} - \vec{J}_0 + \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}) \cdot \vec{w}_i \, dxdy + \int_{C_1} (\vec{A} \cdot \vec{g}) \, w_i \, ds + \int_{C_2} (\nabla \frac{\partial \vec{A}}{\partial n} - 0) \cdot \vec{w}_i \, ds = 0 \quad \text{---(11)}$$

w_i : 가중함수

Green의 정리를 사용하여 식(11)을 전개한후 $w_i = N_i^e$ 를 대입하면 각 요소에서 다음식이 성립한다.

$$\int_{\Omega} \left(\sum_{j=1}^3 \sigma N_j^e \frac{\partial A_j^e}{\partial t} \right) dxdy + \int_{\Omega} \left(\sum_{j=1}^3 N_j^e \frac{\partial A_j^e}{\partial x} \frac{\partial N_i^e}{\partial x} + \frac{\partial N_i^e}{\partial y} \frac{\partial N_j^e}{\partial y} \right) A_j^e dxdy - \int_{\Omega} \vec{J}_0 \cdot \vec{N}_i^e dxdy = 0 \quad \text{---(12)}$$

식(12)에서 전류밀도 J_0 는 미지변수로 보기때문에 J_0 를 다음과 같이 전류의 함수로 바꾸어 줄 수 있다.

$$J_0 = N_0 \times I_0 / S_0 \quad \text{---(13)}$$

N_0 : 전류 I_0 가 흐르는 부분의 총 턴수

S_0 : 전류 I_0 가 흐르는 부분의 총 면적

발전기의 경우 I_0 는 계자전류, 3상전류의 4가지 미지전류 변수를 갖게된다. 식(13)을 식(12)에 대입후 적분을 행하면 식(14)와 같은 요소행렬을 얻을 수 있다.

$$\frac{\sigma \Delta}{12} \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \frac{\partial A^e}{\partial t} + \frac{V}{4\Delta} \begin{pmatrix} b_1 b_1 + c_1 c_1 \\ b_1 b_2 + c_1 c_2 \\ b_1 b_3 + c_1 c_3 \end{pmatrix} A^e - \frac{N_0 \Delta}{S_0} \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} I_0^e = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{---(14)}$$

Δ : 요소 면적

이제 식(14)에서 문제가 되는 시간미분항에 대해서는 차분근사법을 사용한다. 그림1은 공간의 어떤 한점에 있어서의 포텐셜 변화를 나타낸다.

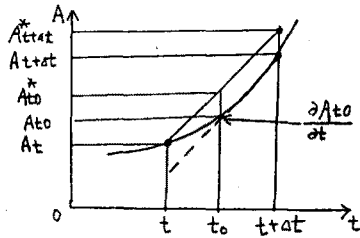


그림1 차분근사법

지금 시각 t 에서 포텐셜 A_t 가 참값이었다고 하면 t 앞선 다음의 $t+\Delta t$ 시각에 있어서 근사치를 구하기 위해서는 A_t 와 $A_{t+\Delta t}^*$ 사이의 관계식이 필요하다. 이 관계식을 구하기 위해서 다음 가정을 한다.

i) 구간에서는 현상이 직선적으로 변화한다.

ii) 이 직선의 기울기는 구간내의 적당한 시각 t_0 에 있어서의 곡선의 접선기울기와 같다.

위의 가정으로부터 다음 식이 도출된다.

$$\frac{\partial A_{t_0}}{\partial t} = (A_{t+\Delta t}^* - A_t) / \Delta t \quad \text{---(15)}$$

식(15)에서 시각 t_0 를 t 로 하면 전진차분법, $t+\Delta t/2$ 로 하면 중앙차분법, $t+\Delta t$ 로 하면 후퇴차분법이 된다. 여기서는 후퇴차분법을 이용하여 식(14)에 대입한후 전체요소에 대해서 조합하면 미지전류가 4개인 경우 다음과 같이 표시된다.

$$[H][A^{t+\Delta t}] + [C][I_0^{t+\Delta t}] = [F][A^t] \quad \text{---(16)}$$

$$[H]: n \times n, [H]^e = \frac{\sigma \Delta}{12} \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} + \frac{V}{4\Delta} (b_1 b_1 + c_1 c_1)$$

$$[C]: n \times 4, [C]^e = \left[-\frac{N_0 \Delta}{S_0} \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right]$$

$$[F]: n \times 1, [F]^e = \left[\frac{\sigma \Delta}{12} \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \right]$$

$$[A^{t+\Delta t}], [A^t]: n \times 1, [I_0^{t+\Delta t}]: 4 \times 1$$

결국 식(16)은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} [H][C] \\ [I_0^{t+\Delta t}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [A^{t+\Delta t}] \\ [I_0^{t+\Delta t}] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [F][A^t] \end{bmatrix} \quad \text{---(17)}$$

2-3. 자장방정식과 회로방정식의 결합

식(17)에서 전류가 미지값이므로 기지식은 절점수 n 개인 반면 미지수는 $(n+4)$ 개 이므로 해를 구할 수가 없다.

그러므로 벡터포텐셜, 전류, 단자전압 사이의 새로운 관계식을 추가시켜 주어야 한다. 유한요소 영역에서 권선은 대개 외부의 전원과 저항, 인덕턴스 같은 외부부하에 연결된다. 발전기의 경우 다음 4개의 식이 첨가된다.

$$\begin{aligned} \frac{d\phi_f}{dt} + r_f i_f &= V_f \\ \frac{d\phi_a}{dt} - r_a i_a &= V_a \\ \frac{d\phi_b}{dt} - r_b i_b &= V_b \\ \frac{d\phi_c}{dt} - r_c i_c &= V_c \end{aligned} \quad \text{---(18)}$$

V_f, V_a, V_b, V_c : 계자 및 전기자 권선의 단자전압

r_f, r_a, r_b, r_c : 계자 및 전기자 권선의 내부저항과 외부 연결저항의 합

$\frac{d\phi_f}{dt}, \frac{d\phi_a}{dt}, \frac{d\phi_b}{dt}, \frac{d\phi_c}{dt}$: 각 권선에 유기되는 기전력의 크기

식(18)의 시간변화분에 대해서 다음과 같이 근사하여 대입하면 다음과 같다.

$$\frac{d\phi}{dt} = (\phi^{t+\Delta t} - \phi^{t}) / \Delta t \quad \text{---(19)}$$

Δt : 경과시간

ϕ^t : 시간 t 에서 각 권선의 자속쇄교수

$\phi^{t+\Delta t}$: Δt 초 경과후 각 권선의 자속쇄교수

$$\begin{aligned} \frac{1}{\Delta t} \phi_f^{t+\Delta t} + r_f i_f^{t+\Delta t} &= V_f^{t+\Delta t} + \frac{1}{\Delta t} \phi_f^t \\ \frac{1}{\Delta t} \phi_a^{t+\Delta t} - r_a i_a^{t+\Delta t} &= V_a^{t+\Delta t} + \frac{1}{\Delta t} \phi_a^t \end{aligned} \quad \text{---(20)}$$

식(20)과 식(16)을 결합하려면 쇠교자속을 \vec{A} 의 함수로 바꾸어야 한다.

$$\phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \oint_C \vec{A} \cdot d\vec{l} \quad \text{---(21)}$$

식(21)을 이용하여 식(19)를 변형하면 다음과 같다.

$$[P][Q] \begin{bmatrix} A^{t+\Delta t} \\ I_o^{t+\Delta t} \end{bmatrix} = [V^{t+\Delta t}] \quad \text{---(22)}$$

$[P]$: $4 \times n$ 행렬, $[V]$: 4×1 행렬, $[Q]$: 4×4 행렬

결국 식(17)과 식(21)을 조합하면

$$[H][C] \begin{bmatrix} A^{t+\Delta t} \\ I_o^{t+\Delta t} \end{bmatrix} = [F][A^t] \quad \text{---(23)}$$

이 되어 식(23)을 풀면 각 권선에 흐르는 미지전류값을 직접 구할 수 있다.

3. 적용모델

그림2는 3상 전기자 권선과 4극 계자 권선을 갖는 20KVA 초진도 발전기의 단면도이다.

기계의 바깥 쪽으로부터 외부 자기차폐막, 전기자 권선, 이중 회전자 차폐막으로 구성되어 있으며 유한요소 계산에 필요한 상수들은 표 1과 같다.

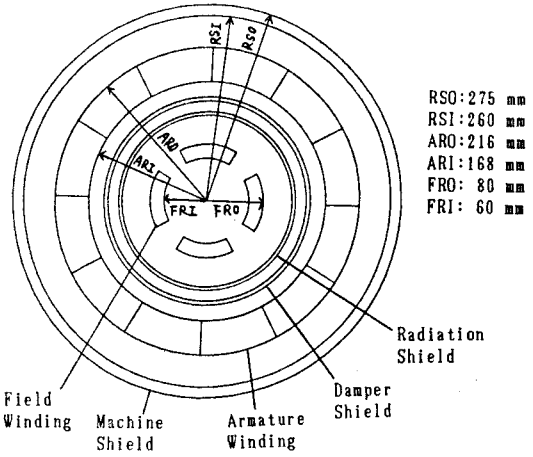


그림2 20KVA 발전기의 단면

표1 유한요소 계산에 필요한 상수

계자 권선 : 극수 4, 극당 턴수 455

Cold 덤퍼(내부차폐막) : 재료 구리, 두께 5 mm, 외부반지름 125.5 mm

Warm 덤퍼(외부차폐막) : 재료 구리, 두께 6 mm, 외부반지름 146.5 mm

전기자 권선 : 슬롯수 60 개, 슬롯당 도체수 12 개

위의 수치를 가지고 요소분할을 행한 것이 그림 3이다

절점 793
요소 1512

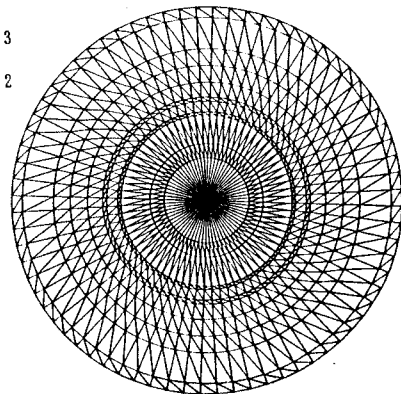


그림3 20KVA 발전기의 세분된 요소망

사용된 절점수는 793개이고 요소수는 1512개이다. 과도분석을 해석할 때 발전기의 속도는 일정하다는 가정하에 후퇴차분법의 처리를 위해서 각 부분의 요소들 5°씩 균일하게 72개로 세분한후 전기자 권선의 상위치들 5°만큼씩 균일하게 회전시킴으로써 Δt 후의 변화로 인한 새로운 요소세분의 필요성을 제거하였다. 또한 발전기의 단락상태는 발전기의 단자전압인 V_a, V_b, V_c 들 어느 순간에 0으로 놓아 처리하였다.

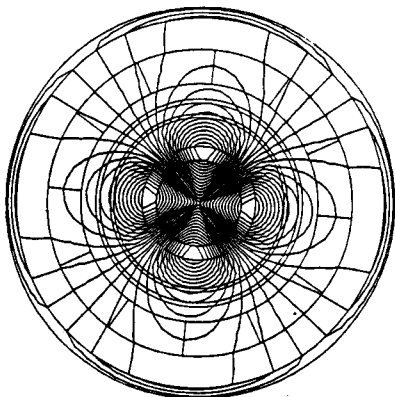


그림4 무부하시 자속분포

4. 결론

초전도 발전기의 단락특성을 해석하기 위해 자장방정식과 회로방정식을 결합하여 방정식의 해를 구함으로써 발전기의 3상전류와 계자전류 값등의 특성을 얻을 수 있었다. 또한 시간미분항을 유한차분법으로 취급함으로써 그 유용함을 입증하였다.

(참고문헌)

- (1) Hahn, S. Y., Mailfert, A., and Rezzoug, A. (1970), "Transient Performance of Superconducting alternator with damper winding", IEEE PES Winter Meeting, 1970, paper A79 010-0. IEEE, New York.
- (2) T. Nakata and N. Takahashi, "Direct Finite Element Analysis of Flux and Current Distributions under Specified Conditions", IEEE Trans. on Magnetics, Vol. MAG-18, No. 2, March 1982.
- (3) Itsuya Muta, Eiichi Mukai, et al., "Calculation steady state performances of 20 KVA Superconducting synchronous generator using finite element analysis", Reports of Special Project on Energy under Grant-in-Aid of Scientific Research of the Ministry of Educational Science and Culture, Japan, (Oct. 1983) 13-18.
- (4) T. Okada, et al., "The basic test on the 20 KVA Superconducting synchronous generator", IEEE Trans. on Magnetics, Vol. MAG-19, No. 3 (Mag 1983) 1043-1046.

- (5) I. Muta, E. Mukai, "Steady state characteristics of 20 KVA experimental superconducting synchronous generator by finite element method", Proc. of '84 ICEM in Lausanne, Swiss. (Sept. 1984) 1122-1125.