

## 단면 데이터 베이스에 의한 RC 부재의 최적설계

Optimum RC Member Design with Predetermined Discrete Sections

최창근\*    오박효경\*\*  
Choi Chang Koon   Kwak Hyo Gyoung

### ABSTRACT

This paper concentrates on the development of simplified and effective algorithm for optimum reinforced concrete(RC) member design. After constructing the data base of predetermined RC sections which are arranged in the order of increasing resistant capacity. Then, the relationship between the section identification numbers and resistant capacities of sections is established by regression and it can be used to obtain the initial solution(section) which satisfies the design constraints imposed. Assuming that there exists the optimum section near the initially selected one, the direct search is conducted to find the discrete optimum solution. The optimization of the entire structure is accomplished through the individual member optimization.

#### 1. 서론

지난 20 여년동안 RC 구조물의 최적설계는 대부분 Fully Stressed Design, Linear Programming, Sequential Unconstrained Minimization Technique (1) 등의 mathematical programming methods 를 사용하여 행해지고 있다. 그러나 이러한 방법들은 설계 변수가 연속적이라는 기본 가정을 사용하므로 일정한 규격의 철근과 일정한 간격(예 : 5 cm)으로 증가하는 콘크리트 단면등 불연속 상태의 규격화된 부재를 사용하는 철근콘크리트 건물의 최적설계 방법으로 직접 적용하기에는 많은 제약이 따른다.

이러한 제약을 극복하기위해 불연속 최적설계에 대한 많은 연구가 이루어지고 있지만(2) 이러한 연구의 대부분은 그 근간을 mathematical programming methods 에 두고있으며 많은 설계변수를 조절해야 하는 어려움때문에 그 적용범위가 작고 단순한 구조물에 한정되어 있는 실정이다(3).

본 논문에서는 많은 설계변수를 효율적으로 처리할 수 있는 간단하고 실용적인 철근콘크리트 부재의 최적설계 방법을 제시하고자 한다. 본 논문에서 제시한 방법은 많은 설계변수와 방정식 (descriptive functions)을 이용하는 방법 대신 일정 범위의 철근콘크리트 보 및 기둥의 단면 데이터 베이스를 구성한 후 각 단면의 저항치와 단면번호와의 관계를 회귀분석을 통해 구성한다. 구성된 회귀분석 식으로부터 일차적으로 연속해를 결정하고 연속해 부근에 최적 불연속 해가 존재한다는 가정하에 직접탐색을 통해 최종 불연속해를 결정하는 방법을 쓴다.

#### 2. 단면 데이터 베이스의 구성

일반적으로 일부 PC 부재를 제외한 콘크리트 부재는 강재와같이 공장에서 생산되는 규격화된 제품을 이용하여 설계 및 시공을 할 수 없으며 현장에서 직접 제작하는 경우가 많아 이론적으로는 무수히 많은 단면이 존재할 수 있다. 그러나 실제 건물구조에 있어 콘크리트 부재는 시공상의 제약 및 구조부재의 특성 등으로 말미암아 얼마간의 제한을 가지고 설계 및 시

공이 된다. 즉 철근은 공장에서 생산되는 일정 규격의 제품인 D19, D22, D25 등을 갯수 단위로 사용하며 단면치수는 대략 5 cm 정도씩 증가하는 경향이 있다. 또한 철근콘크리트 단면은 구조적 기능상 폭과 깊이의 비에있어 제한이 있는데 통상적으로 보 단면의 경우는 그 비가 1.2.5를 넘지 않으며 기둥의 경우에도 2를 넘지 않는다.

본 논문에서 보 및 기둥의 단면 데이터 베이스를 구성함에 있어 위에서 언급한 사항과 많은 설계도를 참고하였으며 최종적으로 다음 그림 1 과 2에 표시한 단면 데이터의 조합 모델을 구성하였다. 예를들어 그림 1의 단면 A는 35 cm x 65 cm의 보 단면을 나타내며 그림 2의 단면 B는 50 cm x 50 cm 의 기둥 단면을 나타낸다.

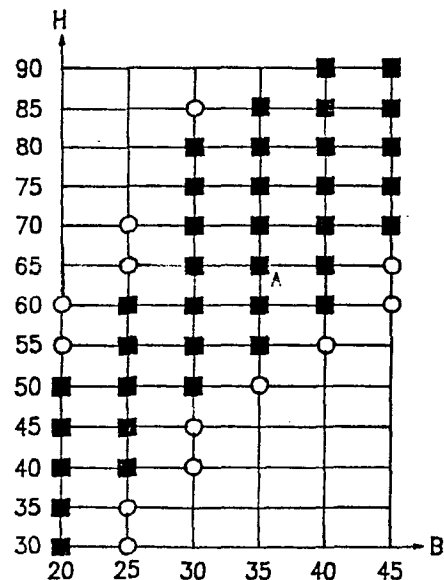


그림 1 보 단면 데이터 베이스

\* 정회원 한국과학기술원 토목공학과 교수  
\*\* 정회원 한국과학기술원 토목공학과 박사과정

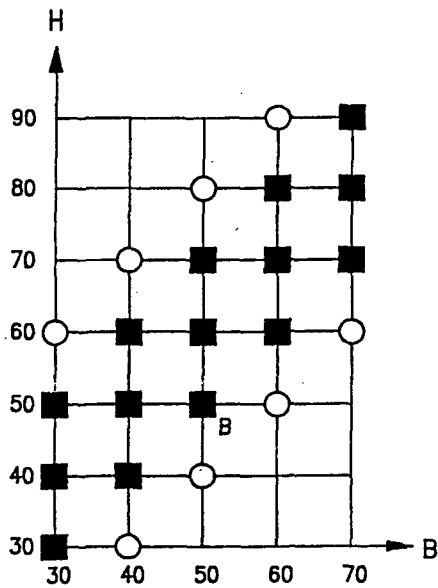


그림 2 기둥 단면 데이터 베이스

결정된 보 및 기둥 단면의 각각에 대해 최소철근비의 철근량으로부터 단면내의 최대 철근 제한량까지의 철근배근에 의한 철근콘크리트 단면의 조합을 얻을 수 있으며 다음 식에 의해 각 단면의 단위 길이당 단면단가를 결정하게 된다.

$$\text{beam: } Acost = C_s \times A_{st} + C_c \times B \times H + C_f \times (B + 2H) \quad (1)$$

$$\text{column: } Acost = C_s \times A_{st} + C_c \times B \times H + C_f \times (2B + 2H) \quad (2)$$

위의 식에서  $C_c$ ,  $C_s$ ,  $C_f$ 는 각각 콘크리트, 철근, 거푸집의 단위단가를 나타낸다. 구성된 RC 단면들을 보의 경우는 단면 저항 모멘트가 증가하는 순서로, 기둥의 경우는 단면의 normalized volume이 증가하는 순서로 각각 재배열한다. 이렇게하여 구성된 보 단면의 데이터는 D19, D22를 주철근으로 사용한 단면이 각각 250 여개씩이며 기둥단면의 데이터는 D19, D22, D25를 주철근으로 사용한 단면이 각각 350 여개가 된다(4). 또한 한 단면의 재원 및 단면 저항치 등이 하나의 설계변수인 단면번호로 묶여지는 데 보의 경우는 보의 폭, 길이, 인장철근수, 압축철근수 및 단면 저항모멘트가, 기둥의 경우는 기둥의 폭, 길이, 사면의 각각에 대한 철근수 및 기둥의 P-M 상관도를 구성하는 데 필요한  $P_o$ ,  $M_{ox}$ ,  $M_{oy}$ ,  $P_{bx}$ ,  $M_{bx}$ ,  $P_{by}$ ,  $M_{by}$ ,  $M_{px}$ ,  $M_{py}$  등이 단면번호에 따라 단면 데이터 베이스내에 존재하게 된다.

다음 표 1은 본 논문에서 구성한 보 단면 데이터 베이스의 일부를 예시하고 있으며 자세한 내용은 철근콘크리트 구조물의 최적설계(5)에 관한 보고서에서 볼 수 있다.

표 1. D19를 주철근으로 사용한 보의 데이터베이스

단면 (NO)	폭 (cm)	길이 (cm)	인장 철근수	압축 철근수	모멘트 (kg-cm)	단면단가 (Won/cm)
1	20.	30.	2	0	196070.	67.14
2	20.	35.	2	0	237790.	75.04
3	20.	40.	2	0	279830.	82.94
4	20.	30.	3	2	281250.	84.11
5	25.	40.	2	0	283250.	92.44
6	20.	45.	2	0	322110.	90.85
7	25.	45.	2	0	325890.	101.27
8	20.	30.	5	3	333110.	101.08
9	20.	35.	3	2	352440.	92.01
10	20.	50.	2	0	364600.	98.75
∴	∴	∴	∴	∴	∴	∴

### 3. 철근콘크리트 보의 설계

건물에서 보는 외력에 의해 각 층에 전달되는 하중을 기둥에 전달하는 기능을 하며 주로 연직 및 층하중에 의한 휨 모멘트를 분담하게 된다. 그러므로 보부재는 부재의 휨 모멘트에 저항할 수 있도록 설계되어야 하며 이를 위해 본 논문에서는 일차적으로 연속해를 결정하고 결정된 연속해 부근의 단면의 직접탐색을 통해 불연속 최적해를 결정하게 된다.

먼저 연속해를 결정함에 있어 보단면 데이터 베이스내의 단면들이 단면 저항모멘트가 증가하는 순서로 배열되어 있으므로 각 단면의 단면번호와 단면 저항모멘트와의 관계식을 회귀분석을 통해 구성하면 D19를 주철근으로 사용한 보단면의 경우 식 3 과 4와 같다. (그림 3 참조)

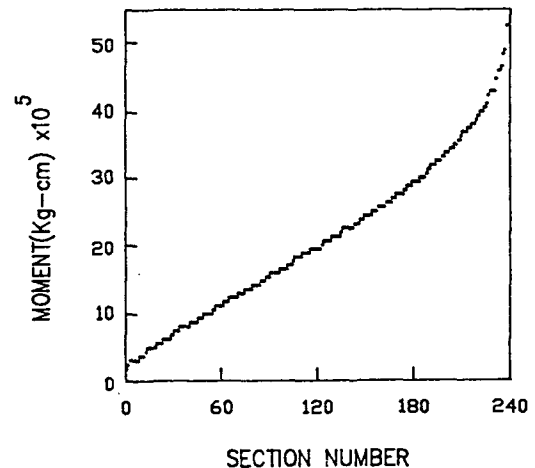


그림 3 단면번호와 단면저항모멘트의 관계

$$N = 0.6868 \times 10^{-4} \times M - 16.0 \quad M < 2700000 \text{ kg-cm} \quad (3)$$

$$N = 0.0673 \times (M - 2500000)^{0.5} + 139.2 \quad M > 2700000 \text{ kg-cm} \quad (4)$$

여기서 N 과 M은 각각 단면번호와 휨 모멘트를 나타낸다. 즉 설계하고자 하는 부재의 휨 모멘트가 구조해석에 의해 결정되면 위의 관계식에 대입하여 바로 단면번호(N1)를 결정할 수 있다. 이는 보단면 데이터베이스 내의 단면 중 위의 식에서 결정된 단면번호 이상의 모든 단면은 주어진 설계하중에 저항할 수 있는 능력을 가지고 있음을 의미한다.

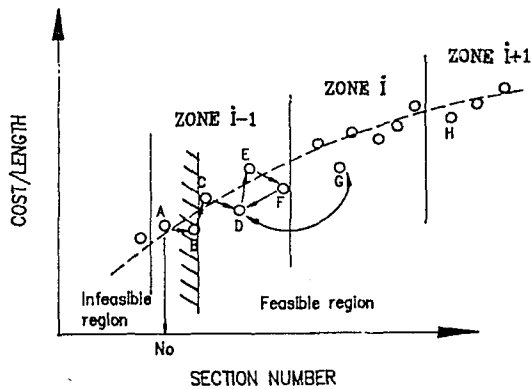


그림 4 보의 불연속 최적해 결정과정

일차적으로 연속해가 우선 결정되면 연속해 부근에 최적의 불연속 단면이 존재한다는 가정하에 직접탐색을 하게 된다. 그 과정을 설명하면 그림 4와 같다. 위의 그림에서도 볼 수 있는 바와같이 단면 데이터 베이스는 몇개의 영역으로 구분되어 있으며 각 영역에서 최소가격의 단면, 즉 영역(i-1)의 단면 D, 영역(i)의 단면 G와 영역(i+1)의 단면 H등이 데이터베이스로 저장되어 있다.

만약 연속해 과정에서 결정된 단면이 단면 A라면  $A > B > C$ 의 과정을 거쳐 feasible region의 첫 번째 단면 C를 찾게되며 feasible region과 infeasible region의 경계를 결정한다. feasible region이 결정되면 단면 C부터 단면 F까지 직접탐색을 하여 영역(i-1)의 최소가격 단면 D를 결정하며 단면 D는 1차 불연속 해가 된다.

이 과정이 끝나면 단면 D와 영역(i)의 최소가격 단면 G와 단면 단가를 비교하여 단면 D의 단면단가가 낮으면 단면 D가 최종 불연속 최적해로 결정되며 반대의 경우는 단면 G가 최종 불연속 최적해로 결정된다. 이 경우에 필요하다면 영역(i+1)의 단면 H와 단면단가를 비교할 수도 있다.

표 2 하중 표면식

영역	작용하중	하중표면	부등관계식
ZONE I	P only	$P_o ab$	$P \leq P_o$ (5)
ZONE II	P, $M_x$ and $M_y$	abcd	$P + \frac{(P_o - P_{bx})}{(M_{bx} - M_{ox})} \times M_x + \frac{(P_o - P_{by})}{(M_{by} - M_{oy})} \times M_y \leq P_o^+$ (6)
ZONE III	$M_x$ and $M_y$	cdef	$(\frac{1}{M_{px}}) \times M_x + (\frac{1}{M_{py}}) \times M_y$ (7)

#### 4. 철근콘크리트 기둥 단면의 설계

건물구조에서 기둥은 보통통해 전달되는 축하중을 기초로 전달하는 구조재로써 축방향력과 두 방향의 휨 모멘트에 저항토록 설계된다.

기둥단면은 가해지는 축력 및 휨 모멘트의 조합에 따른 저항능력을 표시하는 P-M 상관도가 존재하게 되며 (그림 5 참조) 구조해석에 의해 계산된 부재력에 대해 설계할 시는 콘크리트 단면을 가정하고 주어진 부재력이 P-M 상관도 내에 존재하도록 철근을 배근한다. 특히 축력과 두 방향의 휨 모멘트에 의해 구성되는 공간상의 P-M 상관도에서 일정한 축력에서 실제로는 2축 휨 모멘트에 의한 효과가 있으나 콘크리트 단면, 재료의 강도, 철근의 배근상태 등에 따라 차이가 있는 등 매우 복잡하므로 많은 나라의 설계규준에서 이 효과를 고려하지 않고 있으며 우리나라의 경우도 같다. 2축 휨 모멘트의 영향을 무시하면 공간상의 P-M 상관도는 곡선 대신 직선으로 구성되며(그림 5 참조) 각 영역의 하중표면 식은 표 2와같이 표현된다.

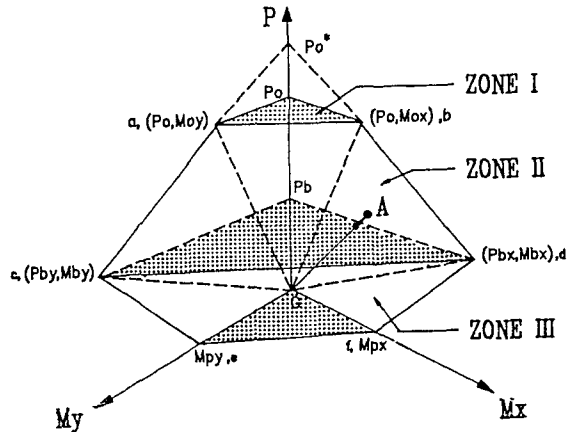


그림 5 기둥의 P-M 상관도

그러나 이 효과를 고려해야할 경우에는 Bresler's load contour method(6)나 Moran's superposition method 등을 이용할 수도 있다. 본 논문에서는 일차적으로 연속해를 결정하는 과정에서는 2축 휨 모멘트의 효과를 무시하고 불연속 해의 결정과정에서 이를 고려할 수 있도록 하였다.

본 연구에서 사용한 기동 단면 데이터 베이스는 normalized volume 이 증가하는 순서로 구성되어 있는 데 이는 단면번호가 증가할 수록 주어진 부재력 A(P, M<sub>x</sub>, M<sub>y</sub>) 를 포함할 수 있는 능력이 증가함을 의미한다. 일반적으로 주어진 부재력 A(P, M<sub>x</sub>, M<sub>y</sub>)에 대해 설계할 경우 하중의 상태에 따라 P-M 상관도 상의 영역 I, II 또는 영역 III 으로 설계한다.

본 논문에서는 가정된 단면과 하중상태로부터 설계 영역을 결정하고, 표 2의 관계식에서 괄호로 표시된 것은 단면의 저항치들을 표시하므로 단면번호가 독립 변수인 회귀분석 식을 각각 구하여 대입한 후 단면번호에 대해 정리하면 영역 I, II, III에서 각각 식 8, 9, 10으로 정리된다.

$$N_1 = 0.1 \times (P - 160000)^{0.6282} \quad P \leq 246400 \text{ kg} \quad (8)$$

$$N_2 = \left[ \frac{(P + 0.1443M_x + 0.1969M_y + 982300)}{(95450 + 0.0056M_x + 0.0083M_y)} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (9)$$

$$N_3 = \left[ \frac{(0.655M_x + 0.907M_y - 100000)}{(0.0582M_x + 0.0822M_y)} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (10)$$

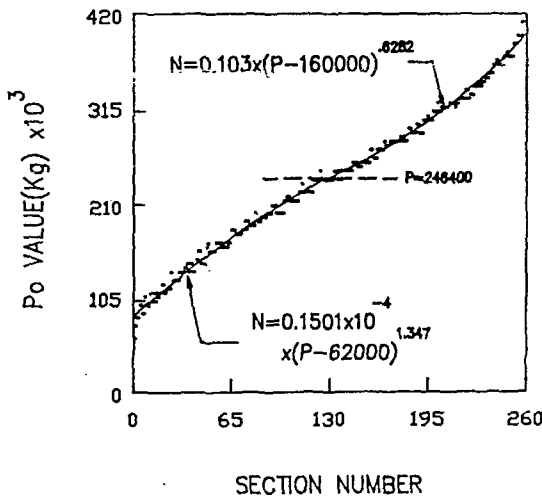


그림 6 단면번호와 최대 축하중(Po)의 관계

그림 6, 7은 본 논문에서 사용한 회귀분석 곡선의 일부를 예시하고 있다. 위의 식으로 부터 연속해가 결정되면 연속해 부근에 최적 불연속해가 존재한다는 가정하에 불연속 해를 결정한다(그림 8 참조).

그림 8에서 볼 수 있듯이 단면 데이터 베이스는 몇개의 영역으로 구분되어 있으며 각 영역에서 단면 단가가 최소인 단면, 즉 영역(j-1)의 단면 D, 영역(j)의 단면 I를 데이터 베이스로 저장되어 있다. 만약 위의 식 8, 9 또는 10에 의해 결정된 연속해가 단면 E 라면 이 단면을 중심으로 [-ε, ε]의 범위씩 직접 탐색을 하여 최초의 feasible section B를 찾고 단면 B부터 단면 G까지 단면단가와 응력조건을 비교하여 영역(j-1)에서의 최적 불연속해인 단면 D를 결정한다.

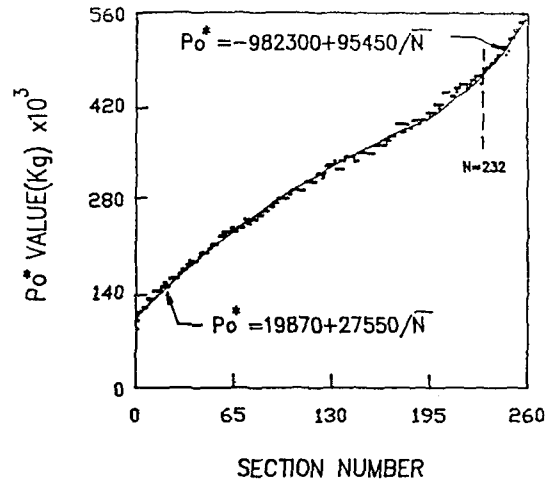


그림 7 단면번호와 Po\* 의 관계

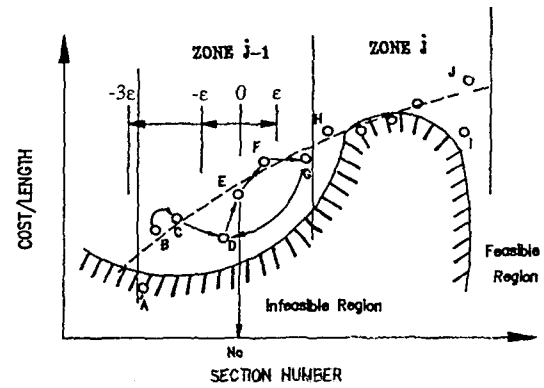


그림 8 기동의 불연속해 결정과정

이 과정이 끝나면 영역(j)의 최소가격의 단면 I와 단면단가를 비교하여 단면 D가 경제적이면 단면 D가 최종 불연속 최적해로 결정되지만 단면 I가 더 경제적이고 응력제한조건을 만족하면 단면 I가 최종 불연속 최적해로 결정된다. 만약 단면 I가 경제적이지만 응력조건을 만족하지 못하면 영역(j)에 최적해가 존재하는지의 여부를 직접탐색을 통해 결정한다.

#### 5. 폭 및 깊이의 제한에 의한 설계

앞 절에서 언급한 사항은 단면의 폭 및 깊이에 제한이 없는 경우에 국한된 것이었으나 실제 지형적 조건 등에 의해 단면의 폭 및 깊이에 제한을 두어 설계 및 시공을 하는 경우가 빈번하다.

이러한 경우의 설계를 위해 본 논문에서는 단면의 특정 폭 및 깊이에 따라 단면 데이터 베이스를 분리하여 세부 단면 데이터 베이스(sub-data base)를 구성해 놓았다. 특정 폭 및 깊이의 단면 데이터 수는 상

대적으로 그 수가 작으므로 단면의 제한에 의한 설계를 할 때는 특정 폭 및 깊이의 단면으로 구성된 세부 단면 데이터 베이스를 이용한다.

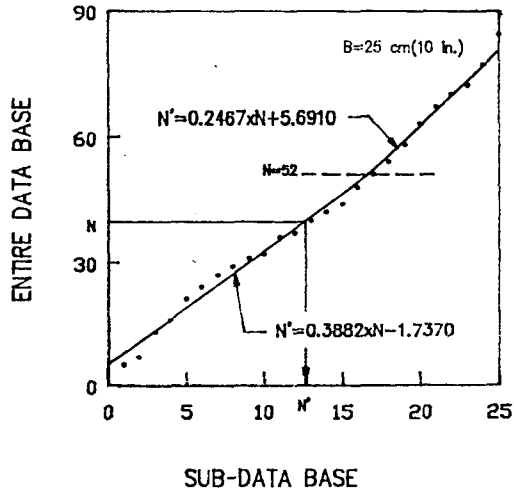


그림 9 데이터 베이스와 하부 데이터 베이스의 관계

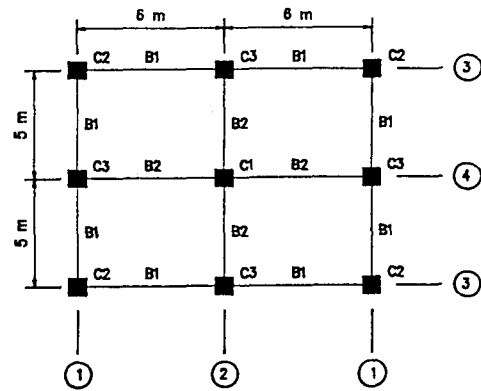
설계 방법으로는 단면 데이터가 상대적으로 작기 때문에 전체 데이터를 직접탐색 하거나 기존 단면 데이터 베이스의 단면번호와 세부단면 데이터 베이스의 단면번호 사이의 관계식을 회귀분석을 통해 구성하고 이 관계식으로부터 2차적인 연속해를 결정한다. 그림 9는 그 한 예를 보여주고 있다. 2차적인 연속해가 결정되면 불연속해를 결정하는 데 그 방법은 앞의 3, 4절에서 언급한 과정과 동일하다. 단지 차이가 있다면 세부 단면 데이터 베이스를 이용한다는 것이다.

## 6. 수치예제

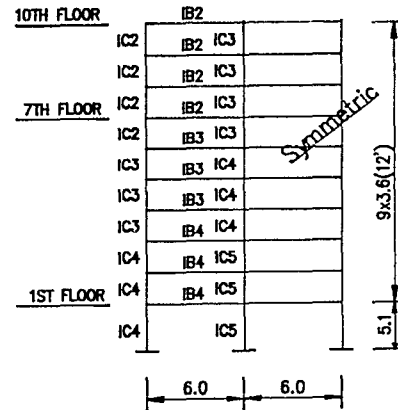
앞에서 언급한 알고리즘을 사용하여 다음의 예제 해석을 수행하였다. 예제건물은 10층의 사무실용 콘크리트 건물로 하층은 보, 기둥 및 슬래브의 자중(슬래브 두께는 12 cm로 가정)과 180 kg/cm<sup>2</sup>의 바닥 적재 하중이 작용하는 것으로 가정하였다. 건물의 형상과 재료상수 및 가정된 단면의 성질은 그림 10과 표 3에 각각 표시해 놓았다. 표 3에서 볼 수 있듯이 예제건물은 C1 기둥열의 7 층부터 10 층까지는 동일한

표 3 보 및 기둥열

층	기둥열			보열	
	C1	C2	C3	B1	B2
7 - 10	IC3	IC1	IC2	IB1	IB2
4 - 6	IC4	IC2	IC3	IB2	IB3
1 - 3	IC5	IC3	IC4	IB3	IB4



(a) Plan View



(b) Frame 4

그림 10 예제건물

부재로 설계되며 C2 기둥열의 1 층부터 3 층 까지도 동일한 부재로 설계된다. 이러한 단면의 배열은 예제 해석 및 설계를 위해 임의로 가정한 것이다.

본 예제의 설계결과는 그림 11, 12에 표시해 놓았으며 이 설계 결과에서 보듯이 몇 번의 반복 후 최종 설계결과로 수렴함을 볼 수 있으며 초기치의 가정에 거의 영향이 없음을 볼 수 있다.

## 7. 결론

본 연구를 통해 효율적이고 간단한 콘크리트 부재의 최적설계 알고리즘을 제시하였다. 이 알고리즘은 여러 설계변수를 단면번호 하나로 처리함으로써 기존의 수학적 프로그래밍 방법이 가지고 있는 많은 설계 변수 조절의 어려움을 해결하고자 하였으며 연속해 결정과정과 불연속해 결정과정의 두 단계를 분리하여 효율적으로 탐색을 수행하였다.

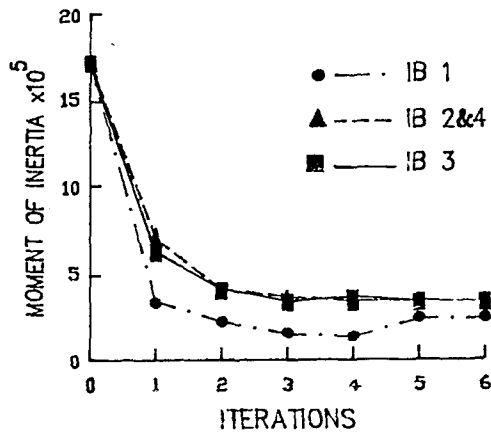


그림 11 반복에 따른 보의 단면 2차모멘트 변화

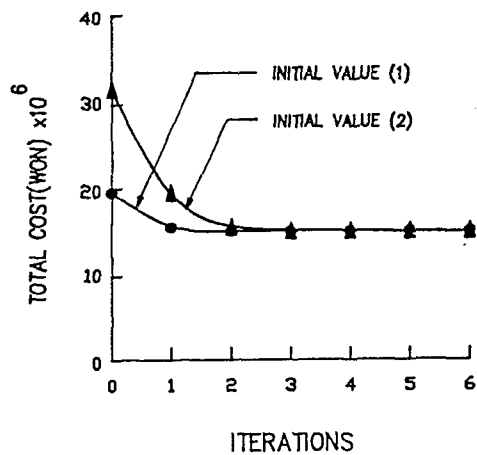


그림 12 반복에 따른 구조물 전체의 비용 변화

그러나 본 논문에서 제시한 알고리즘은 element level 에서의 최적설계이므로 응력조건, 단면의 폭 및 깊이 등은 만족시키지만 구조물 전체의 제한조건인 변위제한 등은 만족시킬 수 없다.

#### 참고문헌

1. A.V. Fiacco and G. P. McCormick, Nonlinear Programming; Sequential Unconstrained Minimization Techniques, John Wiley & Sons, New York, 1968.
2. A. Cella and R. D. Logcher, "Automated Optimum Design from Discrete Components," ASCE, Vol.97, NO. ST1, 1971, pp.175-189.
3. R. H. Gallagher and O. C. Zienkiewicz, Optimum Structural Design, John Wiley & Sons, New York, 1973.
4. 대한건축학회 구조분과위원회, 철근콘크리트 설계기준, 대한건축학회, 서울, 1984.
5. 최창근, 박효경, "철근콘크리트 구조물의 최적설계," KAIST 구조공학 연구보고서, Report NO. SEMR 88-04, (in preparation)
6. B. Bresler, "Design Criteria for Reinforced Concrete Columns Under Axial Load and Biaxial Bending," Journal ACI, Vol.57, 1960, pp.481-490.
7. ACI Committee 318-83, Building Code Requirements for Reinforced Concrete, American Concrete Institute, Detroit, 1984.
8. R. Park and T. Paulay, Reinforced Concrete Structures, John Wiley & Sons, New York, 1975.